ŞTEFAN SMARANDACHE
CĂTĂLIN - PETRU NICOLESCU

DOMNICA COTFAS
JULIETTA GEORGESCU
DANA-ANTOANELA IVĂNESCU
MĂDĂLINA - GEORGIA NICOLESCU
GEORGE - BOGDAN GEORGESCU
GHEORGHE TACHE
CRISTINA CÎMPEAN
MIHAELA - GABRIELA NIŢE
SAVIANA ŞTEFĂNESCU
MELANIA - VOICHIŢA CRISTEA
DUMITRA MATEI - DRAGOMIR
GHEORGHE DAN NICOLAE
EUTAZIA-LĂCRIMIOARA CRASNEAN
VICTOR BĂLŞEANU
MARINELA GEORGESCU
MARA-MIRELA PĂUNESCU
IUDITA POPTEANU
FLORIAN GHIŢĂ
SIMONA TACHE
MIRELA OBREJA
VIRGINIA PÎRŞAN
CARMEN NICULESCU
MARINELA - FELICIA SOLOMON
GHEORGHE - DUMITRU SOLOMON
MARIAN ION
MIRCIA BURSUC

MATEMATICĂ

clasa a V-a

SINTEZE DE TEORIE
EXERCIŢII ŞI PROBLEME

- Fixarea cunoştinţelor
- Aprofundarea cunoştinţelor
- Performanţă
- Autoevaluare
- Evaluare sumativă

CUPRINS

*E - enunțuri
**R - răspunsuri, rezolvări
E.A.P. - Extindere. Abordare. Perseverență. Performanță

Probleme de logică și de perspicacitate matematică

1. Câte numere se găsesc între 0 și 1600 inclusiv?

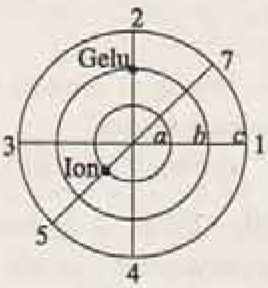
a) 1601; b) 1599; c) 1600.

2. Puneți în locul literelor diferite ce apar în scrierea denumirilor notelor muzicale din gama: DO, RE, MI, FA, SOL, LA, SI, DO, cifre diferite. Care este suma tuturor cifrelor diferite astfel obținute?

a) 40; b) 50; c) 45.

3. Care sunt numerele, pentru care:
produsul = 72, suma = 27, diferența = 21?

a) 6 și 12; b) 23 și 4; c) 24 și 3.



4. Cunoscând că Gelu se află în punctul $(b, 2)$, în ce punct se află Ion?

a) $(c, 2)$; b) $(a, 5)$; c) $(a, 7)$.

5. Care literă lipsește din șirul următor?

A C F J ? T.

a) O; b) P; c) M; d) R.

6. Ceasul lui Tudor întârzie câte două minute la fiecare oră. La ora 10 dimineața, ceasul a fost fixat astfel încât el indica ora exactă. După cât timp va avea o întârziere de o jumătate de oră?

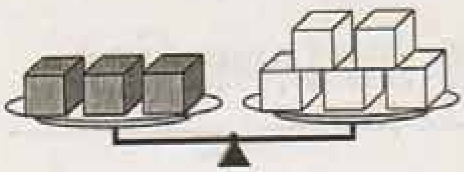
a) după 2 zile; b) după 15 ore; c) după 30 de ore.

7. Dintre Dana, Vlad, Ina, Maria, Ion, Andrei, Tudor și Ileana trebuie aleasă o echipă formată din două fete și un băiat. În câte moduri se poate forma o astfel de echipă?

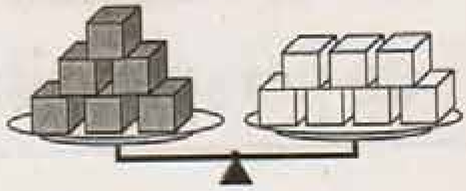
a) 24 de moduri; b) 12 moduri; c) 20 de moduri.

8. Bogdan are cuburi de câte 4 kg, iar Dana are cuburi de câte 3 kg. Ei pot pune pe fiecare platan al unei balanțe un singur tip de cuburi. Care dintre balanțele următoare este în echilibru?

