

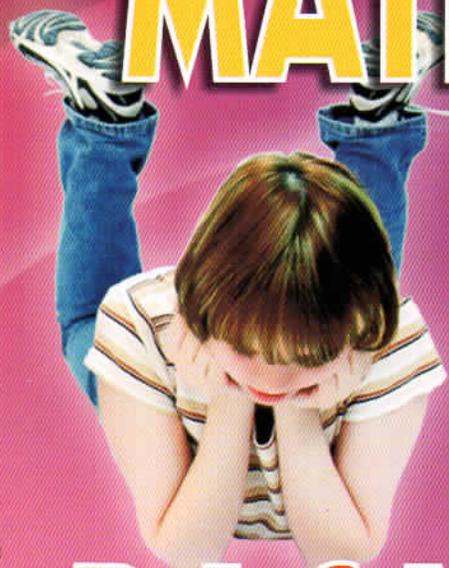
CĂTĂLIN-PETRU NICOLESCU

MĂDĂLINA-GEORGIA NICOLESCU  
IULIUS-RADU TIMAR  
ALINA-NICOLETA TIMAR  
AURICA-VIUȚA FAZAKAȘ  
IDANA-ȘTEFANIA ALEMAN  
ADRIANA ARZOIU  
RODICA URSAN  
ADRIANA MIHAELA GREC  
RICĂ ZAMFIR  
SILVIA VĂRGATU  
ADRIAN VĂRGATU  
DELIA STĂNILĂ  
PETRU-DUMITRU STĂNILĂ  
BOGDAN-FLORIN HEROIU  
MARIANA-DRAGA TĂTUCU  
ANTOANELA BUZESCU

CORNEL-CONSTANTIN GĂNESCU  
NICUȘOR UDREA  
MARIAN VOINEA  
MARIUS-FLORIN ZĂNDAGĂ  
NICOLAE PAPACU  
MARGARETA VECERZAN  
LIVIA-MIHAELA BERCHEȘAN  
MARIANA-MAGDALENA PĂTULEANU  
MARCELA IONUȚ  
TATIANA VOICU  
RODICA POPOVICI  
GABRIELA ZANOSCHI  
ADRIAN ZANOSCHI  
VALENTINA BLENDEA  
GHEORGHE BLENDEA  
ANCA-NICOLETA OPREA

ALEXANDRU-GABRIEL MÎRȘANU  
IDANA-IRINEL CHIRAN  
DARIA-MARIA STOLERU  
IONEL TRIFON  
ANIȘOARA-CAMELIA PASCOTESCU  
PAULA-MARIA DĂRĂBAN  
GHEORGHE-CIPRIAN DĂRĂBAN  
ADRIANA MIHĂLȚAN  
EUGENIA MUNTEANU  
DANA-CRISTINA ȚIBU  
MARIA-DANIELA DRAGOȘ  
GHEORGHE CĂZĂNEL  
IULIANA PAȘCA  
ANA MANDREȘI  
ADRIANA NICOARĂ  
ALEXANDRU NICULA

# MATEMATICĂ



- Sinteze de teorie
- Probleme recapitulative grupate pe tematici
- Teste propuse după modelul MEN
- Subiecte pentru pregătirea candidaților la examenul de

