



Anton Negrilă
Maria Negrilă

Teste de

MATEMATICĂ

pentru

Simularea Evaluării Naționale

Ediția a V-a, revizuită și adăugită

Paralela 45
Editura Paralela 45

Editura Paralela 45

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E. nr. 3074/31.01.2022.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu programa școlară pentru susținerea Evaluării Naționale pentru absolvenții clasei a VIII-a și cu modelul de structură de subiect și baremul de evaluare și notare în vigoare.

Director de producție editorială: Ionuț Burcioiu

Redactare: Andreea Roșca

Tehnoredactare: Adriana Vlădescu

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

NEGRILĂ, ANTON

Teste de matematică pentru Simularea Evaluării Naționale : 8 /

Anton Negrilă, Maria Negrilă. – Ed. a 5-a, reviz. și adăug. –

Pitești : Paralela 45, 2025

ISBN 978-973-47-4377-3

I. Negrilă, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2025

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

www.edituraparelela45.ro

TESTUL 1

SUBIECTUL I. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

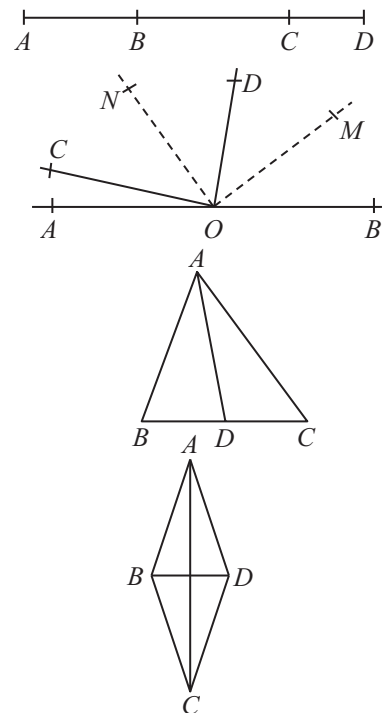
(30 de puncte)

- (5p) 1. Rezultatul calculului $|-6| - \sqrt{3^2 + 4^2}$ este egal cu:
 a) -11; b) -1; c) 0; d) 1.
- (5p) 2. Dacă 20% dintr-un număr este egal cu 18, atunci numărul este egal cu:
 a) 72; b) 84; c) 90; d) 96.
- (5p) 3. Cel mai mare număr întreg din intervalul $\left(-\infty, -3\frac{1}{3}\right)$ este:
 a) -5; b) -4; c) -3; d) -2.
- (5p) 4. Patru elevi, Ana, Lucian, Teodora și Andu, au calculat suma elementelor mulțimii $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < \frac{3x+8}{2} \leq 7\right\}$. Rezultatele lor sunt trecute în tabelul alăturat. Dintre cei patru elevi, răspunsul corect a fost dat de:
 a) Ana; b) Lucian; c) Teodora; d) Andu.
- | Ana | Lucian | Teodora | Andu |
|-----|--------|---------|------|
| -7 | -5 | -3 | -1 |
- (5p) 5. Valoarea numărului real $x = \left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{6} - 2\sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}$ este egală cu:
 a) $-\sqrt{3}$; b) $-\sqrt{2}$; c) $\sqrt{2}$; d) $\sqrt{3}$.
- (5p) 6. Se consideră numărul $\sqrt{0,4}$. Sofia afirmă: „Numărul considerat este rațional.” Afirmatia Sofiei este:
 a) adevărată; b) falsă.

SUBIECTUL al II-lea. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

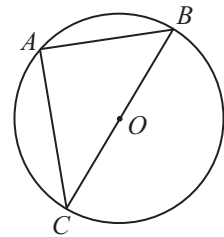
(30 de puncte)

- (5p) 1. În figura alăturată, punctele A, B, C și D sunt coliniare, în ordinea dată, astfel încât $BD = 2AB$ și $BC = 2CD$. Știind că $CD = 4$ cm, lungimea segmentului AC este egală cu:
 a) 10 cm; b) 12 cm;
 c) 14 cm; d) 18 cm.
- (5p) 2. În figura alăturată, punctele A, O, B sunt coliniare. În același semiplan determinat de dreapta AB se duc semidreptele perpendiculare OC și OD , iar $\angle BOD = 8\angle AOC$. Dacă ON este bisectoarea unghiului COD și OM este bisectoarea unghiului BOD , măsura unghiului MON este egală cu:
 a) 75° ; b) 78° ;
 c) 85° ; d) 90° .
- (5p) 3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC , având aria egală cu 144 cm^2 și $AB = 16$ cm, iar AD este mediană, cu $D \in BC$. Distanța de la punctul D la dreapta AB este egală cu:
 a) 6 cm; b) 8 cm;
 c) 9 cm; d) 12 cm.
- (5p) 4. În figura alăturată este reprezentat rombul $ABCD$, al cărui perimetru este egal cu 48 cm și $\angle ABC = 150^\circ$. Aria rombului $ABCD$ este egală cu:
 a) 54 cm^2 ; b) 60 cm^2 ;
 c) 64 cm^2 ; d) 72 cm^2 .