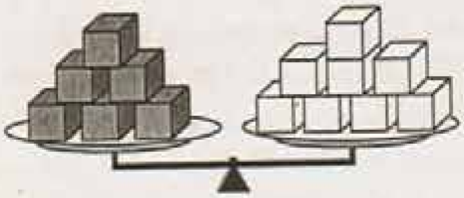
A)



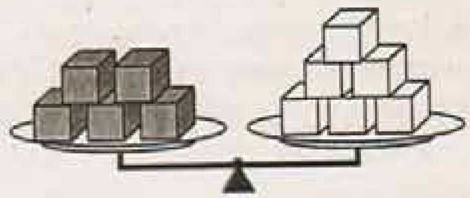
B)



C)



D)



9. Victor şi Andrei fac împreună o plimbare de 6 km. Câţi kilometri a parcurs Victor?

a) 6 km; b) 12 km; c) 9 km.

10. Alături de un număr format dintr-o cifră (diferită de zero), Mihai scrie aceeaşi cifră. Ce cât obţine Mihai, dacă împarte numărul nou obţinut la numărul iniţial?

11. O cărămidă şi jumătate costă 1 leu şi jumătate. Cât costă 8 cărămizi?

a) 8 lei; b) 10 lei; c) 11 lei.

12. Într-o lună, trei Duminici sunt în zile numerotate cu numere impare. Atunci ziua de 19 a lunii este:

a) joi; b) luni; c) miercuri.

13. Dan este mai în vârstă decât Ion, care este mai în vârstă decât Ileana. Maria este mai în vârstă decât Ion, Mihai este mai tânăr decât Dan şi mai în vârstă decât Maria. Care dintre copii este cel de-al patrulea în ordinea vârstei?

a) Maria; b) Ileana; c) Ion.

14. Ioana, Dana şi Carmen au cântat împreună 9 minute. Câte minute a cântat fiecare?

a) 3 minute; b) 9 minute; c) 27 de minute.

I Numere naturale

Breviar de teorie

Scrierea cu cifre romane

- Într-un *sistem nepozițional* (*aditiv*) de scriere a numerelor, un simbol grafic oarecare (o cifră) are aceeași valoare, oricare ar fi locul pe care acest semn îl ocupă în scrierea numărului, iar valoarea numărului respectiv se obține *adunând valorile simbolurilor* (cifrelor) folosite. De aceea un astfel de sistem de numește *sistem aditiv*.
- Cel mai cunoscut sistem nepozițional este *sistemul roman*. Acest sistem de scriere folosește numai șapte simboluri, numite „cifre romane", care corespund unor anumite numere, astfel:

I	V	X	L	C	D	M
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
1	5	10	50	100	500	1000

În sistemul roman nu există simbolul zero (0). În afara celor șapte numere prezentate mai sus, care sunt scrise cu câte o singură cifră romană, scrierea tuturor celorlalte numere se face prin *alăturarea a două sau mai multe semne*, cu respectarea următoarelor reguli:

a) Cifrele romane se alătură una alteia în ordinea descrescătoare a valorilor. Exemple: VI = 5 + 1 = 6; XI = 10 + 1= 11; LI = 51; CI = 101; DI = 501; MI = 1001; sau XV = 10 + 5 = 15, LV = 55; CV = 105; DV = 505; MV = 1005; LX = 60; CX = 110; DX = 510; MX = 1010; DC = 600; MC = 1100; MD = 1500.

b) Patru dintre cele șapte cifre și anume: I, X, C, M se pot repeta într-un număr, *scrise consecutiv de cel mult trei ori*, în timp ce celelalte trei cifre: V, L, D nu se pot repeta. Exemple:

II 2	III 3	XX 20	XXX 30	CC 200	CCC 300	MM 2000	MMM 3000				
VII 4	VIII 8	XII 12	XIII 13	LII 52	LIII 53	CII 102	CIII 103	DII 502	DIII 503	MII 1002	MIII 1003
LXX 70	LXXX 80	CXX 120	CXXX 130	DXX 520	DXXX 530	MXX 1020	MXXX 1030	DCC 700	DCCC 800	MCC 1200	MCCC 1300
XXVII 27	XXVIII 28	XXXVII 37	XXXVIII 38	LXXII 72	LXXIII 73	CCVII 207	CCVIII 208	CCXII 212	CCXIII 213	CCLII 252	CCLIII 253

c) Cifrele I, X, C pot fi scrise o singură dată și înaintea altor cifre ale căror valori sunt mai mari decât ale lor, situație în care valoarea numărului obținut este dată de diferența dintre valoarea cifrei a doua și valoarea primeia. Astfel; IV = 5 – 1 = 4; IX = 10 – 1= 9, IL = 49, IC = 99, ID = 499, IM = 999, XL = 40, XC = 90, XD = 490, XM = 990, CD = 400, CM = 1000 – 100 = 900.