# BACALAUREAT

M – Tehnologic

M – Științele naturii



# CUPRINS

E<sup>^</sup> R<sup>^^</sup>

## Capitolul I. ALGEBRĂ. GEOMETRIE. TRIGONOMETRIE – clasele a IX-a și a X-a

1. Numere reale		
Breviar de teorie .....	3	
<i>Probleme propuse</i>		
Mulțimi de numere reale .....	5	86
Formule de calcul prescurtat .....	5	86
Modulul unui număr real .....	6	86
<i>Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real*</i> .....	7	87
Inegalități și identități algebrice .....	8	87
2. <i>Inducția matematică*</i> . Probleme de numărare		
Breviar de teorie .....	9	
<i>Probleme propuse</i>		
Mulțimi .....	10	87
<i>Metoda inducției matematice*</i> .....	10	88
Probleme de numărare .....	11	88
3. Funcții. Noțiuni generale		
Breviar de teorie .....	12	
<i>Probleme propuse</i>		
Funcții. <i>Compunerea funcțiilor*</i> .....	14	89
Funcții monotone. <i>Funcții mărginite*</i> .....	15	89
<i>Funcții pare. Funcții impare. Funcții fără paritate. Funcții periodice*</i> .....	16	89
4. Funcția de gradul întâi		
Breviar de teorie .....	17	
<i>Probleme propuse</i>		
Ecuația de gradul întâi .....	18	90
Funcția de gradul întâi .....	19	90
Inecuația de gradul întâi .....	20	91
5. Funcția de gradul al doilea		
Breviar de teorie .....	21	
<i>Probleme propuse</i>		
Ecuația de gradul al doilea .....	23	92
Descompunerea trinomului de gradul al doilea .....	24	92
Formulele lui François Viète .....	24	92
Graficul funcției de gradul al doilea .....	25	93
Monotonia funcției de gradul al doilea .....	26	93
Inecuația de gradul al doilea .....	27	93
Sisteme de ecuații. Pozițiile relative ale unei drepte față de o parabolă .....	27	93
6. Progresii		
Breviar de teorie .....	28	
<i>Probleme propuse</i>		
Șiruri de numere reale .....	29	94
Progresii aritmetice .....	30	94
Progresii geometrice .....	31	94

<sup>^</sup> E – enunțuri

<sup>^^</sup> R – răspunsuri, rezolvări

\*Această temă nu este prevăzută în programa M<sub>tehnologic</sub>

7. Vectori în plan		
Breviar de teorie .....	32	
<i>Probleme propuse</i>		
Definiția vectorilor. Operații cu vectori .....	34	95
Vectori coliniari. Descompunerea unui vector după două direcții date .....	35	95
Vectori într-un reper cartezian .....	36	96
Teorema lui Menelaus. Teorema lui Ceva. Reciproce* .....	37	96
8. Elemente de trigonometrie		
Breviar de teorie .....	37	
<i>Probleme propuse</i>		
Măsura în grade sexagesimale. Măsura în radiani. <i>Cercul trigonometric*</i> ..	41	97
Proprietățile funcțiilor trigonometrice* .....	41	97
Teorema fundamentală a trigonometriei. <i>Reducerea la primul cadran*</i> .....	43	97
Formule trigonometrice pentru suma sau diferența de unghiuri* .....	44	97
Formule trigonometrice pentru unghiul dublu și pentru unghiul pe jumătate* ..	45	98
Formule trigonometrice pentru transformarea sumelor în produse și a produselor în sume* .....	46	98
9. Produsul scalar a doi vectori. Aplicațiile trigonometriei în geometria în plan		
Breviar de teorie .....	47	
<i>Probleme propuse</i>		
Produsul scalar a doi vectori* .....	48	99
Teorema sinusurilor. Teorema cosinusului .....	49	99
Formule pentru aria unui triunghi. <i>Raza cercului înscris și raza cercului     circumscriș unui triunghi*</i> .....	50	100
10. Puteri și radicali. Ecuații și inecuații iraționale		
Breviar de teorie .....	51	
<i>Probleme propuse</i>		
Radicali .....	52	100
Puteri cu exponent rațional sau real .....	53	100
Ecuații iraționale .....	54	101
Inecuații iraționale .....	55	101
11. Numere complexe*		
Breviar de teorie .....	55	
<i>Probleme propuse</i>		
Forma algebrică a unui număr complex* .....	57	101
Rezolvarea în $\mathbb{C}$ a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali* .....	58	102
Forma trigonometrică a unui număr complex* .....	59	102
12. Funcții injective. Funcții surjective. Funcții bijective. Funcții inversabile		
Breviar de teorie .....	59	
<i>Probleme propuse</i>		
Funcții injective .....	60	103
Funcții surjective .....	61	103
Funcții bijective. Funcții inversabile .....	61	103
13. Logaritmi. Ecuații exponențiale și logaritmice		
Breviar de teorie .....	62	
<i>Probleme propuse</i>		
Logaritmi .....	64	104
Funcția exponențială. Funcția logaritmică .....	65	104
Ecuații exponențiale .....	65	105
Ecuații logaritmice .....	66	105

