

**ŞI
INTELE**

MIHAELA CHIRIȚĂ

**CULEGERE DE
PROBLEME
*propuse și rezolvate***
pentru **clasa a IX-a**
și **BACALAUREAT**

Conține:

**MIC BREVIAR TEORETIC
și FORMULE**

Editura **Tamar**

Cuprins

Enunțuri Rezolvări

Capitolul 1. Optica geometrică

Teorie optica	5	
1.1 Principiile opticii geometrice, reflexie, refracție	11	142
1.2 Lentile, asociații de lentile, sisteme de lentile	18	158
1.3 Instrumente optice:	30	185

Capitolul 2. Principii și legi în mecanica newtoniană

Teorie mecanică	33	
2.1 Mișcarea mecanică	43	194
2.1.1. Mișcarea rectilinie și uniformă a punctului material	46	198
2.1.2. Mișcare rectilinie uniform variată a punctului material	50	207
2.1.3. Mișcarea punctului material sub acțiunea greutății	53	213
2.2 Principiile mecanicii	56	224
2.3 Forța de frecare	63	238
2.4 Forță elastică. Legea lui Hooke	76	267
2.5 Legea atracției universale	84	280
2.6 Mișcarea circular uniformă. Forța centripetă*	85	282

Capitolul 3. Teoreme de variație și legi de conservare în mecanică

3.1 Lucrul mecanic și puterea mecanică	89	290
3.2 Energia mecanică cinetică și potențială*	94	300
3.3 Teorema de variație a energiei cinetice	96	302
3.4 Conservarea energiei mecanice	113	332
3.5 Impulsul punctului material. Teorema de variație a impulsului	120	348
3.6 Ciocniri plastice și elastice	122	351

Capitolul 4. Elemente de statică

4.1 Echilibrul de translație	134	376
4.2 Echilibrul de rotație	137	384

Bibliografie

392

Optica geometrică

Optica geometrică studiază fenomenele luminoase, ocupându-se cu studiul propagării luminii prin diferite medii și cu studiul formării imaginilor prin sisteme optice.

Noțiuni utilizate:

1. Sursa de lumină punctiformă se obține atunci când dimensiunile ei sunt mici în comparație cu distanțele la care se observă efectele luminoase.

2. Raza de lumină este direcția pe care se propagă energia luminoasă.

3. Fascicul de lumină este format din mai multe raze de lumină. El poate fi paralel când razele de lumină sunt paralele sau conic când razele pleacă dintr-un punct (fasicul divergent) sau când razele de întâlnesc într-un punct (fasicul convergent).

Principiile opticii geometrice:

1. Principiul propagării rectilinii a razeelor de lumină care afirmă că într-un mediu omogen și izotrop lumina se propagă în linie dreaptă.

2. Principiul reversibilității razeelor de lumină afirmă că pe direcția de propagare lumina se propagă în ambele sensuri.

3. Principiul acțiunii independente a razeelor de lumină afirmă că efectul produs de o rază de lumină care face parte dintr-un fascicul este independentă de prezența celorlalte raze din fascicul.

Reflexie și refracție

Când o rază de lumină întâlneste suprafața de separare dintre două medii optice transparente ea suferă atât fenomenul de reflexie cât și fenomenul de refracție.

Reflexia luminii este fenomenul de întoarcere a razei de lumină în mediul din care a provenit atunci când raza întâlneste suprafața de separație cu un alt mediu.

Notăm cu S raza incidentă, N normala construită în punctul de contact, IR raza reflectată și IR' raza refractată.

Notăm cu i unghiul de incidență format de raza incidentă cu normala construită în punctul de contact, r unghiul de reflexie format de raza reflectată cu normala construită în punctul de contact și r' unghiul de refracție format de raza refractată cu normala construită în punctul de contact.

Legile reflexiei:

1. Raza incidentă, normala construită în punctul de contact și raza reflectată sunt coplanare.

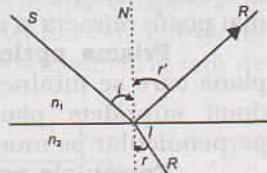
2. Unghiul de incidență este egal cu unghiul de reflexie. Astfel $i = r'$.

