ANDREI PETRESCU
ADRIANA GHIȚĂ
ANDREEA RODICA STERIAN

FIZICĂ

F1+F2

Manual pentru clasa a 12-a

F1: filiera teoretică / profil real / specializările: matematică-informatică și științe ale naturii;
filiera vocațională / profil militar MApN / specializarea: matematică-informatică;
F2: filiera tehnologică, pentru toate calificările cu 1-2 ore pe săptămână

Editura ALL

Manualul a fost aprobat prin Ordinul ministrului Educației, Cercetării și Tineretului nr. 1561/59 din 23.07.2007 în urma evaluării calitative și este realizat în conformitate cu programa analitică aprobată prin Ordin al ministrului Educației și Cercetării nr. 5959 din 22.12.2006

FIZICĂ – Manual pentru clasa a 12-a: F1+F2
Andrei PETRESCU, Adriana GHIȚĂ, Andreea Rodica STERIAN

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
PETRESCU, ANDREI
Fizică F1+F2 : manual pentru clasa a 12-a / Andrei Petrescu, Adriana Ghiță, Andreea Rodica Sterian. - București : ALL Educational, 2007
ISBN 978-973-684-661-8

I. Ghiță, Adriana
II. Sterian, Andreea Rodica

53(075.35)

Referenți: prof. univ. dr. **Ion Iorga - Simăn**
conf. univ. dr. **Sorin Anghel**

Redactor: **Ioana Plăvițu**
Coperta colecției: **Alexandru Novac**
Tehnoredactare: **Marcela Radu**

Editura **ALL EDUCATIONAL**: B-dul Constructorilor nr. 20 A, et. 3, sector 6, cod 060512 – București
Tel.: 402 26 00
Fax: 402 26 10

Departamentul distribuție: Tel.: 402 26 30, 402 26 34
Comenzi la: comenzi@all.ro
URL: www.all.ro

CUPRINS

I. TEORIA RELATIVITĂŢII RESTRÂNSE 5
1. Bazele teoriei relativităţii restrânse 5
1.1. Relativitatea clasică (Galilei-Newton) 5
1.2. Experimentul Michelson-Morley 8
2. Postulatele teoriei relativităţii restrânse. Transformările Lorentz. Consecinţe 11
2.1. Postulatele teoriei relativităţii restrânse 11
2.2. Transformările Lorentz 12
2.3. Consecinţe ale transformărilor Lorentz 13
3. Elemente de cinematică relativistă şi de dinamică relativistă 14
3.1. Compunerea vitezelor 14
3.2. Principiul fundamental al dinamicii 15
3.3. Relaţia masă-energie 16
II. ELEMENTE DE FIZICĂ CUANTICĂ 28
1. Efectul fotoelectric extern 28
1.1. Legile efectului fotoelectric extern 29
1.2. Ipoteza lui Planck. Ipoteza lui Einstein. 31
1.3. Interpretarea legilor efectului fotoelectric extern. Ecuaţia lui Einstein 31
2. (*) *Efectul Compton* 35
3. Ipoteza lui de Broglie. Difracţia electronilor. Aplicaţii 38
4. Dualismul undă-corpuscul 41
III. FIZICĂ ATOMICĂ 55
1. Spectre atomice 55
2. Experimentul Rutherford. Modelul planetar al atomului 58
3. Modelul Bohr 66
4. Experimentul Franck-Hertz 69
5. (*) *Atomul cu mai mulţi electroni* 71
6. Radiaţiile X 76
7. (*) *Efectul LASER* 80

IV. SEMICONDUCTOARE. APLICAŢII ÎN ELECTRONICĂ 100

1. Conducţia electrică în metale şi semiconductoare. Semiconductoare intrinseci şi extrinseci 100

2. Dioda semiconductoare. Redresarea curentului alternativ 107

3. (*) *Tranzistorul cu efect de câmp. Aplicaţii* 110

4. (*) *Circuite integrate* 111

V. FIZICĂ NUCLEARĂ 121

1. Proprietăţi generale ale nucleului atomic 121

1.1. Structura nucleului 121

1.2. Dimensiunile nucleelor 123

1.3. Masa nucleară 124

1.4. Sarcina electrică a nucleului 124

2. Energia de legătură a nucleului atomic. Stabilitatea nucleelor atomice 125

2.1. Forţe nucleare 125

2.2. Modele nucleare 126

2.3. Stabilitatea nucleelor atomice 127

3. Radioactivitatea. Legile dezintegrării radioactive 129

4. Interacţiunea radiaţiei nucleare cu substanţa. Detecţia radiaţiilor nucleare. Dozimetrie 138

5. Fisiunea nucleară. Reactorul nuclear 144

6. Fuziunea nucleară 145

7. (*) *Acceleratoare de particule* 147

8. (*) *Particule elementare* 148

Capitolul I

Teoria relativităţii restrânse

1. BAZELE TEORIEI RELATIVITĂŢII RESTRÂNSE

1.1. Relativitatea clasică (GALILEI-NEWTON)

Isaac NEWTON (1642–1727)
fizician, matematician,
astronom şi chimist englez.

După cum aţi observat, descrierea mişcării unui mobil, realizată de doi observatori aflaţi în mişcare unul faţă de celălalt, este diferită:

– pilotul unui avion vede copilotul în *repaus*;

– viteza unui avion faţă de aer (măsurată, de exemplu, cu un tub PRANDTL, pe baza legii lui BERNOULLI) *nu este aceeaşi* cu viteza avionului faţă de sol (măsurată de radarul turnului de control);

– dacă două avioane se îndreaptă unul spre altul cu viteze egale (măsurate faţă de aer), fiecare pilot va înregistra o *viteză dublă* a avionului din faţa sa.

Eppur si muove!

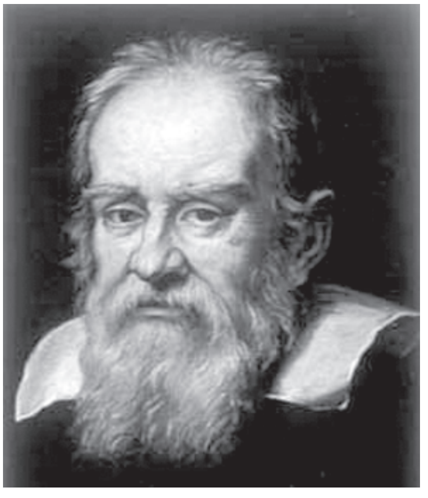
În secolul al XVI-lea era acceptată teoria geocentrică a lui PTOLEMEU, dar observaţiile astronomice ale lui TYCHO BRAHE şi ideile lui COPERNIC şi KEPLER sugerau că, de fapt, Pământul se *mişcă* în jurul Soarelui. GALILEI a încercat să impună concepţia heliocentrică, dar a întâmpinat două dificultăţi. *Prima:* biserica susţinea necondiţionat concepţia geocentrică; *a doua:* cei dispuşi să discute argumentau că dacă Pământul s-ar mişca, fenomenele mecanice s-ar desfăşura altfel.

Pentru a impune concepţia heliocentrică, GALILEI a arătat că variate experimente de mecanică (aruncări ale unor corpuri pe diferite direcţii, ciocnirea unor bile, oscilaţiile unui pendul etc.) se desfăşoară identic pe o navă care fie *se deplasează rectiliniu uniform* (faţă de o apă liniştită), fie *se află în repaus* (faţă de ţărm).

Studiind mişcarea unei bile pe o suprafaţă netedă, GALILEI a descoperit *principiul inerţiei*, enunţat mai târziu de NEWTON şi cunoscut sub numele de *Primul principiu al Mecanicii newtoniene*.

Reţineţi!

Referenţialele în care se verifică *principiul inerţiei* se numesc **referenţiale inerţiale (R.I.)**



Galileo GALILEI (1564–1642)
astronom, matematician şi fizician italian.

Generalizând rezultatele experimentelor sale, GALILEI a enunţat *principiul relativităţii clasice (galileene)*:

> Legile **mecanicii** au aceeaşi formă în **orice** referenţial inerţial.

Experimentaţi!

Pentru a verifica *Principiul relativităţii clasice*, efectuaţi experimentul următor.

Luaţi o minge, aruncaţi-o vertical în sus şi prindeţi-o când recade, fără a deplasa mâna cu care aţi aruncat-o.

Începeţi să vă deplasaţi în *linie dreaptă*, cu *viteză constantă* şi, după primii câţiva paşi, aruncaţi mingea cu aceeaşi mişcare ca înainte.

Observaţi că, deşi acum vă deplasaţi faţă de sol, reuşiţi să prindeţi mingea ca şi în cazul anterior, când eraţi *în repaus*.