Din exemplele date se observă că *în scrierea cu cifre romane, pentru a forma un număr se folosește adunarea și scăderea, în timp ce în scrierea cu cifre arabe, pentru a forma un număr, se folosește adunarea și înmulțirea.*

Scrierea și citirea numerelor naturale

- Orice număr natural de două cifre îl vom scrie sub forma $\overline{ab}$ și avem egalitatea $\overline{ab}=10a+b$.
- Orice număr natural de trei cifre îl vom scrie sub forma $\overline{abc}$ și avem egalitatea $\overline{abc}=100a+10b+c$.
- Orice număr natural de patru cifre îl vom scrie sub forma $\overline{abcd}$ și avem egalitatea $\overline{abcd}=1000a+100b+10c+d$.

Compararea și ordonarea numerelor naturale

- Oricare ar fi numerele naturale a și b este adevărată una și numai una dintre afirmațiile: $a<b$, $a=b$, $a>b$.
- $a \le a$, oricare ar fi a un număr natural (reflexivitate).
- Dacă $a \le b$ și $b \le c$, atunci $a \le c$ (tranzitivitate).
- Dacă $a \ge b$ și $b \ge a$, atunci $a = b$ (antisimetrie).

Operații cu numere naturale

- Adunarea: $a+b=b+a$ (comutativitatea adunării)
  $(a+b)+c=a+(b+c)$ (asociativitatea adunării)
  $a+0=0+a$ (0 este element neutru la adunare)
- Înmulțirea: $a\cdot b=b\cdot a$ (comutativitatea înmulțirii)
  $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$ (asociativitatea înmulțirii)
  $a\cdot 1=1\cdot a=a$ (1 este element neutru la înmulțire)
  $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$ (distributivitatea înmulțirii față de adunare).
- Factor comun: $a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c)$
  $a\cdot b-a\cdot c=a\cdot(b-c)$.

- Împărțirea: $0 : a = 0$, oricare ar fi numărul natural nenul a;
  împărțirea la 0 nu are sens;
  $(a + b) : c = a : c + b : c$, dacă a și b se împart exact la c.

Împărțirea cu rest a numerelor naturale

- Oricare ar fi numerele naturale a și b, $b \neq 0$, există numerele naturale c și r unic determinate, astfel încât $a = b \cdot c + r, r < b$.
- În cazul împărțirii cu rest, a se numește *deîmpărțit*, b se numește *împărțitor*, c se numește *cât*, iar r este *restul împărțirii*.

Ordinea efectuării operațiilor

- Operațiile de ordinul întâi sunt adunarea și scăderea.
- Operațiile de ordinul al doilea sunt înmulțirea și împărțirea.
- Într-un exercițiu care conține toate tipurile de operații, se efectuează întâi operațiile de ordinul al doilea și apoi cele de ordinul întâi, în ordinea în care sunt scrise.
- Dacă exercițiul conține și paranteze se procedează astfel: se efectuează mai întâi operațiile din parantezele rotunde, apoi operațiile din parantezele pătrate, după care operațiile din parantezele acolade și, la final, operațiile din exteriorul parantezelor (numită *regula parantezelor*).

Divizibilitatea numerelor naturale

- Numărul natural *a se divide cu un număr natural b* (*a* este *multiplu* al lui *b* sau *b divide* pe *a*) dacă există numărul natural c astfel încât $a = b \cdot c$ (scriem $a \,\vdots\, b$ sau $b \mid a$).
- Proprietăți: $a \,\vdots\, 1$, oricare ar fi numărul natural a
  $a \,\vdots\, a$, oricare ar fi numărul natural a
  $0 \,\vdots\, a$, oricare ar fi numărul natural a
  dacă $a \,\vdots\, b$ și $b \,\vdots\, c$, atunci $a \,\vdots\, c$
  dacă $a \,\vdots\, c$ și $b \,\vdots\, c$, atunci $(a + b) \,\vdots\, c$ și $(a - b) \,\vdots\, c$
  dacă $a \,\vdots\, b$, atunci $ka \,\vdots\, b$, oricare ar fi numărul natural k

Criterii de divizibilitate

- Un număr natural se divide cu 2 dacă ultima sa cifră este pară (0, 2, 4, 6, 8). Numerele care se divid cu 2 se numesc *numere pare*, iar cele care nu se divid cu 2 se numesc *numere impare*.

- Un număr natural se divide cu 5 dacă ultima sa cifră este 0 sau 5.
- Un număr natural se divide cu 10 dacă ultima cifră este 0.
- Un număr natural se divide cu 3 dacă suma cifrelor sale se divide cu 3.
- Un număr natural se divide cu 9 dacă suma cifrelor sale se divide cu 9.