Refracția luminii este fenomenul de pătrundere a razei de lumină în alt mediu atunci când raza întâlneste suprafața de separație cu un alt mediu.

Legile refracției:

1. Raza incidentă, normala construită în punctul de contact și raza reflectată sunt coplanare.

2. Produsul dintre unghiul de incidență într-un mediu și indicele de refracție absolut al mediului este constant. Astfel: $n_1 \sin i = n_2 \sin r'$, unde n_1 și n_2 reprezintă indicii de refracție absoluci ai celor două medii.

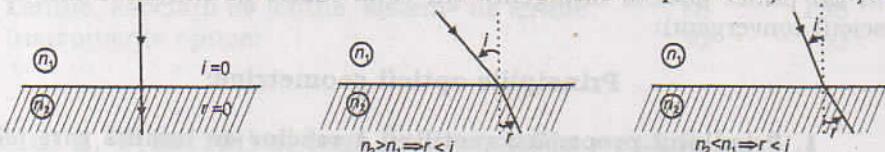


Indicele de refracție absolut al unui mediu reprezintă raportul dintre viteza luminii în vid și viteza de propagare a luminii în acel mediu v . Astfel $n = \frac{c}{v}$ și este supraunitar și adimensional.

Indicele de refracție relativ al mediului 2 față de mediul 1 este raportul indicilor de refracție absoluci ai celor două medii. Astfel: $n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$ și este adimensional.

Cazuri particulare:

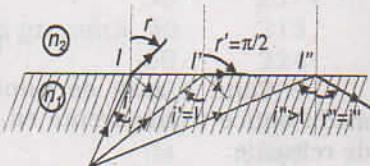
a. Dacă raza de lumină cade perpendicular pe suprafața de separație dintre cele două medii ea pătrunde în cel de-al doilea mediu pe aceeași direcție.



b. Dacă raza de lumină trece dintr-un mediu mai puțin refringent într-un mediu mai refringent ea se apropie de normală, astfel $n_1 < n_2 \Rightarrow r < i$

c. Dacă raza de lumină trece dintr-un mediu mai refringent într-un mediu mai puțin refringent ea se depărtează de normală de normală, $n_1 > n_2 \Rightarrow r > i$.

d. Dacă raza de lumină trece dintr-un mediu mai refringent într-un mediu mai puțin refringent, $n_1 > n_2$, există un unghi numit unghi limită ℓ pentru care unghiul de refracție devine $r = 90^\circ$, astfel că $\sin \ell = \frac{n_2}{n_1}$. Dacă unghiul de



incidentă depășește valoarea unghiului limită $\ell < i$, atunci raza de lumină nu se mai poate refracta și apare fenomenul numit **reflexie totală**.

Prisma optică este un mediu transparent delimitat de două suprafete plane care se întâlnesc după o dreaptă numită muchie. Unghiul format de cele două suprafete plane se numește unghiul prismei A. Orice plan situat perpendicular pe muchia prismei se numește secțiune principală.

Formulele prismei:

1. $\sin i = n \sin r$ - legea refracției la fața AB

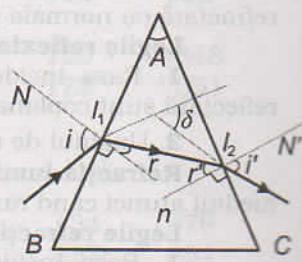
2. $n \sin r' = \sin i'$ - legea refracției la fața Ac

3. $A = r + r'$

4. $\delta = i + i' - A$, unde δ este unghiul de deviație

Dacă raza de lumină se propășă simetric prin prismă, atunci raza va fi deviată cu un unghi minim δ_{\min} , astfel că:

$$r = r' \Rightarrow i = i' \Rightarrow \delta_{\min} = 2i - A \Rightarrow n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min} + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$