Transformările GALILEI-NEWTON

Reluaţi experimentul şi cereţi ajutorul colegilor. Rugaţi un coleg *C* să urmărească mişcarea mingii stând *nemişcat* la câţiva paşi de linia pe care vă deplasaţi şi alt coleg *C′* să urmărească mişcarea mingii în timp ce el se deplasează rectiliniu uniform (pe o direcţie paralelă cu cea pe care vă deplasaţi dumneavoastră).

Cum vor descrie cei doi elevi mişcarea mingii?

Ambii vor observa o aruncare sub un unghi, dar vitezele de lansare şi unghiurile respective vor fi *diferite*.

Pentru a putea descrie corect mişcarea unui corp, văzută din referenţiale inerţiale *diferite*, va trebui să alegem (în *fiecare* referenţial inerţial) câte un sistem de *axe de coordonate*; fiecare observator va descrie mişcarea în raport cu propriul referenţial, folosind sistemul de axe ales. Evident, valorile coordonatelor şi ale proiecţiilor vitezei vor fi *diferite*, dar (după cum ne-au sugerat experimentele realizate) legile mişcării vor rămâne neschimbate *ca formă*.

Folosind principiul relativităţii galileene, NEWTON a scris relaţiile matematice dintre coordonatele unui mobil studiat de doi *observatori inerţiali*.

Să considerăm două *referenţiale inerţiale* $\mathfrak{R}$ şi $\mathfrak{R}'$ în care alegem, respectiv, câte un sistem rectangular de axe de coordonate (*Oxyz* şi *O'x'y'z'*) şi câte un sistem de măsurat timpul (t şi t') (fig. 1.1).

Facem următoarele ipoteze:

– $\mathfrak{R}'$ are faţă de $\mathfrak{R}$ viteza constantă $\vec{v}$, iar $\mathfrak{R}$ faţă de $\mathfrak{R}'$, viteza $\vec{v}' = -\vec{v}$;

– duratele şi distanţele se măsoară (în $\mathfrak{R}$ şi în $\mathfrak{R}'$) cu etaloane *identice* din punct de vedere fizic;

– *Ox* are orientarea lui $\vec{v}$, iar *Ox, Oy, Oz* şi *O'x', O'y', O'z'* sunt, respectiv, paralele şi de acelaşi sens;

– la momentele $t = t' = 0$, originile O şi O' coincid.

Un eveniment care se petrece într-*un punct* anume, la un anumit *moment de timp,* este numit *eveniment spaţio-temporal* şi va fi reperat faţă de $\mathfrak{R}$ şi $\mathfrak{R}'$ prin cuadrupletele (x, y, z, t), respectiv, (x', y', z', t').

Reţineţi!

Referenţialele inerţiale se deplasează unul faţă de altul *rectiliniu uniform*. De aceea, referenţialele care se mişcă accelerat (de ex. se *rotesc*) în raport cu un R.I. sunt referenţiale neinerţiale (în acestea *nu* se verifică principiul inerţiei!).

Temă experimentală

Modificaţi experimentul astfel: imediat după aruncarea mingii în sus, *opriţi-vă*!

– Cum trebuie să procedaţi acum pentru a prinde mingea?

– Ce s-ar întâmpla dacă, imediat după aruncarea mingii, aţi începe să vă deplasaţi *mai repede* sau v-aţi schimba *direcţia de mişcare*?

Atenţie!

NEWTON era adeptul ideii că timpul este *absolut* (adică *nu depinde* de referenţialul ales) astfel încât el nu a inclus *timpul* în ecuaţiile transformărilor; noi vom face acest lucru, pentru a putea *compara* aceste relaţii cu cele scrise de EINSTEIN, în cadrul *Teoriei relativităţii restrânse.*

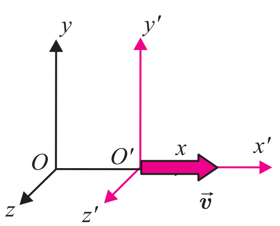


Fig. 1.1.

Relaţiile dintre aceste cuadruplete reprezintă *transformările* GALILEI-NEWTON (de la $\mathfrak{R}$ la $\mathfrak{R}'$ sau *invers*, de la $\mathfrak{R}'$ la $\mathfrak{R}$) şi pot fi deduse urmărind figura 1.2:

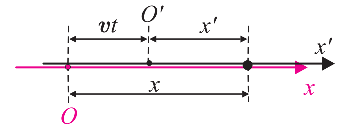


Fig. 1.2.

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases} \quad \text{şi} \quad \begin{cases} x = x' + vt' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases} \qquad (1.1)$$

Într-un caz mai general (viteza $\vec{v}$ *are orientare oarecare* ca în fig. 1.3), relaţiile se pot scrie sub forma:

$$\begin{cases} \vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{v}t \\ t' = t \end{cases} \quad \text{şi} \quad \begin{cases} \vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{v}t' \\ t = t' \end{cases}$$

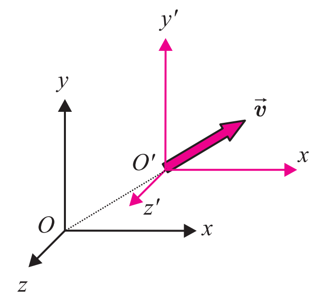


Fig. 1.3.

Consecinţe ale principiului relativităţii clasice

Utilizând transformările GALILEI-NEWTON, se pot deduce, prin *calcul direct*, unele consecinţe ale principiului relativităţii clasice.

- *Distanţa* dintre două puncte este *invariantă*:

$$d' = \left| \vec{r}_2\,'(t') - \vec{r}_1\,'(t') \right| = \left| \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \right| = d.$$

- *Durata* unui fenomen este *invariantă*: $\tau' = t_2' - t_1' = t_2 - t_1 = \tau$.
- *Viteza* unui mobil se schimbă, la trecerea de la $\mathfrak{R}$ la $\mathfrak{R}'$ sau invers, conform relaţiilor: $\vec{u}\,' = \vec{u} - \vec{v}$ şi, invers, $\vec{u} = \vec{u}\,' + \vec{v}$.
- *Acceleraţia* unui mobil este *invariantă*: $\vec{a}\,' = \dfrac{d\vec{u}\,'}{dt'} = \dfrac{d\vec{u}}{dt} = \vec{a}$.
- *Forţa* care acţionează asupra unui corp este *invariantă*:

$$\vec{F}\,' = m\vec{a}\,' = m\vec{a} = \vec{F}.$$

Reţineţi!

Folosind relaţiile de transformare a coordonatelor stabilite pe baza principiului relativităţii clasice (GALILEI-NEWTON), *distanţa* dintre două puncte şi *durata* unui fenomen nu se schimbă prin trecerea de la un referenţial inerţial la altul, adică *rămân invariante*), iar *vitezele* unui mobil faţă de fiecare dintre cei doi observatori sunt legate prin relaţia $\vec{u}\,' = \vec{u} - \vec{v}$ (şi invers, $\vec{u} = \vec{u}\,' + \vec{v}$) (fig. 1.4).

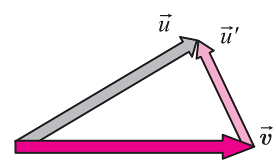
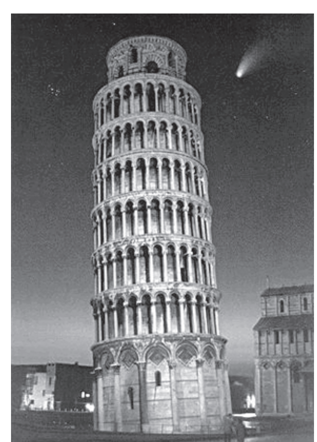


Fig. 1.4.

Observaţie:

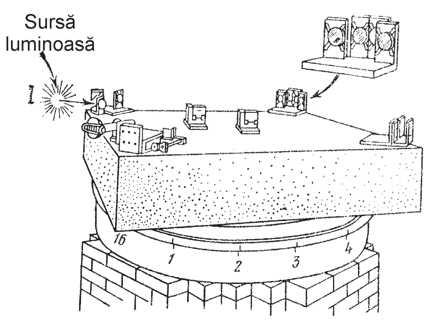
GALILEI a studiat *căderea liberă* lăsând să cadă din *Turnul înclinat din Pisa* corpuri cu mase diferite şi măsurând durata căderii. Deşi a observat, probabil, că toate corpurile sunt *deviate* spre *răsărit*, nu a atras atenţia asupra acestei constatări, care indica faptul că Pământul nu este, de fapt, un referenţial *riguros* inerţial.