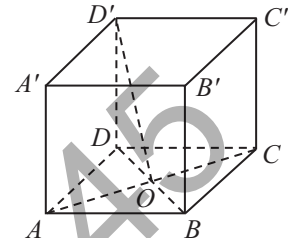
- (5p) 5. Punctele A, B, C sunt situate pe un cerc de centru O și rază R , astfel încât $AB = 12$ cm, $AC = 16$ cm și $BC = 20$ cm. Distanța de la punctul O la coarda AB este egală cu:

a) 6 cm; b) 8 cm;
c) 9 cm; d) 10 cm.



- (5p) 6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$, cu $AC \cap BD = \{O\}$. Măsura unghiului format de dreptele $A'B$ și $D'O$ este egală cu:

a) 30° ; b) 45° ;
c) 60° ; d) 75° .



SUBIECTUL al III-lea. Scrie rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. La o preselecție, pe un teren de sport, sunt mai puțin de 215 copii care joacă fotbal. Dacă aceștia sunt așezați în coloane de câte 8, rămân pe margine 5 copii, dacă sunt așezați în coloane de câte 9, rămân pe margine 6 copii, iar dacă sunt așezați în coloane de câte 12, rămân pe margine 9 copii.

- (2p) a) Este posibil ca pe terenul de sport să se afle 141 de copii? Justifică răspunsul dat.
(3p) b) Determină numărul maxim de copii care au participat la selecție.

2. Se consideră mulțimea $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq \frac{6x-8}{4} < 4 \right\}$ și numărul real $x = |3-2a| - |2-a| - \sqrt{a^2}$, unde a este un număr real, $a < 0$.

- (2p) a) Scrie mulțimea A sub formă de interval.
(3p) b) Arată că numărul real x aparține mulțimii A .

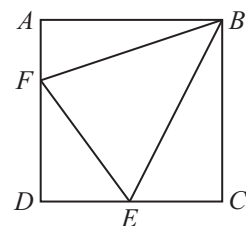
3. Se consideră numerele reale a și b , unde:

$$a = 2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1) + \frac{2(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}} - |\sqrt{2}-3| \text{ și } b = \sqrt{(\sqrt{3}-6)^2} + 3|\sqrt{3}-3| + \sqrt{6}(2\sqrt{2}-\sqrt{6}).$$

- (2p) a) Determină valoarea numărului real a .
(3p) b) Calculează media geometrică a numerelor reale a și b .

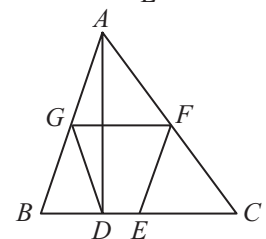
4. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$, cu latura $AB = 12$ cm, punctul E este mijlocul laturii CD , iar punctul $F \in AD$, astfel încât $DF = 2AF$.

- (2p) a) Determină aria triunghiului BEF .
(3p) b) Calculează distanța de la punctul B la dreapta EF .



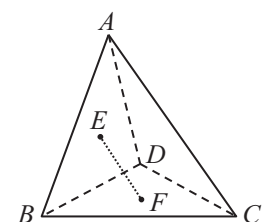
5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC , cu $AB = 12$ cm, $BC = 16$ cm, $\angle ABC = 60^\circ$ și $AD \perp BC$, $D \in BC$. Punctele E, F, G sunt mijloacele laturilor BC, AC , respectiv AB .

- (2p) a) Demonstrează că patrulaterul $DEFG$ este trapez isoscel.
(3p) b) Calculează aria trapezului isoscel $DEFG$.



6. În figura alăturată este reprezentat tetraedrul $ABCD$, în care punctul E este centru de greutate în triunghiul ABD , punctul F este centru de greutate în triunghiul BCD , iar $AC = 24$ cm.

- (2p) a) Arată că $EF \parallel (ACD)$.
(3p) b) Calculează lungimea segmentului EF .