1. Optică geometrică

1.1. Principiile opticii geometrice, reflexie, refracție

1. Umbra unui om cu înălțimea $h=1,73$ m este de $d=1$ m. Să se afle unghiul sub care cad razele de lumină pe Pământ.
2. Într-o zi însorită un par însipt vertical, cu înălțimea $h=1$ m deasupra Pământului, formează o umbră cu lungimea $l=25$ cm. Care este lungimea umbrei unei persoane cu înălțimea $H=1,8$ m?
3. Un om pornește de sub un felinar aflat la o înălțime de $h=8$ m într-o mișcare rectilinie uniformă cu viteza $v=1$ m/s. Omul are înălțimea de $h_0=1,8$ m. Cu ce viteză se deplasează umbra omului?
4. Flacără unei lumânări cu înălțimea $h=20$ cm arde uniform cu viteza $v=1$ cm/min. Inițial umbra flăcării se află la distanța $l=10$ cm de lumânare. Cu ce viteză se deplasează umbra flăcării?
5. Într-o cameră întunecoasă se află pe podea o sursă de lumină punctiformă. La $h=50$ cm de sursă este așezată o fantă pătratică cu latura de $l=10$ cm decupată într-un carton, astfel încât centrul său de greutate se află pe verticala sursei. Să se afle latura petei luminoase obținute pe tavanul aflat la $H=2,5$ m de podea.
6. O lampă considerată punctiformă este acoperită în partea superioară și se află într-o cameră întunecoasă la distanța $h=25$ cm de o oglindă plană circulară cu raza $r=10$ cm, pe verticala centrului oglinzii. Să se afle raza petei luminoase care se formează pe tavanul aflat la distanța $H=2,5$ m de oglindă.
7. Fie o oglindă plană. Să se afle:
 - a. unghiul cu care se rotește raza reflectată în jurul axei, dacă pe oglinda plană cade o rază sub un unghi de incidență i , iar oglinda se rotește cu unghiul α în jurul unei axe oarecare
 - b. înălțimea față de podea a punctului în care raza de lumină cade pe oglindă, dacă raza de lumină pătrunde prin fereastra unei încăperi întunecoase la înălțimea $h=1,5$ m de podea și se reflectă pe oglinda aflată pe peretele opus ferestrei formând apoi o pată luminoasă la mijlocul podelei
 - c. unghiul și sensul în care se rotește imaginea obiectului față de noua poziție a obiectului, dacă obiectul aflat în față unei oglinzi plane se rotește cu unghiul $\alpha=30^\circ$
 - d. viteza cu care se deplasează imaginea față de obiect, dacă o persoană se apropie cu viteza $v=4$ m/s de o oglindă plană verticală
8. Două oglinzi plane formează între ele un unghi α . Să se afle:
 - a. unghiul cu care va fi deviată o rază de lumină în urma reflexiei succesive pe cele două oglinzi
 - b. numărul imaginilor unui obiect luminos punctiform așezat între cele două oglinzi plane care se formează datorită reflexiilor succesive pe ele
 - c. numărul imaginilor care se formează în cazul b., dacă unghiul dintre oglinzi este $\alpha=15^\circ$
9. Un om cu înălțimea $H=1,8$ m se fotografiază printr-o oglindă plană paralelă cu el pe un perete vertical. Distanța dintre om și oglindă este $d=60$ cm, înălțimea oglinzi $h=60$ cm, iar aparatul de fotografiat se află la om la jumătatea înălțimii lui, față în față cu centrul oglinzi. Neglijând distanța de la ochi la creșted, să se afle:

- a. cât la sută din înălțimea omului apare pe fotografia lui?
 b. distanța față de perete la care se află cel mai apropiat punct de pe podea pe care îl poate vedea omul prin reflexie
 c. înălțimea minimă a oglinziei pentru ca omul să se poată vedea în întregime, dacă distanța de la creșted la ochi este $h_1=10$ cm

10. Pe o oglindă sferică concavă cu raza $R=5$ cm cad două raze de lumină paralele cu axul optic principal: una trece la distanța $h_1=0,5$ cm de ax, iar cealaltă la $h_2=3$ cm. Razele se reflectă pe oglindă. Să se afle:

- a. distanța măsurată față de vârful oglinziei unde prima rază taie axul optic principal
 b. distanța măsurată față de vârful oglinziei unde a doua rază taie axul optic principal
 c. distanța între punctele în care aceste raze intersectează axul optic principal

11. O oglindă sferică concavă are raza $R=-20$ cm. Un obiect liniar cu înălțimea $y_1=6$ mm se aşază la distanța $-x_1=30$ cm în fața oglinziei. Să se afle:

- a. distanța la care se formează imaginea față de oglindă
 b. înălțimea imaginii
 c. poziția și natura imaginii dacă obiectul se apropie de oglindă cu $d=25$ cm

12. Se aşază un obiect în fața unei oglinziei sferice concave cu raza $R=-30$ cm, astfel că imaginea se prinde pe un ecran așezat la distanța $d=60$ cm de oglindă. Să se afle:

- a. distanța la care se află obiectul față de oglindă
 b. mărirea liniară transversală în condițiile punctului a.
 c. distanța la care se află obiectul față de oglindă pentru a se obține o imagine egală cu obiectul

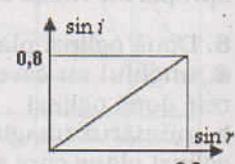
13. Se aşază un obiect în fața unei oglinziei sferice concave cu raza $R=40$ cm la distanța $d=20$ cm de oglindă. Să se afle:

- a. distanța focală a oglinziei
 b. distanța la care se formează imaginea față de oglindă
 c. mărirea liniară transversală în condițiile punctului b.

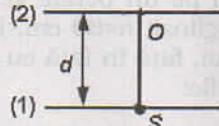
14. O rază de lumină care cade pe suprafața de separație dintre două medii optice transparente se propagă dintr-un mediu în alt mediu ca în figură. Să se afle:



- a. indicele de refracție relativ al celui de-al doilea mediu față de primul mediu, dacă unghiul de incidență de incidență este $i=45^\circ$ iar cel de refracție este $r=30^\circ$
 b. unghiul dintre raza refractată și raza reflectată, dacă unghiul de incidență de incidență este $i=45^\circ$, primul mediu este aer iar al doilea are indicele de refracție $n=\sqrt{2}$ c. indicele de refracție relativ al mediului în care se refractă lumina față de mediul din care vine lumina, dacă unghiul de incidență este $i=60^\circ$ iar raza reflectată este perpendiculară pe raza refractată
 d. indicele de refracție al celui de-al doilea mediu, dacă primul mediu are indicele de refracție $n_1=3/2$ iar graficul alăturat reprezintă dependența $\sin i=f(\sin r)$ la trecerea unei raze de lumină dintr-un mediu optic în alt mediu optic



15. Pe partea inferioară a unei plăci din sticlă de grosime $d=3,46$ cm și indice de refracție $n=1,73$ se află o sursă de lumină punctiformă S. O rază de lumină pornește de la



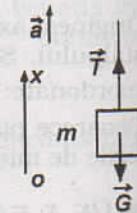
2.2. Principiile mecanicii

1.a. Reprezentăm forțele ce acționează asupra corpului: greutatea G ca rezultat al interacțiunii corp-Pământ și tensiunea T ca rezultat al interacțiunii corp-fir. Se aplică principiul al II-lea al dinamicii: $\vec{T} + \vec{G} = m \cdot \vec{a}$. Se alege o axă Ox în sensul de mișcare și se proiectează relația vectorială. Scalar se obține: $T - mg = ma \Rightarrow T = m(g + a) = 3mg = 60\text{ N}$

$$\mathbf{b.} \quad a_{\max} = T_{\max} / m - g = 30\text{ m/s}^2$$

2.a. Omul apasă asupra podelei liftului cu o forță egală cu reacțiunea normală, astfel că pe baza principiilor mecanicii $\vec{N} + \vec{G} = m \cdot \vec{a}$. Prin proiecție pe Ox se obține: $N - mg = -ma \Rightarrow N = m(g - a) = 900\text{ N}$

b. Deoarece $N \geq 0 \Rightarrow m(g - a) \geq 0 \Rightarrow g \geq a \Rightarrow$ accelerarea maximă cu care poate cobori liftul pentru ca omul să mai apese pe podea este accelerarea gravitațională $g = 10\text{ m/s}^2$.