Turnul înclinat din Pisa

Temă de reflecţie

Amintiţi-vă alte dovezi ale faptului că Pământul nu reprezintă un referenţial inerţial, pe care le-aţi studiat, în clasele anterioare, la *geografie* sau la *fizică*.

Albert Abraham MICHELSON
(1852–1931), fizician, chimist
şi astronom american.



Dispozitivul experimental utilizat
de MICHELSON şi MORLEY

Edward Williams MORLEY
(1838–1923)
fizician şi chimist american.

1.2. Experimentul MICHELSON-MORLEY

La sfârşitul secolului al XIX-lea a apărut o problemă care a zdruncinat temeliile *fizicii clasice*: principiul relativităţii galileene se părea că *nu* poate fi extins asupra *tuturor* fenomenelor fizicii (în particular asupra fenomenelor *electromagnetice*).

Pentru explicarea faptului că lumina, care s-a dovedit că este o undă *transversală*, se propagă prin spaţiul cosmic, fizicienii au introdus un *model*: tot spaţiul este ocupat de un mediu cu proprietăţi contradictorii (foarte rarefiat, pentru a *nu influenţa* vizibil mişcarea corpurilor celeste, dar rigid, pentru a *permite* propagarea undelor luminoase, transversale) numit *eter*.

Modelul introdus a creat o nouă problemă: în ce măsură eterul este antrenat de corpurile în mişcare? Au fost emise mai multe ipoteze:

– eterul este antrenat *parţial* (FRESNEL – 1818);

– eterul este *total* antrenat (STOKES – 1845, HERTZ – 1890);

– eterul este în *repaus* (LORENTZ – 1892).

Presupunând că eterul nu este antrenat de corpurile în mişcare şi că putem aplica propagării luminii *transformările* GALILEI-NEWTON, ar trebui să putem măsura, prin experimente de optică sau de electromagnetism, viteza $\vec{v}$ a Pământului faţă de acest mediu ipotetic; fizicienii au numit acest fenomen *vânt eteric*.

Intervalul de timp $\Delta t_{\parallel}$ necesar unui fascicul îngust de lumină pentru a parcurge *dus–întors* o distanţă l paralelă cu viteza $\vec{v}$ a Pământului ar trebui să difere de intervalul de timp corespunzător cazului în care Pământul ar fi în repaus faţă de eter:

$$\Delta t_0 = \frac{2l}{c}, \tag{1.2}$$

$$\Delta t_{\parallel} = \frac{l}{c+v} + \frac{l}{c-v} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1-\beta^2} = \frac{\Delta t_0}{1-\beta^2}, \tag{1.3}$$

unde am notat viteza luminii în vid cu c, raportul v/c cu β, şi am aplicat regula clasică de compunere a vitezelor, dedusă anterior pe baza *transformărilor* GALILEI-NEWTON (1.1).

Pământul se mişcă faţă de Soare cu aproximativ 30 km/s, deci $\beta^2 \simeq 10^{-8}$; de aceea, diferenţa presupusă dintre cele două intervale este foarte mică şi *nu* poate fi măsurată direct.

MICHELSON şi MORLEY (1881–1891) au avut ideea să folosească un al doilea fascicul, care să se propage pe aceeaşi distanţă l, dar pe o direcţie perpendiculară pe viteza Pământului.

De asemenea, intervalul de timp $\Delta t_{\perp}$ necesar fasciculului de lumină să parcurgă *dus-întors* drumul de la O la O_2 şi înapoi (adică braţul interferometrului perpendicular pe $\vec{v}$) ar trebui să difere (conform teoriei clasice) de intervalul de timp $\Delta t_0 = 2l/c$ corespunzător cazului în care Pământul ar fi în repaus faţă de eter: lumina trebuie să parcurgă de fapt distanţa $2 \cdot c\dfrac{\Delta t_{\perp}}{2}$ în timp ce Pământul se deplasează cu $2 \cdot v\dfrac{\Delta t_{\perp}}{2}$ (fig. 1.5). Utilizând teorema lui Pitagora, obţinem:

$$\Delta t_{\perp} = 2 \cdot \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (1.4)$$

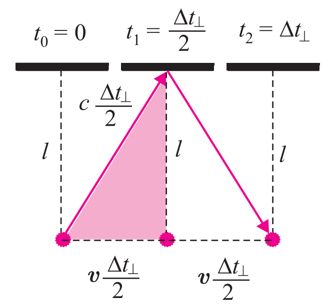


Fig. 1.5.

Diferenţa Δt dintre cele două intervale de timp, $\Delta t_{\parallel}$ şi $\Delta t_{\perp}$ ar trebui să fie, conform calculelor anterioare,

$$\Delta t = \Delta t_{\parallel} - \Delta t_{\perp} = \frac{\Delta t_0}{1-\beta^2} - \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \simeq \Delta t_0 \frac{\beta^2}{2}, \qquad (1.5)$$

unde, pentru $|x| \ll 1$ şi $r \in \mathbb{R}$, am aproximat $(1 + x)^r \simeq 1 + rx$.

Dispozitivul construit de cei doi este un interferometru: fasciculul coerent de lumină provenind de la sursa S (fig. 1.6) este împărţit în două fascicule perpendiculare de oglinda semitransparentă O (aşezată la 45° faţă de direcţia fasciculului).

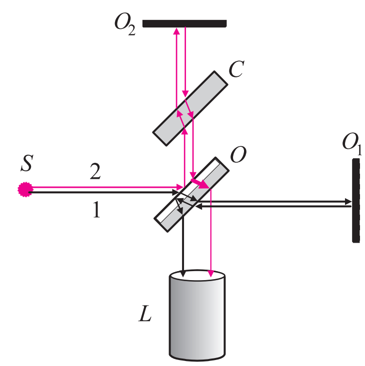


Fig. 1.6.
Schema interferometrului Michelson (separarea razelor este exagerată)

Aceste două fascicule coerente sunt reflectate de oglinzile O_1 şi O_2 (plasate perpendicular pe direcţia fiecărui fascicul), ajung înapoi la O şi apoi pătrund împreună în luneta de observaţie L.

Rolul lamei transparente C este de a compensa drumurile optice ale celor două raze (raza 1 străbate de trei ori oglinda semitransparentă O, pe când raza 2 străbate această oglindă o singură dată).

Observarea franjelor de interferenţă se datorează diferenţei de drum optic dintre cele două raze dar, conform teoriei clasice, poziţia franjelor ar trebui să difere în cazul în care Pământul se deplasează prin eter, faţă de cazul în care această mişcare nu ar exista.

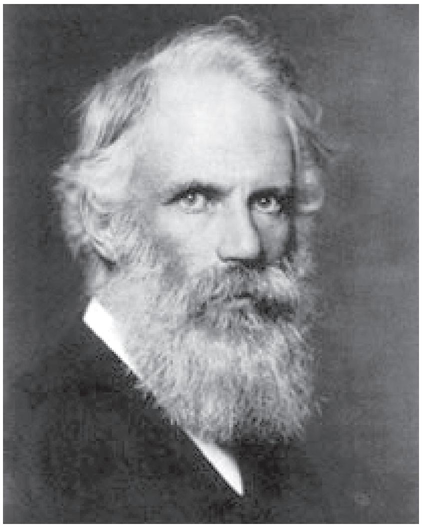
Diferenţa respectivă era prea mică pentru a fi pusă în evidenţă cu acest interferometru, de aceea Michelson şi Morley au procedat cu ingeniozitate: un braţ al interferometrului a fost orientat pe direcţia mişcării Pământului şi s-a observat poziţia franjelor de interferenţă formate, apoi s-a rotit cu 90° dispozitivul (care era aşezat pe o baie de mercur) şi s-a observat noua poziţie a franjelor.