14. Funcții trigonometrice inverse. Ecuații și inecuații trigonometrice*		
Breviar de teorie .....	67	
Probleme propuse		
Funcții trigonometrice inverse* .....	69	105
Ecuații trigonometrice* .....	70	106
15. Elemente de combinatorică. Binomul lui Newton*		
Breviar de teorie .....	71	
Probleme propuse		
Probleme de numărare care utilizează regula produsului .....	72	107
Permutări. Aranjamente. Combinări .....	73	107
Probleme de numărare care utilizează permutări, aranjamente, combinări ....	75	107
Binomul lui Newton* .....	76	108
16. Elemente de calculul probabilităților		
Breviar de teorie .....	77	
Probleme propuse		
Probabilitatea unui eveniment .....	77	108
17. Elemente de geometrie analitică		
Breviar de teorie .....	79	
Probleme propuse		
Distanța dintre două puncte. Coordonatele mijlocului unui segment .....	81	109
Ecuațiile dreptei într-un reper cartezian .....	82	109
Drepte paralele. Drepte perpendiculare. Unghiul dintre două drepte .....	83	109
Distanțe și arii într-un reper cartezian .....	84	111

## Capitolul II. ALGEBRĂ SUPERIOARĂ – clasele a XI-a și a XII-a

1. Matrice		
Breviar de teorie .....	112	
Probleme propuse		
Adunarea matricelor. Înmulțirea unei matrice cu un scalar .....	114	157
Înmulțirea matricelor .....	116	157
Puterea unei matrice .....	117	158
2. Determinanți		
Breviar de teorie .....	119	
Probleme propuse		
Calculul determinanților .....	121	159
Proprietățile determinanților .....	122	159
Aplicații ale determinanților în geometria în plan .....	124	160
3. Inversa unei matrice pătratică		
Breviar de teorie .....	126	
Probleme propuse .....	126	162
4. Sisteme de ecuații liniare		
Breviar de teorie .....	129	
Probleme propuse		
Regula lui Cramer .....	130	164
Rangul unei matrice .....	131	164
5. Legi de compoziție		
Breviar de teorie .....	132	
Probleme propuse		
Legi de compoziție pe o mulțime. Parte stabilă .....	134	164
Proprietăți ale legilor de compoziție interne .....	135	165

6. Grupuri		
Breviar de teorie .....	137	
<i>Probleme propuse</i>		
Monoizi .....	139	167
Grupuri .....	139	167
Morfisme de grupuri. Izomorfisme de grupuri .....	142	169
7. Inele. Corpuri		
Breviar de teorie .....	144	
<i>Probleme propuse</i>		
Inele .....	145	171
Corpuri .....	146	172
8. Polinoame		
Breviar de teorie .....	148	
<i>Probleme propuse</i>		
Forma algebrică a unui polinom. Operații cu polinoame .....	152	172
Divizibilitatea polinoamelor. Rădăcini multiple .....	153	173
Formulele lui François Viète .....	154	174
Polinoame cu coeficienți reali, raționali, întregi .....	155	175

### Capitolul III. ANALIZĂ MATEMATICĂ – clasele a XI-a și a XII-a

1. Limite de funcții. Asimptote		
Breviar de teorie .....	177	
<i>Probleme propuse</i>		
Limita unei funcții într-un punct. Limite laterale .....	179	227
Limite remarcabile .....	181	227
Asimptote .....	182	228
2. Funcții continue. Funcții derivabile		
Breviar de teorie .....	184	
<i>Probleme propuse</i>		
Funcții continue într-un punct. Puncte de discontinuitate .....	188	228
Funcții continue pe un interval. Proprietatea lui Darboux .....	189	229
Funcții derivabile într-un punct. Derivate laterale .....	191	230
Funcții derivabile pe un interval. Operații cu funcții derivabile .....	192	231
Derivate de ordinul al doilea .....	194	232
3. Teorema lui Fermat. Regulile lui l'Hospital		
Breviar de teorie .....	195	
<i>Probleme propuse</i>		
Teorema lui Fermat .....	198	232
Regulile lui l'Hospital .....	198	233
4. Studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor		
Breviar de teorie .....	199	
<i>Probleme propuse</i>		
Rolul derivatei întâi în studiul funcțiilor .....	201	233
Rolul derivatei a doua în studiul funcțiilor .....	202	234
Grafice de funcții .....	203	
5. Primitive. Integrala nedefinită a unei funcții		
Breviar de teorie .....	204	
<i>Probleme propuse</i>		
Primitivele unei funcții definite pe un interval .....	206	235
Condiții ca o funcție să admită (sau să nu admită) primitive .....	208	236