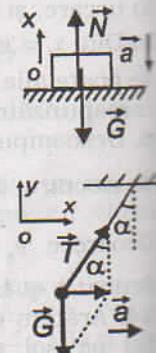


3. După reprezentarea forțelor, aplicăm principiul al II-lea al dinamicii. Vectorial se obține: $\vec{T} + \vec{G} = m \cdot \vec{a}$. Alegem un sistem de axe Ox și Oy și proiectăm pe aceste axe relația vectorială:

pe Ox : $T \sin \alpha = ma$ și pe Oy : $T \cos \alpha - mg = 0 \Rightarrow$

$$T \cos \alpha = mg \Rightarrow \tan \alpha = a/g \Rightarrow a = g \cdot \tan \alpha = 5,76\text{ m/s}^2$$

$$\text{Din } \cos \alpha = G/T \Rightarrow T = mg / \cos \alpha = 5,78\text{ N.}$$



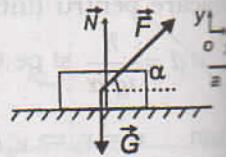
4. Pe baza desenului de la problema precedentă, proiectând relația vectorială $\vec{T} + \vec{G} = m \cdot \vec{a}$ pe axele Ox și Oy obținem: $T \sin \alpha = ma$ și $T \cos \alpha = mg$. Împărțim cele două relații și obținem: $\tan \alpha = a/g \Rightarrow a = 30^\circ$, iar din teorema lui Pitagora

$$T^2 = m^2 a^2 + m^2 g^2 \Rightarrow T = m \sqrt{a^2 + g^2} = 2,31\text{ N}$$

5. Reprezentăm forțele ce acționează asupra corpului și aplicăm principiul al II-lea al dinamicii, astfel că vectorial obținem: $\vec{F} + \vec{G} + \vec{N} = m \cdot \vec{a}$. Scalar prin proiecție pe axele de coordonate se obține:

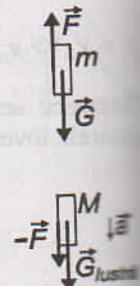
$$\text{pe } Ox: F \cos \alpha = ma \Rightarrow F = \frac{ma}{\cos \alpha} = 4\text{ N.}$$

$$\text{pe } Oy: N + F \sin \alpha = mg \Rightarrow N = mg - F \sin \alpha = 16,54\text{ N.}$$



6. Deoarece pisica rămâne în permanență la aceeași înălțime față de sol, ea se află în repaus, astfel că rezultanta forțelor este nulă. Asupra pisicii acționează atât greutatea G , ca rezultat al interacțiunii cu Pământul, cât și forța F , ca rezultat al interacțiunii pisicii cu lustra. Lustra împinge lustra în jos, conform principiului acțiunii și reacțiunii. Studiem repausul pisicii, astfel că rezultanta forțelor care acționează asupra acesteia este nulă. Vectorial: $\vec{F} + \vec{G} = 0$ și scalar: $F = mg = 20\text{ N}$

Reprezentăm forțele ce acționează asupra lustrăi și aplicăm



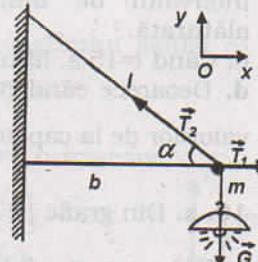
principiul al II-lea al dinamicii, astfel că vectorial obținem: $\vec{G}' + \vec{F} = m \cdot \vec{a}$. Scalar obținem: $G' + F = Ma \Rightarrow Mg + mg = Ma \Rightarrow a = \frac{(M+m)g}{M} = 15 \text{ m/s}^2$.