Temă

1) Pentru a înţelege ideea care a stat la baza experimentului Michelson-Morley, urmăriţi simularea virtuală de la adresa de internet:
➤ http://galileoandeinstein.physics.virginia.edu/more_stuff/flashlets/mmexpt6.htm

2) Construieşte-ţi propriul interferometru Michelson-Morley:
➤ http://www.ligo-wa.caltech.edu/teachers_corner/lessons/IFO_9t12.html

Indiferent care ar fi fost poziţia iniţială a franjelor, la rotirea interferometrului cu 90° diferenţa de drum îşi schimbă semnul, astfel încât franjele ar trebui să se deplaseze corespunzător unei diferenţe de drum duble, $2c\Delta t$. Deplasarea relativă p a franjelor ar trebui să fie, corespunzător:



George Francis **FITZGERALD** (1851–1901), fizician irlandez.

$$p = \frac{2c\Delta t}{\lambda} \simeq \frac{2c\Delta t_0}{\lambda} \cdot \frac{\beta^2}{2} = \frac{2l\beta^2}{\lambda}. \qquad (1.6.)$$

În cazul experimentului din 1891, lungimea braţelor interferometrului era $l = 11$ m (obţinută prin reflexii succesive ale celor două fascicule), lungimea de undă a radiaţiei folosite era $\lambda = 590$ nm, iar β^2 are valoarea 10^{-8}; cu acestea, rezultă:

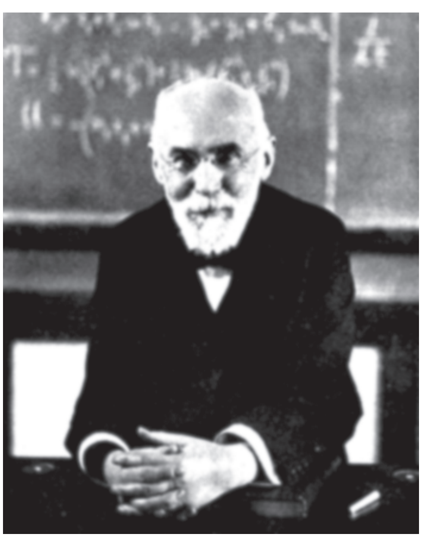
$$p \simeq \frac{2 \cdot 11 \cdot 10^{-8}}{590 \cdot 10^{-9}} \cdot 100\% \simeq 37\%,$$

adică o valoare observabilă cu mare uşurinţă (în fapt, interferometrul permitea detectarea unei deplasări de o sută de ori mai mică).

Michelson şi Morley au repetat experimentul în decursul următorilor 10 ani şi, de fiecare dată, rezultatul a fost *negativ*! Aceasta ne arată că cel puţin una dintre ipotezele făcute nu a fost corectă. Pentru a explica acest rezultat negativ, au fost considerate mai multe ipoteze.

Michelson însuşi a considerat că absenţa „vântului eteric” arată că eterul este total antrenat, ipoteză în dezacord cu mai multe fapte experimentale cunoscute la vremea respectivă.

Cea mai interesantă a fost ipoteza avansată de Fitzgerald şi Lorentz, care au arătat că rezultatul negativ ar putea fi explicat admiţând că braţul interferometrului *orientat pe direcţia vitezei* Pământului se scurtează cu factorul $\sqrt{1-\beta^2}$:



Hendrik Antoon LORENTZ (1853–1928), fizician olandez, laureat al premiului NOBEL (1902).

$$l'_{\parallel} = l_{\parallel}\sqrt{1-\beta^2}, \qquad (1.7)$$

dar nimeni nu a putut indica o cauză fizică pentru a explica această „contracţie” a lungimii.

Singurul care a reuşit să explice corect fenomenul a fost Albert Einstein. Pentru aceasta însă, el a fost nevoit să iasă din cadrul fizicii clasice şi să construiască o nouă teorie, *Teoria relativităţii restrânse* (TRR).

Această teorie este remarcabilă pentru că nu mai face apel la modelul contradictoriu al eterului şi reuşeşte să explice fenomenele evidenţiate până atunci bazându-se doar pe două *postulate*, uşor de enunţat, dar mai greu de acceptat!

2. POSTULATELE TEORIEI RELATIVITĂŢII RESTRÂNSE. TRANSFORMĂRILE LORENTZ. CONSECINŢE

2.1. Postulatele teoriei relativităţii restrânse

La începutul secolului al XX-lea, fizica era pusă în faţa unei contradicţii: conform legii clasice de compunere a vitezelor (dedusă pe baza transformărilor GALILEI-NEWTON), lumina ar fi trebuit să aibă viteze diferite în raport cu două referenţiale inerţiale diferite, dar această presupunere ducea la concluzii aflate în dezacord evident cu rezultatele experimentale (în particular, cu experimentul MICHELSON).

Analizând toate rezultatele cunoscute, Albert EINSTEIN (1905) a ajuns la concluzia că mecanica newtoniană, bazată pe ideea timpului absolut, nu se poate aplica fenomenelor care comportă mişcări cu viteze apropiate de viteza luminii (de exemplu, fenomenelor optice sau celor electromagnetice).

Analizând noţiunea de *simultaneitate*, el a arătat că sincronizarea ceasurilor a doi observatori inerţiali (A şi B) aflaţi în mişcare relativă trebuie făcută cu ajutorul unui semnal luminos, deoarece:

– nicio interacţiune nu se poate transmite cu viteză infinită;

– nu s-au observat viteze mai mari decât viteza luminii în vid.

Această metodă se bazează pe ipoteza (verificată în toate experimentele cunoscute) că valoarea vitezei luminii în vid *nu* depinde de mişcarea relativă a observatorului şi a sursei.

Generalizând observaţiile experimentale, EINSTEIN a enunţat, în 1905, două *postulate*; astfel el a elaborat o nouă teorie, diferită de teoriile clasice, numită *Teoria relativităţii restrânse*. Prin aceasta, el a extins principiul relativităţii clasice (galileene) de la *fenomenele mecanice* la *toate fenomenele fizice*.

Cele două postulate pot fi enunţate astfel:

Primul postulat

Legile **fizicii** au *aceeaşi formă* în orice *referenţial inerţial.*

Al doilea postulat

Viteza luminii în **vid** are *aceeaşi valoare* în orice *referenţial inerţial*.

Aceste postulate *nu* conţin ipoteza *timpului absolut* şi pleacă de la premisa că nu există un *observator privilegiat*; altfel spus, *timpul* şi *spaţiul* sunt *relative*, adică depind de *observator*.

O consecinţă evidentă, dar în totală contradicţie cu fizica clasică, este că un observator faţă de care o sursă de lumină *se deplasează*, va înregistra *aceeaşi* valoare a vitezei luminii în vid ca şi în cazul în care sursa ar fi fost *în repaus*.

Albert EINSTEIN
(1879–1955)
fizician americano-elveţian
de origine germană.

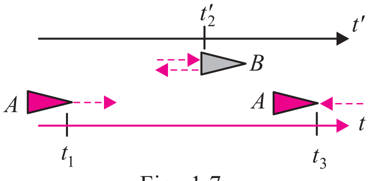


Fig. 1.7.

Sincronizarea ceasornicelor

La momentul t_1, observatorul A trimite (prin vid) un semnal luminos spre B; acesta recepţionează semnalul la momentul t_2' (măsurat cu ceasul aflat în repaus faţă de referenţialul său) şi îl retrimite spre A fără întârziere; A recepţionează semnalul reflectat de B la momentul t_3 (fig. 1.7).

Ceasurile se consideră sincronizate dacă $t_2' = \dfrac{t_1 + t_3}{2}$.

Observatorul B va proceda analog.

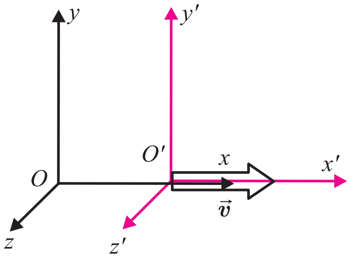


Fig. 1.8.

Cum pot fi deduse transformările LORENTZ speciale (relaţiile 1.8)?

Presupunem că transformările de coordonate dintre cele două sisteme inerţiale considerate sunt *liniare*, adică sunt de forma: $x' = A\,x + B\,t + C$, $ct' = M\,x + N\,ct + P$ şi, $x = A'x' + B'ct' + C'$, $ct = M'x' + N'ct' + P'$ (unde A, B, … C' sunt constante şi unde am ţinut seama de postulatul *constanţei vitezei luminii*: $c' = c$)

Urmărim cum se schimbă coordonatele unor evenimente uşor de descris în ambele referenţiale:

– considerând evenimentul origine, rezultă imediat $C = P = C' = P' = 0$;

– considerând evenimente care se produc în originea fiecărui sistem de coordonate al un moment dat, deducem $B = -A\beta$, $N = -M\beta$, $B' = A'\beta$, $N' = M'\beta$.

– considerând un semnal luminos care pleacă din originea fiecărui referenţial, deducem $N = -A$ şi $N' = -A'$.

– aplicând primul postulat al teoriei relativităţiirestrânse, conform căruia *forma legilor fizicii este aceeaşi în orice referenţial inerţial*, obţinem $A = A' = \gamma$.

Înlocuind aceste valori în relaţiile pe care le-am scris iniţial, obţinem formulele 1.8.

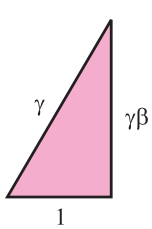


Fig. 1.9.