Rotunjiri şi aproximări

- *Aproximarea prin lipsă la un anumit ordin* a unui număr natural se face astfel: toate cifrele din dreapta ordinului devin 0.
- *Aproximarea prin adaos la un anumit ordin* a unui număr natural se face astfel: cifra din dreptul ordinului creşte cu o unitate şi toate cifrele din dreapta ordinului devin 0.

Observaţie: dacă cifra din dreptul ordinului este 9, atunci creşte cu o unitate cifra situată în stânga ordinului, iar toate cifrele din dreapta acesteia (inclusiv cifra 9) devin 0.

- *Rotunjirea la un anumit ordin* este o aproximare care se face astfel:
  - prin lipsă, dacă cifra din dreapta ordinului este 0, 1, 2, 3 sau 4;
  - prin adaos, dacă cifra din dreapta ordinului este 5, 6, 7, 8 sau 9.

Proprietăţi ale relaţiilor de egalitate şi de inegalitate

Oricare ar fi numerele naturale a, b, c, d avem implicaţiile:

- dacă $a = b$, atunci $a \cdot c = b \cdot c$ şi $a + c = b + c$
- dacă $c \neq 0$ şi $ac = bc$, atunci $a = b$
- dacă $a = b$ şi $c = d$, atunci $a + c = b + d$ şi $ac = bd$
- dacă $a \leq b$, atunci $a + c \leq b + c$ şi $a \cdot c \leq b \cdot c$
- dacă $a \leq b$ şi $c \leq d$, atunci $a + c \leq b + d$ şi $a \cdot c \leq b \cdot d$.

Ecuaţii şi inecuaţii

- Oricare ar fi numerele naturale a şi b avem implicaţiile:
  i) $x + a = b \Rightarrow x = b - a$, iar $x - a = b \Rightarrow x = b + a$
  ii) $x + a \leq b \Rightarrow x \leq b - a$, iar $x - a \leq b \Rightarrow x \leq b + a$.
- Oricare ar fi numerele naturale nenule a şi b avem implicaţiile:
  i) $ax = b \Rightarrow x = b : a$, iar $x : a = b \Rightarrow x = b \cdot a$
  ii) $ax \leq b \Rightarrow x \leq b : a$, iar $x : a \leq b \Rightarrow x \leq b \cdot a$.

1. Scrierea cu cifre romane

Exerciții propuse

1. Citiți numerele, apoi scrieți-le cu cifre arabe:

VII, IX; XII; XVI; XIX; XXI; XXVIII; LIV; LXXIII.

2. Scrieți cu cifre romane numerele:

215; 324; 400; 475; 571; 803; 1050.

3. Scrieți cu cifre romane:

- vârsta voastră;
- vârsta mamei voastre;
- vârsta tatălui vostru;
- anul în care vă aflați;
- anul nașterii voastre;
- anul în care ați început școala.

4. Scrieți șirul numerelor de la 46 la 76 folosind:

a) cifre arabe; b) cifre romane.

5. Scrieți cu cifre arabe numerele romane:

IV; VIII; XII; XIX; XXXII; XL; LXXII; XC; CDX; CDLXV; MCMLXI.

6. Ordonați crescător numerele:

MCC; CDLIV; CCCIX; LVI; CXXIX; XCI;
DCCCXLV; MMIII; DLV; CDXL.

7. Scrieți cu cifre romane:

1848 - anul nașterii neuitatului povestitor Ioan Slavici;

1830 - anul nașterii lui Petre Ispirescu, cel care a scris numeroase povești îndrăgite de copii;

1851 - anul nașterii marelui matematician Spiru Haret, fost ministru al instrucțiunii (învățământului);

1880 - anul nașterii lui Tudor Arghezi, poetul care a scris frumoasa poezie „Zdreanță";

1906 - anul nașterii renumitului matematician Grigore Moisil.

8. Completați casetele cu semnul „<" sau „>" pentru ca relațiile să fie adevărate:

a) XXI □ XIX; XC □ CX; DCCXC □ DCCX;

b) MC □ MD; MCM □ MDCCL; MMCD □ MMCLIV.

9. Găsiți egalul fiecăruia din următoarele numere scrise cu cifre arabe:

2 003; 74; 1 995; 358; 39; 2 019,

printre numerele următoare scrise cu cifre romane:

10. Figura de mai jos reprezintă o axă a numerelor. Stabiliţi originea şi sensul pozitiv al axei.

4. Compararea şi ordonarea numerelor naturale

Exerciţii rezolvate

1. Comparaţi numerele: a) 314 şi 341; b) 73241 şi 73211.

Răspuns: a) $314 < 341$; b) $73241 > 73211$.