7. Deoarece lampa se află în repaus, rezultanta forțelor este nulă, conform principiului 1. Vectorial $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{G} = 0$. Proiectăm relația vectorială pe axe de coordonate: pe Ox : $T_1 - T_2 \cos \alpha = 0$ și pe Oy :

$$T_2 \sin \alpha - mg = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{mg}{\sin \alpha}.$$

$$\text{Din geometrie } \sin \alpha = \frac{\sqrt{\ell^2 - b^2}}{\ell} = \frac{3}{5} \Rightarrow T_2 = \frac{mgb}{\sqrt{\ell^2 - b^2}} = 100 \text{ N}$$

$$\text{și } T_1 = T_2 \cos \alpha = mg \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{mgb}{\sqrt{\ell^2 - b^2}} = 80 \text{ N.}$$



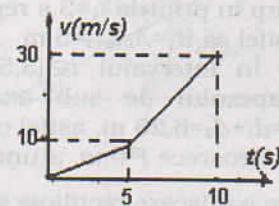
8.a. Pentru $t \in (0,5)\text{s}$, $F_1=10 \text{ N} \Rightarrow$ accelerarea este $a_1 = F_1/m = 2 \text{ m/s}^2$. Conform definiției accelerării: $a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{t}$, deoarece la momentul inițial $t_0=0$, $v_0=0 \Rightarrow v = a_1 t = 2t$, astfel că atunci când $t_1=5 \text{ s}$ $v_1 = a_1 t_1 = 10 \text{ m/s}$. Pentru $t \in (5,10)\text{s} \Rightarrow F_1=20 \text{ N} \Rightarrow a_2 = F_2/m = 4 \text{ m/s}^2$

Cum $a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_{02}}{t - t_{02}} \Rightarrow v = v_{02} + a_2(t - t_{02})$, unde

$$v_{02}=v_{1\max}=10 \text{ m/s și } t_{02}=5 \text{ s} \Rightarrow v=4t-10.$$

Când $t=10 \text{ s} \Rightarrow v=30 \text{ m/s}$.

Reprezentarea grafică a dependenței vitezei în raport cu timpul este redată în figura alăturată.



b. Distanța parcursă de corp în timpul este $d = v_m t_1$,

$$\text{deoarece } v_m = \frac{0 + v_1}{2} = \frac{v_1}{2} \Rightarrow d = \frac{v_1 t_1}{2} = \frac{a_1 t_1^2}{2} = 25 \text{ m}$$

c. Prin definiție $v_m = \frac{D}{\Delta t}$, unde D reprezintă distanța totală parcursă. Pe baza

interpretării grafice, deoarece viteză este reprezentată în funcție de timp, distanța parcursă se calculează prin aria de sub curba vitezei, astfel că:

$$D = A_{\text{triunghi}} + A_{\text{trapez}} = 25 \text{ m} + 100 \text{ m} = 125 \text{ m} \Rightarrow v_m = 12,5 \text{ m/s.}$$

9.a. Când $t \in (0,10)\text{s}$, $a_1=0,2 \text{ m/s}^2$, astfel că liftul are o mișcare uniform accelerată pornind din repaus. Pe baza reprezentării forțelor obținem $T_1 - mg = ma_1 \Rightarrow T_1 = m(g + a_1) = 5100 \text{ N}$. Când $t \in (10,20)\text{s}$, $a_2=0 \text{ m/s}^2$, astfel că liftul are o mișcare rectilinie și uniformă și $T_2=mg=5000 \text{ N}$. Când $t \in (20,25)\text{s}$, $a_3=-0,4 \text{ m/s}^2$, astfel că liftul are o mișcare uniform frânătă $T_3 = m(g + a_3) \Rightarrow T_3=4800 \text{ N}$.

b. $a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{t} \Rightarrow v = a_1 t = 0,2t$ când, $t \in (0,10)\text{s} \Rightarrow v_1=2 \text{ m/s}$ când $t_1=10 \text{ s}$

Când $t \in (10,20) \text{ s}$ corpul are o mișcare rectilinie și uniformă cu $v_1=2 \text{ m/s}$