Matricele transformărilor LORENTZ speciale sunt *inverse* una alteia (adică produsul lor este egal cu matricea unitate) şi fiecare dintre ele are determinantul egal cu unitatea: după cum se poate verifica uşor, $\gamma^2(1 - \beta^2) = 1$ (vezi interpretarea grafică din fig. 1.9)

2.2. Transformările LORENTZ

Ca şi în cazul transformărilor GALILEI-NEWTON, vom considera două referenţiale inerţiale $\mathfrak{R}$ şi $\mathfrak{R}'$ în care stabilim câte un sistem triortogonal de axe de coordonate ($Oxyz$, respectiv $O'x'y'z'$) şi câte un sistem de măsurat timpul (t, respectiv t') (fig. 1.8):

– cele două referenţiale se deplasează unul faţă de altul cu viteză constantă: $\mathfrak{R}'$ se deplasează faţă de $\mathfrak{R}$ cu viteza $\vec{v}$, iar $\mathfrak{R}'$ faţă de $\mathfrak{R}'$ cu viteza $\vec{v}' = -\vec{v}$;

– în referenţialele $\mathfrak{R}$ şi $\mathfrak{R}'$, duratele şi distanţele se măsoară cu etaloane (de timp, respectiv de lungime) *identice* din punct de vedere fizic;

– axa $O'x'$ are orientarea lui $\vec{v}$, iar Ox, Oy, Oz şi $O'x'$, $O'y'$, $O'z'$ sunt, respectiv, paralele şi de acelaşi sens;

– la momentele $t = t' = 0$, cele două origini (O şi O') coincid;

– un eveniment spaţio-temporal este reperat faţă de $\mathfrak{R}$ şi $\mathfrak{R}'$ prin cuadrupletele de numere (x, y, z, t) şi, respectiv, (x', y', z', t').

Considerând că relaţiile între (x, y, z, t) şi (x', y', z', t') sunt *liniare* şi aplicând în mod consecvent postulatele teoriei relativităţii, vom găsi transformările LORENTZ speciale.

Aceste relaţii au fost scrise de LORENTZ (care s-a bazat pe ipoteza contracţiei), dar deducerea lor riguroasă nu se poate face decât în cadrul teoriei einsteiniene. Notând:

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c},\quad \left|\vec{\beta}\right| < 1 \text{ şi } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}},\ \gamma \geq 1 \text{ (fig. 1.9), obţinem:}$$

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - \beta ct) \\ y' = y \\ z' = z \\ ct' = \gamma(ct - \beta x) \end{cases} \text{ şi, invers, } \begin{cases} x = \gamma(x' + \beta ct') \\ y = y' \\ z = z' \\ ct = \gamma(ct' + \beta x') \end{cases}, \qquad (1.8)$$

Principiul de corespondenţă. La viteze $v \ll c$ ale sistemelor, grupul transformărilor LORENTZ se reduce la transformările GALILEI-NEWTON, astfel încât cele două teorii, newtoniană şi relativistă, conduc la acelaşi rezultat. Aşa se explică validitatea rezultatelor obţinute în mecanica clasică.

Exerciţii

1. Verificaţi că, pentru viteze mici, transformările LORENTZ speciale se reduc la transformările GALILEI-NEWTON.

2. Verificaţi că transformările LORENTZ speciale pot fi scrise matriceal sub forma:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ ct' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma\beta & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ ct \end{pmatrix} \text{ sau } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ ct \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & \gamma\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \gamma\beta & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ ct' \end{pmatrix}.$$

2.3. Consecinţe ale transformărilor LORENTZ

Transformările LORENTZ speciale sunt o consecinţă directă a postulatelor *Teoriei Relativităţii Restrânse*. Odată stabilită forma acestor transformări, consecinţele acestora pot fi deduse prin calcul direct, ca şi în cazul transformărilor GALILEI-NEWTON.

Relativitatea simultaneităţii a două evenimente care nu se petrec în acelaşi loc

Dacă evenimentele sunt simultane în $\mathfrak{R}$, adică $\Delta t = 0$, atunci obţinem $\Delta t' = -\gamma\vec{\beta}\cdot\Delta\vec{r} \neq 0$, adică evenimentele nu vor mai fi simultane faţă de observatorul din $\mathfrak{R}'$ (pentru că evenimentele nu se petrec în acelaşi loc, $\Delta\vec{r} \neq 0$). Analog, pentru $\Delta t' = 0$, obţinem $\Delta t = \gamma\vec{\beta}\cdot\Delta\vec{r}\,' \neq 0$.

Dilatarea duratei unui fenomen care se produce într-un anumit loc

Fie $\Delta t = \tau_0$ durata unui fenomen care se desfăşoară într-un punct fix faţă de $\mathfrak{R}$ (adică $\Delta\vec{r} = 0$); atunci, observatorul din $\mathfrak{R}'$ va înregistra o durată $\Delta t' = \tau = \dfrac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta}} > \tau_0 = \Delta t$. Analog, dacă $\Delta t' = \tau_0$ şi $\Delta\vec{r}\,' = 0$, atunci $\Delta t = \tau = \dfrac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}} > \tau_0$. În acord cu primul postulat, *ambii* observatori înregistrează o „dilatare” a duratei fenomenului.

Contracţia lungimii unui segment paralel cu direcţia vitezei relative $\vec{v}$

Fie $l_0 = |x'_2 - x'_1|$ lungimea unei rigle aşezate pe direcţia axei $O'x'$; coordonatele x'_1 şi x'_2 pot fi măsurate oricând, deoarece rigla este în repaus faţă de $\mathfrak{R}'$. Dacă l este lungimea măsurată de observatorul solidar cu $\mathfrak{R}$, faţă de care rigla se află în mişcare, atunci $l = |x_2(t) - x_1(t)|$, dar coordonatele x_1 şi x_2 trebuie să fie măsurate în *acelaşi* moment t, adică trebuie să avem $0 = c\Delta t' + \beta\Delta x'$; cu aceasta, găsim uşor: $l = |x_2(t) - x_1(t)| = \gamma l_0(1-\beta^2) = l_0\sqrt{1-\beta^2} < l_0$. În acelaşi mod, pentru $l_0 = |x_2 - x_1|$ obţinem relaţia $l = |x'_2(t') - x'_1(t')| = = l_0\sqrt{1-\beta^2}$.

În acord cu primul postulat, *ambii* observatori înregistrează o „contracţie” a riglei.

Dacă viteza $\vec{v}$ cu care se deplasează $\mathfrak{R}'$ faţă de $\mathfrak{R}$ are o orientare oarecare în raport cu axele de coordonate, transformările LORENTZ se pot scrie, mai general, sub forma:

$$\begin{cases} \vec{r}\,' = \gamma\left(\vec{r} - \vec{\beta}ct\right) + (\gamma-1)\left[\dfrac{\left(\vec{\beta}\cdot\vec{r}\right)}{\beta^2}\vec{\beta} - \vec{r}\right] \\ ct' = \gamma\left(ct - \vec{\beta}\cdot\vec{r}\right) \end{cases}$$

sau

$$\begin{cases} \vec{r} = \gamma\left(\vec{r}\,' + \vec{\beta}ct'\right) + (\gamma-1)\left[\dfrac{\left(\vec{\beta}\cdot\vec{r}\,'\right)}{\beta^2}\vec{\beta} - \vec{r}\,'\right] \\ ct = \gamma\left(ct' + \vec{\beta}\cdot\vec{r}\,'\right) \end{cases}$$

Conservarea lungimii segmentelor perpendiculare pe direcţia vitezei relative $\vec{v}$

Folosind transformările LORENTZ, acest fapt se obţine imediat. Dacă $l_0 = |y'_2 - y'_1|$, atunci $l = |y_2(t) - y_1(t)| = l_0$ şi dacă $l_0 = |y_2 - y_1|$, atunci $l = |y'_2(t') - y'_1(t')| = l_0$.

Această concluzie poate fi obţinută şi prin următorul raţionament: dacă observatorii din $\mathfrak{R}$ şi din $\mathfrak{R}$’ ar trece unul pe lângă altul (cu viteza constantă $\vec{v}$), ei ar putea să compare lungimile unor rigle perpendiculare pe direcţia vitezei $\vec{v}$ (de exemplu, trasând un semn pe acestea în momentul întâlnirii); dar conform primului postulat, ambii ar trebui să observe acelaşi lucru (fie o alungire, fie o scurtare a riglei celuilalt); dacă semnele de pe riglă nu ar coincide, acest lucru nu ar fi posibil (un observator ar observa o alungire, iar celălalt, o scurtare).