6. Metode de calcul ale primitivelor unei funcții		
Breviar de teorie .....	210	
<i>Probleme propuse</i>		
Integrarea prin părți .....	211	237
Integrarea prin schimbarea de variabilă .....	212	238
Integrarea funcțiilor raționale și a funcțiilor trigonometrice .....	214	241
7. Integrala definită a unei funcții. Proprietăți ale integralei definite		
Breviar de teorie .....	215	
<i>Probleme propuse</i>		
Formula lui Leibniz - Newton .....	217	244
Condiții de integrabilitate a unei funcții .....	218	245
Proprietăți ale integralei definite .....	219	245
8. Metode de calcul ale integralei definite. Aplicații ale integralei definite		
Breviar de teorie .....	221	
<i>Probleme propuse</i>		
Integrarea prin părți .....	223	246
Integrarea prin schimbarea de variabilă .....	223	247
Integrarea funcțiilor raționale și a funcțiilor trigonometrice .....	225	248
Aplicații ale integralei definite .....	225	249

#### Capitolul IV. MODELE DE TESTE PREGĂTITOARE PENTRU EXAMENUL DE BACALAUREAT

Testul 1 .....	250	316
Testul 2 .....	251	317
Testul 3 .....	252	318
Testul 4 .....	254	318
Testul 5 .....	255	319
Testul 6 .....	256	320
Testul 7 .....	257	321
Testul 8 .....	259	322
Testul 9 .....	260	323
Testul 10 .....	261	324
Testul 11 .....	263	324
Testul 12 .....	264	326
Testul 13 .....	265	327
Testul 14 .....	267	328
Testul 15 .....	268	329
Testul 16 .....	269	330
Testul 17 .....	271	332
Testul 18 .....	272	333
Testul 19 .....	273	334
Testul 20 .....	275	335
Testul 21 .....	276	336
Testul 22 .....	277	337
Testul 23 .....	278	339
Testul 24 .....	280	340
Testul 25 .....	281	341
Testul 26 .....	282	342

	E	R
Testul 27 .....	284	344
Testul 28 .....	285	345
Testul 29 .....	286	346
Testul 30 .....	288	348
Testul 31 .....	289	349
Testul 32 .....	290	350
Testul 33 .....	291	351
Testul 34 .....	293	352
Testul 35 .....	294	354
Testul 36 .....	295	355
Testul 37 .....	297	356
Testul 38 .....	298	357
Testul 39 .....	299	358
Testul 40 .....	301	359
Testul 41 .....	302	360
Testul 42 .....	304	361
Testul 43 .....	305	362
Testul 44 .....	306	364
Testul 45 .....	308	365
Testul 46 .....	309	366
Testul 47 .....	311	367
Testul 48 .....	312	368
Testul 49 .....	313	369
Testul 50 .....	314	370

#### Capitolul V. SUBIECTE DATE SAU PROPUSE PENTRU EXAMENUL DE BACALAUREAT

Subiectul 1 .....	373	397
Subiectul 2 .....	374	399
Subiectul 3 .....	376	400
Subiectul 4 .....	377	402
Subiectul 5 .....	379	403
Subiectul 6 .....	380	404
Subiectul 7 .....	381	406
Subiectul 8 .....	383	408
Subiectul 9 .....	384	409
Subiectul 10 .....	385	410
Subiectul 11 .....	387	412
Subiectul 12 .....	388	413
Subiectul 13 .....	390	414
Subiectul 14 .....	391	415
Subiectul 15 .....	392	416
Subiectul 16 .....	394	417
Subiectul 17 .....	395	418

<b>Bibliografie selectivă</b> .....	419
-------------------------------------	-----