2. Ordonaţi crescător numerele: 3132, 3231, 2331, 313, 22, 130.

Răspuns: 22, 130, 313, 2331, 3132, 3231.

3. Aflaţi cifrele x şi y, astfel încât: a) $\overline{4x} = \overline{y9}$; b) $\overline{2xy} > 298$.

Răspuns: a) $x = 9$, $y = 4$; b) $x = 9$, $y = 9$. Astfel $299 > 298$.

4. Să se afle cel mai mic număr natural de patru cifre distincte care are suma cifrelor egală cu 11.

Răspuns: Pentru ca numărul natural să fie format din 4 cifre, trebuie ca prima cifră să fie nenulă, adică 1 sau 2 sau 3 ... sau 9. Dacă este cel mai mic, atunci prima cifră este egală cu 1, a doua cifră este egală cu 0, iar suma următoarelor două cifre să fie egală cu 10 (adică de forma 1 şi 9, 9 şi 1, 2 şi 8, 8 şi 2, 3 şi 7, 7 şi 3,...). Dacă este cel mai mic număr, atunci ultimele două cifre sunt 1 şi 9, iar numărul este 1019. Dar în enunţ se cere ca cifrele să fie distincte, deci alegem următoarea pereche: 2 şi 8. Numărul cerut este 1028.

__Exerciţii propuse__

1. Scrieţi numerele naturale:

a) mai mici decât 5;
b) cel mult egale cu 4;
c) mai mari decât 12 şi mai mici decât 21;
d) mai mari decât 829 şi mai mici decât 840;
e) cel puţin egale cu 1 000 şi cel mult egale cu 1 007.

2. Subliniaţi numărul mai mare din următoarele perechi de numere:

a) 23 şi 27; b) 45 şi 54; c) 278 şi 275;
d) 3 510 şi 368; e) 2 550 şi 25 550; f) 5 120 şi 15 020.

3. Comparați numerele, completând spațiile punctate cu unul din semnele $<, =, >$:

a) 34 … 42; b) 771 … 770;
c) 6 116 … 6 611; d) 12 897 … 12 897;
e) 4 884 884 … 4 884 488; f) 321 … 321.

4. Ordonați crescător numerele:
a) 742, 42, 174, 309, 28;
b) 339, 333, 399, 993, 933, 393;
c) 20, 2 002, 202, 22, 2 200, 2 020.

5. Ordonați descrescător numerele:
a) 25, 52, 152, 215, 21, 125;
b) 677, 767, 776, 667, 666, 766;
c) 1 008, 801, 88, 888, 8 801, 8 081.

6. Scrieți cel mai mic număr natural de:
a) trei cifre; b) patru cifre; c) cinci cifre; d) șapte cifre.

7. Aflați cel mai mic număr natural de forma $\overline{abcd}$ care are cifrele:
a) diferite două câte două;
b) numere consecutive;
c) numere consecutive pare;
d) numere consecutive impare;
e) cel puțin egale cu 5.

8. Scrieți cel mai mare număr natural de:
a) cinci cifre; b) trei cifre; c) două cifre; d) șase cifre.

9. Aflați cel mai mare număr natural de forma $\overline{abc}$ cu cifrele:
a) diferite două câte două;
b) cel mult egale cu 4;
c) diferite două câte două și mai mici decât 7;
d) a și b diferite.

10. Aflați cifrele x și y, astfel încât:
a) $\overline{4x} = \overline{y9}$; b) $\overline{xx} = \overline{y1}$; c) $\overline{7y8} < \overline{70x}$; d) $\overline{3xy} > 398$.

11. Găsiți valorile cifrei x pentru care:
a) $\overline{3x} < 35$; b) $\overline{6x} \le 65$; c) $\overline{x9} \ge 79$;
d) $\overline{2x7} > 287$; e) $\overline{1x3} \ge 123$; f) $\overline{4x1} < 497$.

11. Împărţirea cu rest a numerelor naturale

Exerciţii rezolvate

1. Aflaţi numărul natural x care împărţit la 12 dă câtul 6 şi restul 10.
Răspuns: Aplicăm *teorema împărţirii cu rest*: $D = Î \cdot C + R$, unde $R < Î$; $x = 6 \cdot 12 + 10 = 82$.