3. ELEMENTE DE CINEMATICĂ RELATIVISTĂ ŞI DE DINAMICĂ RELATIVISTĂ

3.1. Compunerea vitezelor

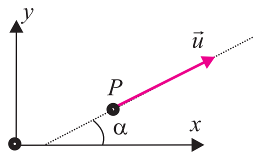


Fig. 1.10.

Compunerea vitezelor se face după o regulă mai complicată: se schimbă atât valorile componentei *paralele* cu viteza relativă, cât şi a celor *perpendiculare* pe aceasta.

Fie $\vec{u}$ viteza unui mobil în raport cu referenţialul $\mathfrak{R}$ şi $\vec{u}'$ viteza aceluiaşi mobil faţă de referenţialul $\mathfrak{R}'$. Conform definiţiei vitezei şi în acord cu primul postulat al *TRR*, se poate scrie:

$$u_x = \frac{dx}{dt},\ u_y = \frac{dy}{dt},\ u_z = \frac{dz}{dt} \text{ şi } u'_{x'} = \frac{dx'}{dt'},\ u'_{y'} = \frac{dy'}{dt'},\ u'_{z'} = \frac{dz'}{dt'}.$$

Folosind transformările LORENTZ, găsim imediat:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}},\quad u'_y = \frac{u_y\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{u_x v}{c^2}},\quad u'_z = \frac{u_z\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \quad \text{şi}$$

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}},\quad u_y = \frac{u'_y\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}},\quad u_z = \frac{u'_z\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}}. \tag{1.9}$$

Considerând, de exemplu, că $u'_x = c$ (adică un semnal luminos emis în $\mathfrak{R}'$), găsim (în acord cu postulatul constanţei vitezei luminii

în vid): $u_x = \dfrac{c + v}{1 + \dfrac{c \cdot v}{c^2}} = \dfrac{c + v}{\dfrac{c + v}{c}} = c$.

Atenţie! Aceasta nu este o *demonstraţie* a constanţei vitezei luminii, ci doar un calcul care arată că teoria este autoconsistentă (am regăsit ceea ce am postulat).

Exemplu numeric

Considerând valorile:

$u'_x = 0{,}8\ c,\ u'_y = 0{,}5\ c,\ u'_z = 0$

$v = 0{,}2\ c$ şi

folosind relaţiile stabilite, găsim:

$u_x = 0{,}86\ c,\ u_y = 0{,}42\ c,\ u_z = 0.$

De asemenea, se schimbă şi unghiul dintre direcţia de mişcare a mobilului şi viteza relativă a referenţialelor:

tg $\alpha = 0{,}488$ şi $\alpha = 26°$ (fig. 1.10).

tg $\alpha' = 0{,}625$ şi $\alpha' = 32°$ (fig. 1.11) şi

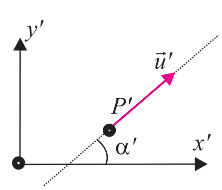


Fig. 1.11.

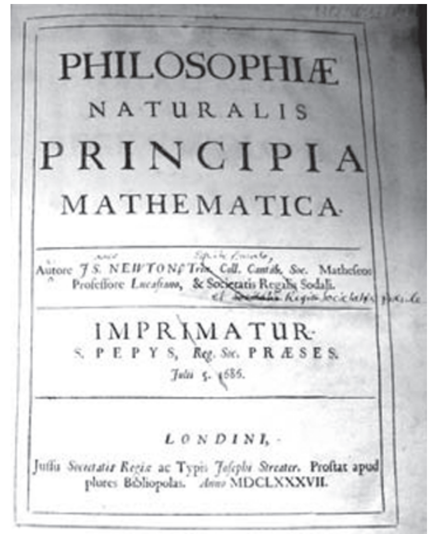
Exerciţiu

Verificaţi că, în cazul în care vitezele implicate sunt mult mai mici decât viteza luminii în vid c, formulele relativiste devin relaţiile clasice (GALILEI-NEWTON) de compunere a vitezelor.

3.2. Principiul fundamental al dinamicii

În celebra sa lucrare *Principiile matematice ale filosofiei naturii*, Newton a enunţat principiul fundamental al mecanicii sub forma $\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$, unde $\vec{p} = m\vec{v}$ este impulsul punctului material.

În cazul în care masa este constantă (adică nu depinde de viteză), relaţia se poate scrie sub forma cunoscută $\vec{F} = m\vec{a}$. Newton a preferat prima formă, deoarece există posibilitatea ca masa să se modifice din considerente mecanice în cursul mişcării (de exemplu, masa unei rachete purtătoare scade pe măsură ce combustibilul arde).


PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore J S. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

Pagina de titlu a lucrării lui **Isaac NEWTON**.

Variaţia relativistă a masei cu viteza

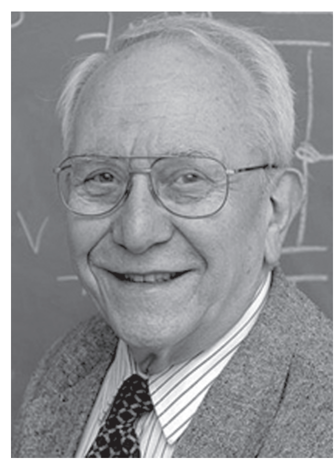
Plecând de la postulatele *TRR*, Einstein a arătat însă că proprietăţile inerţiale ale unui corp depind de referenţialul faţă de care se studiază mişcarea sa, altfel spus, în raport cu un referenţial inerţial $\mathfrak{R}$, *masa* unui corp depinde de *viteza* lui. Dependenţa masei de viteză este dată de relaţia:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma m_0 > m_0, \qquad (1.10)$$

unde am notat cu m_0 masa particulei aflate în repaus în raport cu referenţialul $\mathfrak{R}$ (numită *masă de repaus*) şi cu m masa particulei care are viteza $\vec{v}$ faţă de $\mathfrak{R}$ (numită masa de mişcare a particulei). Observăm că masa corpurilor *creşte* cu viteza, devenind extrem de mare când viteza particulei se apropie de viteza luminii în vid.

Fizicianul american Bertozzi a realizat în 1962 un experiment prin care a pus în evidenţă dependenţa relativistă a masei electronilor de viteza acestora. Bertozzi a folosit un accelerator liniar, *Lineac* (tensiunea maximă de accelerare fiind de $4{,}5 \cdot 10^6$ V) şi a măsurat dependenţa vitezei electronilor de tensiunea de accelerare.

Comparând rezultatele sale cu previziunile teoriei clasice a constatat că, pentru valori mari ale tensiunii de accelerare, rezultatele se abat de la formula clasică $\left(\frac{m_0 v^2}{2} = eU\right)$; dar rezultatele sale sunt în deplin acord cu teoria einsteiniană.



William BERTOZZI,
fizician american, profesor la Massachusets Institute of Technolgy.

Pentru valori mici ale vitezei, diferenţa dintre masa de mişcare şi cea de repaus se poate scrie $m - m_0 \simeq m_0 \frac{v^2}{2c^2}$.

Impulsul unei particule relativiste

Definiţia impulsului este asemănătoare celei clasice ($\vec{p} = m\vec{v}$), dar aici m reprezintă masa de mişcare a particulei:

$$\vec{p} = m\vec{v} = \gamma\vec{\beta} m_0 c. \qquad (1.11)$$

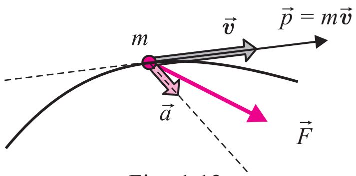


Fig. 1.12.

Relaţia dintre forţă şi acceleraţie a fost scrisă, la început, sub forma:

$$\vec{F} = \frac{m_0\,\vec{a}_n}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{m_0\,\vec{a}_t}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^3}}$$

unde $\vec{a}_n$ şi reprezintă acceleraţia normală (perpendiculară pe viteză) şi, respectiv, acceleraţia tangenţială (pe direcţia vitezei) şi părea să arate că proprietăţile inerţiale depind de direcţie, ceea ce nu este corect!

Atenţie!

reprezintă *viteza de variaţie* a energiei cinetice (amintiţi-vă că energia cinetică este o mărime de *stare*), pe când $\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}$ reprezintă *viteza cu care se efectuează* lucrul mecanic (lucrul mecanic este o mărime de *proces*).

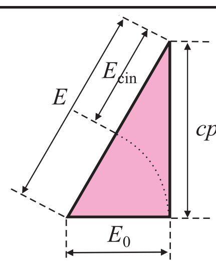


Fig. 1.13.