TESTUL 13

SUBIECTUL I. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

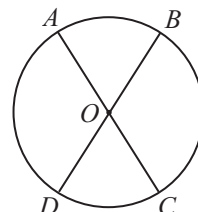
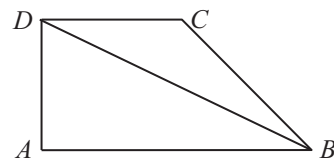
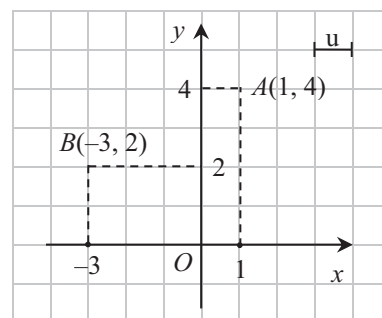
(30 de puncte)

- (5p) 1. Rezultatul calculului $8 - 3 \cdot (1 + 2)$ este egal cu:
 a) -1; b) 2; c) 15; d) 17.
- (5p) 2. Dacă $\frac{a}{4} = \frac{b}{5}$, atunci rezultatul calculului $5a - 4b$ este egal cu:
 a) -1; b) 0; c) 1; d) 9.
- (5p) 3. Calculând 24% din 75, rezultatul obținut este egal cu:
 a) 12; b) 15; c) 18; d) 20.
- (5p) 4. Patru elevi, Oana, Cătălin, Sofia și Bogdan, au avut de stabilit care este cel mai mare număr din șirul: 12,3(45), 12,(345), 12,34(5) și 12,345. Răspunsurile lor au fost trecute în tabelul alăturat. Dintre cei patru elevi, cel care a răspuns corect este:
 a) Oana; b) Cătălin; c) Sofia; d) Bogdan.
- | Oana | Cătălin | Sofia | Bogdan |
|----------|----------|----------|---------|
| 12,3(45) | 12,(345) | 12,34(5) | 12,3456 |
- (5p) 5. Frația $\frac{24}{42}$ este echivalentă cu:
 a) $\frac{3}{7}$; b) $\frac{4}{7}$; c) $\frac{21}{12}$; d) $\frac{7}{3}$.
- (5p) 6. Mara are 15 ani, iar sora ei, Sofia, are 7 ani. Mara afirmă: „Peste doi ani, suma dintre vârsta mea și a sorei mele va fi egală cu 26.” Afirmatia Marei este:
 a) adevărată; b) falsă.

SUBIECTUL al II-lea. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

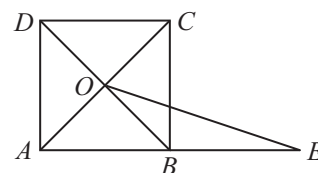
(30 de puncte)

- (5p) 1. În figura alăturată, sunt reprezentate punctele $A(1, 4)$ și $B(-3, 2)$, într-un sistem de axe ortogonale xOy . Coordonatele punctului M , mijlocul segmentului AB , sunt:
 a) (1, 2); b) (-1, 3);
 c) (-1, -2); d) (1, -2).
- (5p) 2. În figura alăturată este reprezentată schița unui teren în formă de trapez dreptunghic $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $\angle A = \angle D = 90^\circ$. Știind că $AB = 48$ cm, $CD = 30$ cm, iar diagonala BD este bisectoarea unghiului ABC , atunci aria triunghiului BCD este egală cu:
 a) 320 cm^2 ; b) 340 cm^2 ;
 c) 360 cm^2 ; d) 380 cm^2 .
- (5p) 3. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O , pe care sunt situate punctele A, B, C, D , cu $AC \cap BD = \{O\}$, iar măsura arcului mic $\widehat{AB}$ este egală cu 70° . Măsura unghiului CBD este egală cu:
 a) 30° ; b) 35° ;
 c) 40° ; d) 45° .
- (5p) 4. Triunghiul ABC este înscris în cercul cu centrul în O și raza $R = 8$ cm. Știind că latura AB este egală cu 16 cm, măsura unghiului ACB este egală cu:
 a) 30° ; b) 45° ; c) 60° ; d) 90° .



- (5p) 5. În figura alăturată este reprezentat un pătrat $ABCD$, cu $AB = 6\sqrt{2}$ cm, $AC \cap BD = \{O\}$, iar punctul E este simetricul punctului A față de punctul B . Lungimea segmentului OE este egală cu:

- a) $6\sqrt{2}$ cm; b) $6\sqrt{3}$ cm;
c) 12 cm; d) $6\sqrt{5}$ cm.



- (5p) 6. O ladă în formă de paralelipiped dreptunghic are suma tuturor muchiilor sale egală cu 23 m. Știind că dimensiunile bazei lăzii sunt egale cu 4 m și 0,75 m, atunci volumul este egal cu:

- a) 2 m^3 ; b) 3 m^3 ; c) 4 m^3 ; d) 6 m^3 .

SUBIECTUL al III-lea. Scrie rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Toți cei 105 elevi din clasele gimnaziale ale unui Colegiu Național au participat la Olimpiada de matematică. 60% dintre participanți au obținut premii, iar dintre premianți, numărul băieților este cu 15 mai mare decât numărul fetelor.

- (2p) a) Care este numărul elevilor care au obținut premii?
(3p) b) Care este numărul băieților premianți?