2. Aflaţi toate numerele naturale care împărţite la 4 dau câtul 12.
Rezolvare:
Conform teoremei împărţirii cu rest, numerele x care respectă condiţia din enunţ au proprietatea: $x = 4 \cdot 12 + r$, unde $r < 4$.
Pentru $r = 0$, avem $x = 4 \cdot 12 + 0 = 48$.
Pentru $r = 1$, avem $x = 4 \cdot 12 + 1 = 49$.
Pentru $r = 2$, avem $x = 4 \cdot 12 + 2 = 50$.
Pentru $r = 3$, avem $x = 4 \cdot 12 + 3 = 51$.

3. Fie numărul $x = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 99 \cdot 100 + 7$. Aflaţi restul împărţirii lui x la 6.
Rezolvare:
Deoarece numărul $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 99 \cdot 100$ se împarte exact la 6, atunci restul împărţirii lui x la 6 coincide cu restul împărţirii lui 7 la 6, deci restul este 1.

4. Câte numere naturale de forma $8n + 7$, n număr natural, sunt între numerele 200 şi 300?
Rezolvare:
Mai putem scrie $200 < 8n + 7 < 300$ sau $200 - 7 < 8n + 7 - 7 < 300 - 7$ sau $193 < 8n < 293$ sau $193 : 8 < 8n : 8 < 293 : 8$ sau $193 : 8 < n < 293 : 8$. Cum n este natural şi $193 = 24 \cdot 8 + 1$ şi $293 = 36 \cdot 8 + 5$, înseamnă că n este mai mare decât 24 şi mai mic decât 37. Deci $n \in \{25, 26, 27, \ldots, 35, 36\}$. În total sunt 12 numere.

__Exerciţii propuse__

1. Se împart n creioane la 3 copii astfel încât fiecare copil primeşte acelaşi număr natural de creioane. Care este numărul de creioane primit de fiecare copil, dacă:
a) $n = 15$; b) $n = 16$; c) $n = 17$; d) $n = 18$?

2. Într-o cutie sunt 24 de bomboane. Cinci prieteni îşi împart în mod egal bomboanele din cutie.

VI Teste finale

Teste – semestrul I

TESTUL 1

Partea I: *Scrieți numai rezultatele.*

1. Calculând $5 + 5 : 5 \cdot 5 - 5^0$ obținem numărul … .
2. Dacă x este număr natural și $[5(3x - 1) - 3] \cdot 4 = 28$, atunci $x = \ldots$.
3. Cel mai mare număr natural care împărțit la 8 dă câtul 10 este numărul … .
4. Dacă $x = 17$ și $y + z = 9$, atunci $xy + xz = \ldots$.
5. Dacă n este număr natural și suma cifrelor lui $3 \cdot 10^n - 4$ este 35, atunci $n = \ldots$.
6. Împărțind numărul natural x la numărul natural y, obținem câtul 3 și restul 4. Cea mai mică valoare a sumei $x + y$ este … .

Partea a II-a: *Scrieți rezolvările complete.*

1. Aflați două numere naturale, știind că unul dintre ele este cu 7 mai mare decât celălalt, iar suma dintre triplul numărului mai mic și dublul numărului mai mare este 114.
2. Calculați:
   a) $(81^8 + 9^{16}) : (9^{15} + 27^{10} + 7 \cdot 3^{30})$;
   b) $(1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + \ldots + 9 \cdot 10) - (1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 9^2)$.
3. Se consideră mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 5n - n^2, n \in \mathbb{N}\}$.
   a) Enumerați elementele mulțimii A.
   b) Scrieți toate submulțimile mulțimii A.

TESTUL 2

Partea I: *Scrieți numai rezultatele.*

1. Dacă pătratul unui număr natural este 36, atunci cubul acelui număr natural este … .
2. Dacă x este număr natural nenul și $5(3x - 2) \le 5$, atunci $x = \ldots$.
3. Dacă mulțimile A, B și $A \cup B$ au 7, 8 respectiv 13 elemente, atunci mulțimea $A \cap B$ are numărul elementelor egal cu … .
4. Dacă $5a + 10b + 15c = 70$, atunci $3a + 6b + 9c = \ldots$
5. Cel mai mare dintre numerele $x = 3^{10} + 2 \cdot 3^8$ și $y = 2^{15} + 3 \cdot 12^{12}$ este numărul … .
6. Numărul natural care împărțit la un număr de o cifră dă câtul 10 și restul 8 este de … ori mai mare decât pătratul numărului 7.