Triunghiul dreptunghic desenat are *ipotenuza* proporţională cu valoarea *energiei* totale relativiste a particulei, *cateta orizontală* – proporţională cu energia de repaus a acesteia şi *cateta verticală* – proporţională cu mărimea impulsului multiplicată cu valoarea constantă a vitezei luminii în vid, c (fig. 1.13).

Aplicând teorema lui PITAGORA, rezultă imediat relaţia energie-impuls.

Principiul fundamental al dinamicii se va scrie sub forma dată de NEWTON:

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}, \tag{1.12}$$

unde impulsul este dat de relaţia anterioară ($\vec{p} = m\vec{v} = \gamma\vec{\beta}m_0c$).

Relaţia dintre forţă şi acceleraţie se obţine calculând derivata impulsului (încercaţi singuri!); obţinem relaţia:

$$\vec{F} = m\vec{a} + \frac{ma}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \frac{v\vec{v}}{c^2}. \tag{1.13}$$

Această relaţie ne arată că forţa şi acceleraţia *nu* mai sunt neapărat coliniare, ca în cazul newtonian; există şi o componentă paralelă cu viteza particulei (fig. 1.12).

3.3. Relaţia masă-energie

Energia totală relativistă a unei particule libere este legată de proprietăţile inerţiale ale particulei (adică de masa acesteia) prin celebra relaţie a lui EINSTEIN:

$$\boxed{E = mc^2} \tag{1.14}$$

Să încercăm să stabilim această relaţie pornind de la teorema variaţiei energiei cinetice a unui punct material.

Pornim de la relaţia $\frac{\mathrm{d}E_{cin}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}$ şi ţinem seama că $\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = P$; puterea mecanică P este dată de relaţia $P = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \vec{F}\cdot\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}\cdot\vec{v}$.

Dar $\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} + \vec{v}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$, de unde rezultă:

$$P = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}\cdot\vec{v} = m\vec{v}\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} + v^2\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = (c^2 - v^2)\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} + v^2\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = c^2\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}.$$

Am obţinut, deci, relaţia $\frac{\mathrm{d}E_{cin}}{\mathrm{d}t} = c^2\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$, din care obţinem printr-o integrare simplă:

$$E_{cin} = (m - m_0)c^2 = mc^2 - m_0c^2 \quad \text{sau} \quad E_{cin} + m_0c^2 = mc^2$$

EINSTEIN a interpretat suma dintre energia cinetică a particulei relativiste şi cantitatea m_0c^2 ca fiind energia totală relativistă a unei particule libere: $E = mc^2 = \gamma m_0c^2$. Cantitatea m_0c^2 trebuie să fie interpretată ca energia unei particule aflate în repaus faţă de un referenţial inerţial; de aceea a fost numită energia de repaus a particulei: $E_0 = m_0c^2$. Rezultă că energia cinetică se poate scrie:

$$E_{cin} = E - E_0 = (m - m_0)c^2 = (\gamma - 1)m_0c^2. \tag{1.15}$$

Relaţia dintre energia totală şi impulsul particulei libere

Prin calcul direct putem stabili o relaţie importantă între energia totală relativistă a particulei şi impulsul acesteia:

$$E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4. \qquad (1.16)$$

Relaţiile scrise admit o interpretare geometrică simplă (fig. 1.13), care permite efectuarea unor calcule mai rapide.

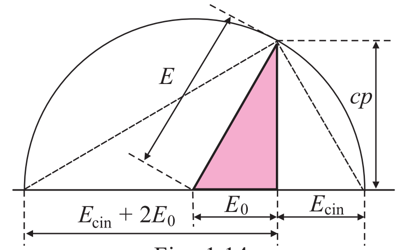


Fig. 1.14.

Relaţia dintre energia cinetică şi impuls

Se poate deduce uşor şi o relaţie între energia cinetică şi impulsul unei particule relativiste:

$$c^2 p^2 = E_{cin}(E_{cin} + 2m_0c^2). \qquad (1.17)$$

Putem interpreta grafic această relaţie, completând figura 1.13: construim un semicerc a cărui rază este proporţională cu energia totală relativistă a particulei, E (adică egală cu ipotenuza triunghiului din figura 1.13) aşa cum se vede în figura 1.14.

În triunghiul dreptunghic înscris în acest semicerc, proiecţiile catetelor pe ipotenuză sunt proporţionale cu $E + E_0 = E_{cin} + 2E_0$ şi cu $E - E_0 = E_{cin}$; aplicând teorema înălţimii, obţinem relaţia dată.

Formule de aproximare

Pentru $|x| << 1$, şi r un număr real, se pot utiliza relaţiile aproximative:

$$(1 + x)^r \simeq 1 + rx \text{ sau}$$

$$(1 + x)^r \simeq 1 + rx + \frac{r(r-1)}{2}x^2$$

De exemplu:

$$\frac{1}{1 \pm x} \simeq 1 \mp x + x^2;$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 \pm x^2}} \simeq 1 \mp \frac{x^2}{2} + \frac{3x^4}{8}.$$

Relativitatea forţei

Spre deosebire de cazul clasic (nerelativist), componentele forţei care acţionează asupra unei particule care se deplasează în referenţialul $\mathfrak{R}$ cu viteza $\vec{u}$ se modifică pentru observatorul solidar cu referenţialul $\mathfrak{R}'$, conform relaţiilor (deduse cu ajutorul transformărilor LORENTZ speciale):

$$F_x' = \frac{F_x - \dfrac{v(\vec{F} \cdot \vec{u})}{c^2}}{1 - \dfrac{u_x v}{c^2}}, \quad F_y' = \frac{F_y\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}{1 - \dfrac{u_x v}{c^2}}, \quad F_z' = \frac{F_z\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}{1 - \dfrac{u_x v}{c^2}}. \qquad (1.18)$$

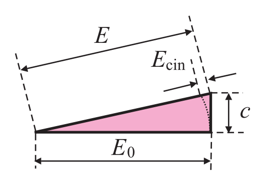


Fig. 1.15.

Aproximaţia nerelativistă

În anumite cazuri, pentru unele dintre particulele implicate, este suficientă o tratare aproximativă. Decidem dacă putem înlocui tratarea exactă, relativistă, cu aproximaţia nerelativistă, folosind unul dintre cele patru criterii (echivalente) indicate în caseta alăturată.

Interpretarea grafică se poate urmări în fig. 1.15 (energia cinetică este *mult mai mică* decât energia totală relativistă).

Aproximaţia nerelativistă

Criteriul energiei totale:

- valoarea energiei totale relativiste a particulei ($E = mc^2 = \gamma m_0 c^2$) *nu* depăşeşte valoarea energiei sale de repaus ($E_0 = m_0c^2$) cu mai mult de 1% din valoarea ei: $E \leq 1{,}01E_0$.

Criteriul energiei cinetice:

• valoarea energiei cinetice a particulei $E_{cin} = (m - m_0)c^2 = (\gamma - 1)m_0c^2$ *nu* depăşeşte 1% din valoarea energiei de repaus: $E_{cin} \le 0,01E_0$.

Criteriul impulsului:

• mărimea impulsului particulei $p = mv = \gamma m_0 v$ *nu* depăşeşte valoarea calculată conform mecanicii newtoniene ($p_0 = m_0 v$) cu mai mult de un procent din valoarea ei: $p \le 1,01p_0$.

Criteriul vitezei:

• valoarea vitezei particulei *nu* depăşeşte 14% din valoarea vitezei luminii în vid: $v \le 0,14c = 0,42 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

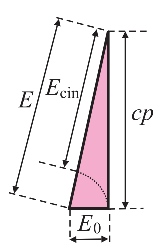


Fig. 1.16.

Aproximaţia ultrarelativistă

Criteriul energiei totale:

• valoarea energiei totale relativistă a particulei ($E = mc^2 = \gamma m_0c^2$) depăşeşte de mai mult de 10 ori valoarea energiei sale de repaus ($E_0 = m_0c^2$):

$$E \ge 10E_0.$$

Criteriul energiei cinetice:

• valoarea energiei cinetice a particulei $E_{cin} = (m - m_0)c^2 = (\gamma - 1)m_0c^2$ depăşeşte de mai mult de 9 ori valoarea energiei sale de repaus: $E_{cin} \ge 9E_0$.

