Irina Căpraru, Mihaela Cianga, Ioana Constantinescu,
Cristina Timofte, Gabriela-Elena Zanoschi

EVALUARE NAȚIONALĂ 2016

Matematică

ACTUALIZATĂ
CONFORM ORDINULUI M.E.N.
NR. 4431 DIN 29.08.2014

CORINT EDUCAȚIONAL

TESTE PROPUSE

Testul nr. 1

Subiectul I (30 de puncte)

Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele.

5p 1. Un grădinar a amestecat 4,45 kg seminţe de secară cu 3,725 kg seminţe de trifoi. Masa amestecului este ...

5p 2. Rombul $ABCD$ are $AB = 6$ cm, $m(\sphericalangle ABC) = 120°$. Aria rombului este ... cm^2.

5p 3. Dacă $A = \{x \in \mathbb{Z} / -4 < x - 1 \leqslant 0\}$, atunci card$A$ = ...

5p 4. În ΔABC, $[AE]$ este mediană, $E \in (BC)$, iar G este centrul de greutate al triunghiului. Dacă $GE = 4$ cm, atunci AG = ...

5p 5. Dacă o prismă regulată are în total 9 muchii, atunci numărul de feţe ale prismei este egal cu ...

5p 6. Numărul de utilizatori ai unor browsere de internet dintr-un oraş este dat de reprezentarea din Figura 1. Câţi utilizatori folosesc Internet Explorer?

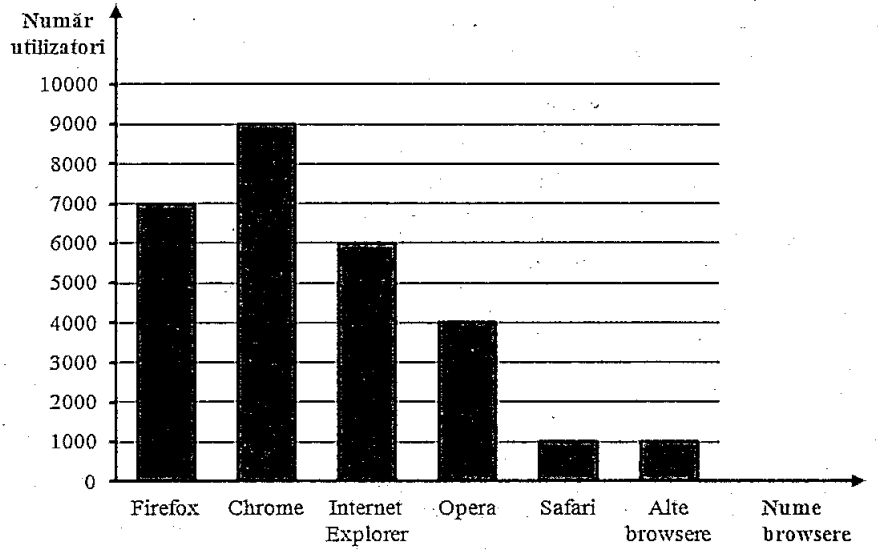


Figura 1

Subiectul al II-lea (30 de puncte)

Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

5p 1. Pe foaia de examen, desenați o prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$.

2. Un avion pleacă de la Londra la ora 8^{20} (ora locală) și ajunge în Iași la ora 13^{36} (ora locală), apoi la ora 19^{50} (ora locală) decolează din Iași și aterizează la Londra la ora 21^{06} (ora locală). Dacă durata de zbor este aceeași (de la Londra la Iași sau retur), știind că există o diferență de fus orar între cele două orașe, aflați:

5p a) Durata de zbor a avionului la fiecare deplasare (în ore și minute).

5p b) Care este diferența de fus orar între cele două orașe.

5p 3. Media geometrică a numerelor x și y este 1, iar $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}, y>0$ Aflați y.

5p 4. Aflați numerele raționale a și b, știind că punctul $M\left(3a;b+b\sqrt{2}\right)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(4+\sqrt{2}\right)x+9\sqrt{2}$.

5p 5. Arătați că $(2n+4)(2n+6)+1$ este pătratul unui număr natural impar, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}$.

Subiectul al III-lea (30 de puncte)

Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

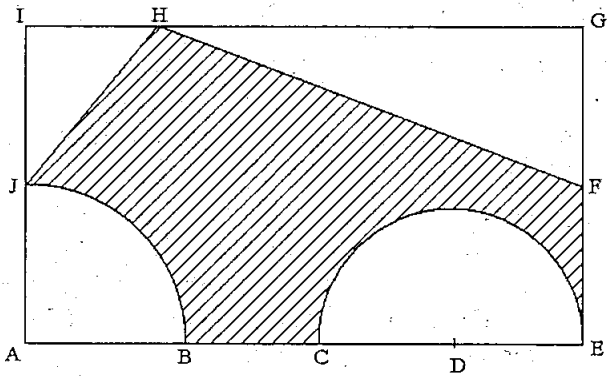
1. Fie dreptunghiul $AEGI$. Una din piesele unui joc de puzzle are forma porțiunii haşurate din Figura 2. Știm că F și J sunt mijloacele laturilor $[GE]$, respectiv $[AI]$, $IH=2$ cm, $BE=HG=6$ cm, $[CE]$ este diametrul cercului de centru D și rază $DE=2$ cm, iar $\overset{\frown}{BJ}$ este un arc de cerc cu centrul în A.