Partea a II-a: *Scrieți rezolvările complete.*

1. Aflați:

a) câtul și restul împărțirii numărului $x = \overline{a3a}+\overline{a3}+\overline{3a}$ la numărul $y = \overline{aaa}+\overline{6a}+3$;

b) cardinalul mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^n - n^2, n \in \{0; 1; 2; 3; 4\}\}$.

2. Un număr natural este înmulțit cu 10. La rezultat se adună 35. Din noul rezultat se scade 85 și se obține 100. Aflați numărul inițial.

3. Împărțind numărul natural x la numărul natural y obținem câtul 9 și restul 10.

a) Calculați $2x - 18y + 5$.

b) Arătați că $x \geq 109$.

TESTUL 3

Partea I: *Scrieți numai rezultatele.*

1. Rezultatul calculului: $2\,006 - (2\,004 \cdot 2\,005 + 2\,005) : 2\,005^2$ este … .

2. Cardinalul mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1001 \leq x \leq 2006\}$ este … .

3. Dacă a, b, c sunt cifre în baza zece și $\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab} = 2\,664$, atunci $a+b+c = \ldots$.

4. Propoziția: $(3+4)^2 = 3^2 + 4^2$ are valoarea de adevăr … .

5. Dacă $3x - 12 = x$, atunci $x^3 - x^2 = \ldots$.

6. Dacă împărțind numărul natural x la numărul natural y obținem câtul 5 și restul 6, atunci la împărțirea lui $x + y$ la $y + 1$ obținem câtul … și restul … .

Partea a II-a: *Scrieți rezolvările complete.*

1. Calculați:

a) $(2^9 \cdot 3^8 + 2^8 \cdot 3^9 + 6^8) : 6^9$;

b) suma cifrelor numărului $2 \cdot 10^{10} - 1$;

c) suma tuturor numerelor naturale care împărțite la 10 dau restul egal cu pătratul câtului.

2. Mai multe numere naturale consecutive sunt scrise în ordine crescătoare. Diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr este 2 006, iar suma ultimelor două numere este 4 133. Aflați cel mai mic dintre numere.

3. Fie A o mulțime de numere naturale care verifică simultan proprietățile:

a) $3 \in A$;

b) dacă $x \in A$, atunci $5x \in A$;

c) dacă $4x - 1 \in A$, atunci $x \in A$.

Să se arate că $19 \in A$.

TESTUL 4

Partea I: *Scrieți numai rezultatele.*

1. Rezultatul calculului $2^{2^3} \cdot (2^3)^2 : 8^3 : 16$ este ... .

2. Considerăm mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 11 \leq x < 90\}$.
Suma elementelor lui A este egală cu ... .

3. Dacă x și y sunt cifre în baza zece și $\overline{23xy} + \overline{xy23} + \overline{xyxy} = 11\ 413$, atunci $x + y =$ ... .

4. Dacă $4^n + 4^{n+1} = 10 \cdot 2^{2005}$, atunci $n =$ ... .

5. Împărțind numărul natural x la 52 obținem restul 39. Restul împărțirii lui x la 13 este egal cu ... .

6. Cel mai mic număr natural care are suma cifrelor 21 are produsul cifrelor egal cu ... .

Partea a II-a: *Scrieți rezolvările complete.*

1. Calculați:
a) $16 \cdot 11^4 - 22^4$;
b) suma tuturor numerelor naturale care la împărțirea prin 15 dau câtul 10.

2. Aflați valoarea de adevăr a propozițiilor:
a) $56 = 5 \cdot 10 + 6$;
b) Câtul împărțirii lui 56 la 5 este 10 și restul 6.

3. a) Scrieți 39 ca sumă de puteri ale lui 2;
b) Arătați că $1 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^{99} = 2^{100} - 1$.

TESTUL 5

Partea I: *Scrieți numai rezultatele.*

1. Numărul $a = 123\ 123\ 123 \ldots 123$ are 300 de cifre.
a) Suma cifrelor lui a este egală cu ...;
b) Suma primelor 200 de cifre ale lui a este egală cu ... .

2. Dacă $a + 2b = 13$ și $b + 5c = 30$, atunci $7a + 18b + 20c =$ ... .

3. Câtul împărțirii numărului $a = 10^{100} + 4^{49} \cdot 5^{99} - 25^{49} \cdot 128^{14}$ la numărul 100^{49} este ... .

4. Dacă n, $5n - 10$ și $24 - 4n$ sunt simultan numere naturale, atunci $n \in \{\ldots\}$.

5. Dacă triplul numărului natural n este cu 12 mai mare decât dublul succesorului lui n, atunci $n =$ ... .

6. Dacă x, y, z sunt cifre în baza zece și $\overline{xy} = z + 11$, atunci restul împărțirii lui $\overline{xyz}$ la 11 este ... .