Folosind formulele de aproximare indicate în casetă, în aproximaţia nerelativistă vom putea scrie:

$$\gamma \simeq 1 + \frac{\beta^2}{2} + \frac{3\beta^4}{8} \simeq 1 + \frac{\beta^2}{2},$$

$$E \simeq m_0c^2 + \frac{m_0v^2}{2} + \frac{m_0v^2}{2} \cdot \frac{3v^2}{4c^2} \simeq m_0c^2 + \frac{m_0v^2}{2},$$

$$E_{cin} \simeq \frac{m_0v^2}{2} + \frac{m_0v^2}{2} \cdot \frac{3v^2}{4c^2} \simeq \frac{m_0v^2}{2},$$

$$p \simeq m_0v + m_0v\frac{v^2}{2c^2} + m_0v\frac{3v^4}{4c^4} \simeq m_0v + m_0v\frac{v^2}{2c^2}.$$

Particule cu masă de repaus nulă

Pentru o particulă cu masă de repaus nulă (de exemplu *fotonul*), care se deplasează faţă de orice *RI* cu viteza luminii în vid (*c*), energia totală *E* şi energia cinetică E_{cin} sunt *egale* între ele şi sunt legate de impuls prin relaţia: $E_{cin} = E = cp$.

Aproximaţia ultrarelativistă

Pentru particulele care au, în raport cu un *R.I.*, o energie cinetică mult mai mare decât energia lor de repaus, energia totală relativistă şi energia cinetică sunt aproximativ egale între ele, astfel încât putem scrie $E_{cin} \simeq E \simeq cp$.

Interpretarea grafică a acestui caz se poate urmări în fig. 1.16, unde se observă că ipotenuza (care este proporţională cu energia totală relativistă) şi cateta verticală (care este proporţională cu mărimea impulsului înmulţită cu valoarea vitezei luminii în vid) sunt aproximativ egale.

În aproximaţia ultrarelativistă, ţinând seama că $1 - \beta \ll 1$, se poate scrie:

$$\gamma \simeq \frac{1}{\sqrt{2(1-\beta)}},\ E \cong \frac{m_0c^2}{\sqrt{2(1-\beta)}},$$

$$E_{cin} \simeq \left(\frac{1}{\sqrt{2(1-\beta)}} - 1\right)m_0c^2 \simeq \frac{m_0c^2}{\sqrt{2(1-\beta)}},$$

$$p \cong \frac{\beta m_0c}{\sqrt{2(1-\beta)}} \cong \frac{m_0c}{\sqrt{2(1-\beta)}}.$$

Vom decide dacă, pentru o particulă cu masa de repaus nenulă putem înlocui tratarea relativistă cu aproximaţia ultrarelativistă (caracteristică particulelor cu masa de repaus nulă), folosind unul dintre cele patru criterii echivalente indicate în caseta alăturată.

Particula relativistă în câmp de forţe conservative

Energia particulei este dată de suma dintre energia totală relativistă $mc^2 = \gamma m_0 c^2$ şi energia potenţială E_{pot}:

$$E = mc^2 + E_{pot} = \gamma m_0 c^2 + U = E_{cin} + E_{pot} + m_0 c^2.$$

Relaţia dintre energie şi impuls se scrie:

$$E = \sqrt{c^2 p^2 + m_0^2 c^4} + E_{pot}.$$

Puterea mecanică are expresia:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}.$$

Folosind relaţia dintre forţă şi acceleraţie, deducem:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = m\vec{a} \cdot \vec{v} + \frac{m\vec{a} \cdot \vec{v}}{c^2 - v^2} v^2 = \frac{mc^2\, \vec{a} \cdot \vec{v}}{c^2 - v^2}.$$

astfel încât putem rescrie relaţia dintre forţă şi acceleraţie sub forma:

$$m\vec{a} = \vec{F} - \frac{P}{c^2}\vec{v} \quad \text{sau} \quad m\vec{a} = \vec{F} - \left(\vec{F} \cdot \frac{\vec{v}}{c}\right)\frac{\vec{v}}{c}.$$

Pentru forţa LORENTZ, $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$; de aceea, un câmp magnetic uniform (constant în timp) ***nu*** poate modifica *mărimea* vitezei particulei, ci doar *direcţia* ei de mişcare.

$$m\vec{a} = \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B},$$

adică, în acest caz, acceleraţia *are* aceeaşi orientare cu forţa (care rămâne în permanenţă perpendiculară pe viteză) (fig. 1.17); singura deosebire faţă de expresia clasică fiind că aici m semnifică masa de mişcare a particulei:

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Dacă o particulă încărcată cu sarcina q se găseşte într-un câmp electric $\vec{E}$, se poate scrie (fig. 1.18):

$$m\vec{a} = q\vec{E} - \left(q\vec{E} \cdot \frac{\vec{v}}{c}\right)\frac{\vec{v}}{c}.$$

Criteriul impulsului:

- mărimea impulsului particulei $p = mv = \gamma m_0 v$ depăşeşte de mai mult de 10 ori valoarea calculată conform mecanicii clasice ($p_0 = m_0 v$): $p \geq 10 p_0$

Criteriul vitezei:

- valoarea vitezei particulei nu diferă de valoarea vitezei luminii în vid cu mai mult de o jumătate de procent:

$v \geq 0{,}995c = 2{,}985 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

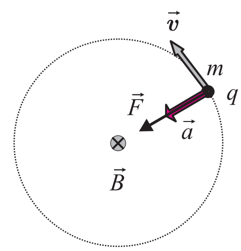


Fig. 1.17.

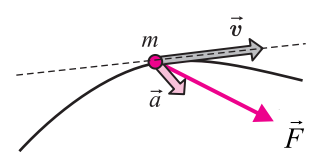


Fig. 1.18.

Temă

Pentru a înţelege din punct de vedere practic teoria relativităţii restrânse, realizaţi experimentele virtuale descrise la adresele de internet:

- http://aether.lbl.gov/www/classes/p139/exp/gedanken.html
- http://www.walter-fendt.de/ph14e/timedilation.htm

TEORIA RELATIVITĂŢII RESTRÂNSE

Schemă recapitulativă

1. *Teoria relativităţii restrânse*, formulată de EINSTEIN în 1905, este fundamentată pe ipoteza propagării cu viteză finită a interacţiunilor, în contradicţie cu ipotezele *spaţiului absolut* şi *timpului absolut* ale teoriei nerelativiste, newtoniene (care se bazează pe ipoteză *propagării instantanee* a interacţiunilor). *Teoria relativităţii restrânse* se aplică tuturor sistemelor fizice, indiferent de viteza de mişcare a acestora (în timp ce *teoria newtoniană* se aplică numai la viteze mult mai mici în comparaţie cu viteza luminii).

Pag. 5

2. Un eveniment fizic este caracterizat prin *poziţia sa în spaţiu* şi prin *momentul de timp* la care se desfăşoară şi se exprimă printr-un ansamblu de patru numere *(x, y, z, t)* ce constituie coordonatele spaţio-temporale ale evenimentului. Coordonatele spaţio-temporale depind de referenţialul ales.

Pag. 6

3. Unui sistem fizic de referinţă sau referenţial i se ataşează un sistem de *trei axe de coordonate necoplanare* şi un *sistem de măsură a timpului* (*ceasornic*) solidar cu axele de coordonate.

Pag. 6

4. În referenţialele în care se verifică principiul inerţiei, orice corp îşi păstrează starea de repaus sau de mişcare rectilinie şi uniformă atâta timp cât asupra sa nu acţionează alte corpuri.

Pag. 5

5. Mecanica newtoniană (nerelativistă) se bazează pe principiul lui GALILEI sau principiul relativităţii galileene: *legile mecanicii au aceeaşi formă în orice sistem de referinţă inerţial*.

Pag. 6

6. Transformările GALILEI–NEWTON stabilesc relaţiile de legătură între coordonatele spaţio-temporale *(x, y, z, t)* şi *(x′, y′, z′, t′)* ale unui eveniment în raport cu două referenţiale inerţiale diferite $\Re$ şi $\Re'$ care se mişcă cu viteza constantă $\vec{v}$ (respectiv) unul în raport cu altul (axele se aleg astfel încât viteza să fie paralelă cu axa *Ox*):

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases} \quad \text{şi} \quad \begin{cases} x = x' + vt' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

Pag.7

7. Transformările GALILEI–NEWTON conduc la următoarele consecinţe ale principiului relativităţii galileene: *distanţa dintre două puncte* şi *durata unui fenomen nu se schimbă* la schimbarea referenţialului inerţial (sunt *invariante*), pe când *vitezele* unui mobil în raport cu cele două referenţiale sunt legate prin legea galileeană de compunere a vitezelor: $\vec{u}' = \vec{u} - \vec{v}$ şi .

Pag.7

8. Tentativa lui MICHELSON şi MORLEY, prin care aceştia urmăreau să măsoare *viteza Pământului faţă de „eter”* printr-un experiment de optică, a condus la un rezultat negativ, ceea ce înseamnă că principiul *galileean* al relativităţii *nu* se aplică tuturor fenomenelor din natură.

Pag. 8