5p a) Să se afle aria figurii haşurate.

5p b) Cât la sută din suprafața dreptunghiului $AEGI$ reprezintă suprafața piesei din puzzle, dacă $\pi\simeq 3{,}14$.

5p c) Calculați lungimea conturului piesei (nu folosim aproximări).

Figura 2



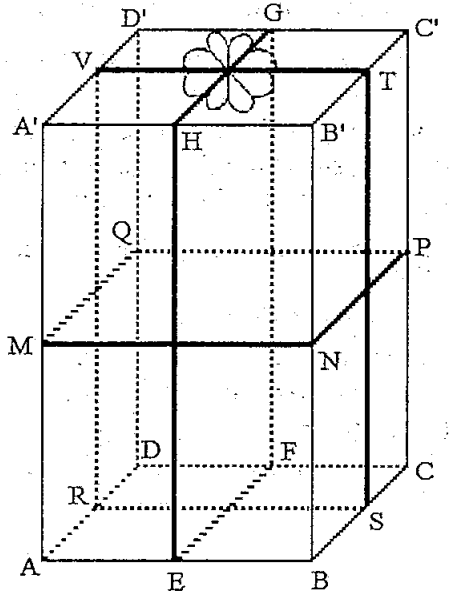
2. La un magazin, un cadou este împachetat într-o cutie sub forma unei prisme patrulatere regulate $ABCDA'B'C'D'$, cu dimensiunile $AB = 40$ cm şi $AA' = 60$ cm. Hârtia cu care se împachetează cutia are o suprafaţă cu 25% mai mare decât aria totală a cutiei.

5p a) Dacă 1 m^2 de hârtie se vinde cu 3,5 lei, cât costă hârtia de împachetat?

5p b) Cadoul este legat cu o bentiţă lată de 1 cm care trece prin mijloacele muchiilor ca în Figura 3. Să se determine lungimea bentiţei folosite, dacă pentru fundiţă s-a folosit 5% din lungimea bentiţei care leagă cadoul.

5p c) Dacă 1 m de bentiţă costă 2 lei, cadoul costă 200 lei, iar hârtia de împachetat costă 5,6 lei, aflaţi cât a costat pachetul.

Figura 3



Indicații și răspunsuri

Testul nr. 1

Subiectul I

1. 8,175 kg. **2.** $18\sqrt{3}$ cm^2. **3.** 4. **4.** 8 cm. **5.** 5 fețe. **6.** 6 000.

Subiectul al II-lea

2. Dacă x și y reprezintă durata reală de zbor, respectiv număr ore diferențe fus orar ($y \in \mathbb{N}^*$), atunci: $\begin{cases} x+y=5\text{ h }16\text{ min} \\ x-y=1\text{ h }16\text{ min} \end{cases}$. Se obțin răspunsurile:

a) $x = 3$ h 16 min; b) $y = 2$ h.

3. $\sqrt{xy}=1 \Rightarrow xy=1$, de unde rezultă: $y=\frac{1}{x}$, $y=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

4. $M \in G_f \Rightarrow f(3a)=b+b\sqrt{2}$; are loc și $f(3a)=\left(4+\sqrt{2}\right)\cdot 3a+9\sqrt{2}$, de unde rezultă $\left(4+\sqrt{2}\right)\cdot 3a+9\sqrt{2}=b+b\sqrt{2} \Rightarrow (12a-b)+\sqrt{2}(3a+9-b)=0$. Cum $a, b \in \mathbb{Q}$, se obține $b = 12a$ și $b = 3a + 9 \Rightarrow a = 1$ și $b = 12$.

5. $4n^2 + 20n + 25 = (2n + 5)^2$, pătrat perfect, iar $(2n + 5)$ este impar, ca sumă dintre un număr par și un număr impar.