TESTUL 1

Partea I: *Scrieți numai rezultatele.*

1. Rezultatul calculului $3 - 0{,}1$ este … .
2. Soluția ecuației $2x = 1{,}2$ este …
3. Forma zecimală a numărului $\frac{3}{25}$ este … .
4. Dintre numerele $\frac{1}{2}$ și $\frac{2}{3}$ mai mare este …
5. Un dreptunghi are perimetrul de 2,8 cm, iar lățimea de 0,6 cm. Lungimea sa este egală cu … cm.
6. Dacă media aritmetică a numerelor x și y este 7, iar $x = 3$, atunci $y = …$.

Partea a II-a: *Scrieți rezolvările complete.*

1. Calculați: a) $1 - \left(1 + \frac{5}{6} + \frac{3}{4} - 2\frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{24} + \frac{2}{3} - \frac{1}{8}\right)$;

   b) $2 - [3{,}6 - (4{,}5 - 3{,}1) \cdot 2] + (3{,}9 - \frac{1}{4})$;

   c) media aritmetică a numerelor x, y și z unde $x = 4{,}2$;

   $y = 50\%$ din x și $z = \frac{1}{3}$ din y.

2. Simplificați fracțiile: a) $\frac{2^n \cdot 6^{n+1}}{12^n}$; $n \in \mathbb{N}$; b) $\frac{\overline{a0} + \overline{b0}}{\overline{ab} + \overline{ba}}$.
3. Determinați valorile numărului natural x, astfel încât fracția $\frac{5}{2x+1}$ să fie supraunitară.

TESTUL 2

Partea I: *Scrieți numai rezultatele.*

1. Rezultatul calculului $11{,}4 : 10$ este … .
2. Dintre numerele 1,21 și 1,9 mai mare este … .
3. Dacă dublul sumei dintre x și 9 este 20, atunci $x = …$.
4. Elementele mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid \frac{\overline{1x}}{5} \in \mathbb{N}\}$ sunt … .
5. Dacă $a(a + b) = 15$ și $a = 2$, atunci $b = …$.
6. Dacă $x = 9$ și $y = 2x - 3$, atunci 75% din $(x + y) = …$.

TESTUL 1

Partea I: *Scrieți numai rezultatele.*

1. a) *(3p)* Dublul numărului 40 este egal cu ...;
b) *(3p)* Un sfert din numărul 40 este egal cu ...;
c) *(3p)* Rezultatul calculului $48 - 2^3$ este egal cu ... .

2. Scris în cifre numărul:
a) *(3p)* patru sute doi este egal cu ...;
b) *(3p)* patru mii doi este egal cu ...;
c) *(3p)* patru sute mii șase sute este egal cu ... .

3. a) *(3p)* Cel mai mic multiplu, nenul, al lui 10 este egal cu ...;
b) *(3p)* Cel mai mare multiplu al lui 10, mai mic decât 100 este egal cu ... .
c) *(3p)* Cel mai mare multiplu al lui 10, cel mult egal cu 100, este egal cu ... .

4. Fie numerele $a = \frac{4}{5}$ și $b = \frac{4}{3}$.
a) *(3p)* Dintre numerele a și b mai mare este numărul ...;
b) *(3p)* Amplificând fracția $\frac{4}{5}$ cu 3 obținem fracția ...;
c) *(3p)* Suma numerelor a și b este egală cu ... .

5. a) *(3p)* 1 metru este egal cu ... centimetri;
b) *(3p)* Rezultatul calculului $0{,}8 \cdot 100$ este egal cu ...;
c) *(3p)* Un pătrat are latura de 0,24 m. Perimetrul pătratului este egal cu ... cm.

Partea a II-a: *Scrieți rezolvările complete.*

1. Considerăm numerele $\overline{ab}$, scrise în baza 10, cu $a \neq 0$ și $b \neq 0$.
a) *(4p)* Arătați că $\overline{ab} + \overline{ba} = 11 \cdot (a + b)$;
b) *(6p)* Determinați toate numerele $\overline{ab}$ care îndeplinesc condiția: $\overline{ab} + \overline{ba} = 99$.

2. Se consideră mulțimile: $A = \{1; 2\}$; $B = \{x \in \mathbb{N} | 2 \leq x < 5\}$.
a) *(4p)* Scrieți submulțimile mulțimii A.
b) *(5p)* Scrieți mulțimea B enumerând elementele sale.
c) *(6p)* Determinați $A \cap B$.