Subiectul al III-lea

1. a) $BC = BE - CE = 2 \Rightarrow AB = JA = 2$ cm și $AE = 8$ cm, $AI = 4$ cm; J este mijlocul lui $[IA] \Rightarrow JI = JA = 2$ cm, iar $EF = GF = 2$ cm. Atunci:

$A_{IHJ}=\frac{IH\cdot IJ}{2}=2\text{ cm}^2$, $A_{GHF}=\frac{HG\cdot GF}{2}=6\text{ cm}^2$,

$A_{\text{sector}ABJ}=\frac{1}{4}\pi\cdot AB^2=\pi\text{ cm}^2$, $A_{\text{semicerc}\widehat{CE}}=\frac{1}{2}\pi\cdot CD^2=2\pi\text{ cm}^2$,

$A_{\text{dreptunghi}}=AE\cdot AI=32\text{ cm}^2$, $A_{\text{haşurată}}=32-(2+6+3\pi)=24-3\pi\text{ cm}^2$;

b) $\frac{x}{100}=\frac{24-3\pi}{32} \Rightarrow x=\frac{100\cdot(24-3\cdot 3{,}14)}{32}=\frac{1458}{32}=45{,}5625\%$;

c) $L_{\text{arc}\widehat{BJ}}=\frac{1}{4}\cdot 2\pi\cdot AB=\pi$; $L_{\text{arc}\widehat{CE}}=\frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot CD=2\pi$; $HF^2=HG^2+GF^2=40 \Rightarrow$

$\Rightarrow HF=2\sqrt{10}$, $HJ=2\sqrt{2}$;

$L_{\text{contur}}=4+2\sqrt{2}+2\sqrt{10}+3\pi\text{ cm}$.

2. a) $A_{\text{totală}} = 2A_{\text{bazei}} + A_{\text{laterală}} = 2 \cdot 1\,600 + 160 \cdot 60 = 3\,200 + 9\,600 = 12\,800 \text{ cm}^2$;

$A_{\text{hârtie}} = \frac{5}{4} \cdot 12\,800 = 16\,000 \text{ cm}^2 = 1{,}6 \text{ m}^2$.

Cost hârtie: $1{,}6 \cdot 3{,}5 = 5{,}6$ lei;

b) Lungime bentiță $= 2 \cdot 2(HE + HG) + 4 \cdot MN = 4 \cdot 100 + 160 = 560$ cm;

Lungime fundiță $= \frac{5}{100} \cdot 560 = 28$ cm;

Lungime totală $= 560 + 28 = 588$ cm $= 5{,}88$ m.

c) Valoarea cadoului $= 2 \cdot 5{,}88 + 200 + 5{,}6 = 217{,}36$ lei.

Testul nr. 2

Subiectul I

1. 13. 2. 18. 3. $\{-2; 0; 1; 2; 4\}$. 4. 105°. 5. $72\sqrt{3}$. 6. 28.

Subiectul al II-lea

2. Dacă s și p sunt prețurile stiloului, respectiv pixului, atunci $s = p + 1$ și $2s + 3p = 17$, de unde rezultă: $s = 4$, $p = 3$, iar $s + 2p = 10$ lei.
3. a) Sunt 30 numere impare. Suma unui număr par de numere impare este număr par.

b) $A = (5^0 + 5^1 + 5^2) + 5^3(5^0 + 5^1 + 5^2) + \ldots + 5^{27}(5^0 + 5^1 + 5^2) =$
$= 31 + 5^3 \cdot 31 + \ldots + 5^{27} \cdot 31 = 31 \cdot (1 + 5^3 + \ldots + 5^{27}) \Rightarrow A \vdots 31$.

4. a) $A \in G_f \Rightarrow f(-1) = 1, f(-1) = -a + 2 \Rightarrow a = 1$; $B \in G_f \Rightarrow f(3) = 0$, $f(3) = b + 3 \Rightarrow b = -3$;

b) $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$.

5. $(x^2 - 12x + 36) + (y^2 + 18y + 81) = (x - 6)^2 + (y + 9)^2 \geqslant 0$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

Subiectul al III-lea

1. a) ΔBCD dreptunghic, iar $m(\sphericalangle BDC) = 45° \Rightarrow BC = DC = 25$ cm;

b) Lungime covor $= AB + 6 \cdot BC + HI = 230$ cm;

c) Lungime balustradă $= MN + NP + PQ = 2 \cdot AB + BH = 2 \cdot AB + 3 \cdot BD =$
$= 80 + 3 \cdot 25\sqrt{2} = 80 + 75\sqrt{2}$ cm.

2. a) $A_{\text{totală}} = 4 \cdot A_{\Delta} \Rightarrow A_{\Delta} = 3\sqrt{3} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow l^2 = 12 \Rightarrow l = 2\sqrt{3}$ cm;

$h_{\text{prismă}} = h_{\text{tetraedru}} = \frac{l\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{2}$ cm;

b) $A_{\text{totală căsuță}} = A_{\text{laterală tetraedru}} + A_{\text{laterală prismă}} + A_{\text{bazei}} =$
$= 12\sqrt{3} + 12\sqrt{6} = 12\sqrt{3}\left(1 + \sqrt{2}\right) \simeq 50{,}0316 \text{ cm}^2$;