2. Se consideră expresia $E(x) = (3x - 1)^2 - (x + 2)(x - 2) - 2(2x - 3)^2 - 5(2x - 3)$, unde x este un număr real.

- (2p) a) Arată că $E(x) = 8x + 2$, pentru orice număr real x .

- (3p) b) Determină numerele întregi n , pentru care $\frac{E(n) - 5 - 6n}{n + 3} \in \mathbb{Z}$.

3. Se consideră mulțimea $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \left| \frac{2x - 3}{5} \right| < 1 \right\}$ și numărul real $b = \frac{1}{(2 + \sqrt{3})^2} + 2 \cdot |3 - 2\sqrt{3}|$.

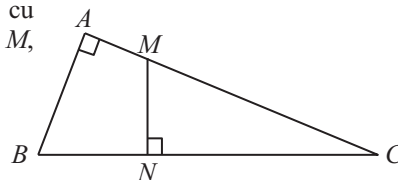
- (2p) a) Determină mulțimea A .

- (3p) b) Arată că $b \in A$.

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC , cu $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 45$ cm și $AC = 60$ cm. Pe cateta AC se ia punctul M , astfel încât $\frac{AM}{CM} = \frac{1}{5}$, iar $MN \perp BC$, $N \in BC$.

- (2p) a) Arată că lungimea segmentului AM este egală cu 10 cm.

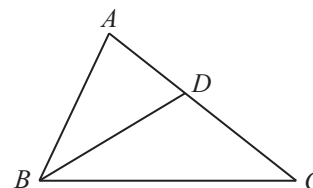
- (3p) b) Calculează perimetrul triunghiului MNC .



5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC , cu $\angle ABC = 60^\circ$ și $AB = 8\sqrt{3}$ cm. Semidreapta BD este bisectoarea unghiului ABC , cu $D \in AC$ și $BD = 8\sqrt{3}$ cm.

- (2p) a) Calculează măsura unghiului BDC .

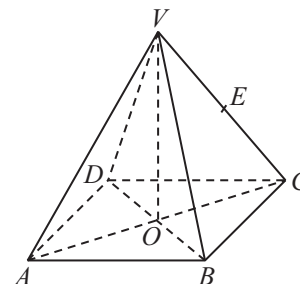
- (3p) b) Află aria triunghiului BDC .



6. Piramida patrulateră regulată $VABCD$ are muchiile laterale egale cu 12 cm, iar $AC \cap BD = \{O\}$. Înălțimea piramidei, VO , este egală cu $6\sqrt{2}$ cm, iar punctul E este mijlocul muchiei laterale CV .

- (2p) a) Demonstrează că muchia VA este paralelă cu planul BDE .

- (3p) b) Calculează măsura unghiului dintre dreapta OE și planul (ABC) .



TESTUL 28

SUBIECTUL I. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

- (5p) 1. Suma dintre cel mai mare număr natural de două cifre divizibil cu 25 și cel mai mic număr natural de trei cifre divizibil cu 15 este egală cu:
a) 175; b) 180; c) 190; d) 200.
- (5p) 2. În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate la o stație meteo, în fiecare zi a unei săptămâni a lunii iunie, dintr-un an, la aceeași oră a zilei.

Ziua	Luni	Mărti	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Temperatura (°C)	23	26	25	28	27	30	32

Conform informațiilor din tabel, diferența dintre temperatura cea mai mare și temperatura cea mai mică este egală cu:

- a) 7°C; b) 8°C; c) 9°C; d) 10°C.
- (5p) 3. Într-o clasă sunt 14 băieți și 21 de fete. Se alege la întâmplare un elev. Probabilitatea ca elevul ales să fie fată este egală cu:
a) 48%; b) 54%; c) 57%; d) 60%.
- (5p) 4. Știind că x și y sunt două numere reale nenule pentru care $\frac{3x}{5y} =$

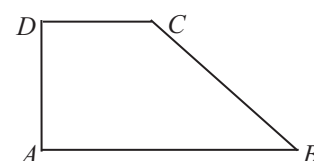
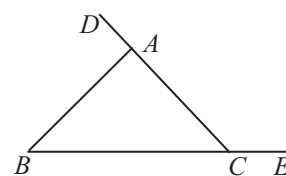
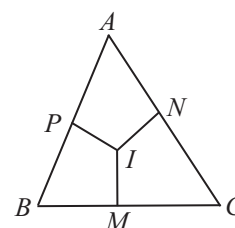
Darius	Antonia	Dinu	Sofia
2	3	4	6

 $\frac{4x+5y}{8x-5y}$, obținând
 = 0,75, patru elevi au calculat valoarea raportului $\frac{4x+5y}{8x-5y}$, rezultatele trecute în tabelul alăturat. Dintre cei patru elevi, răspunsul corect a fost dat de:
 a) Darius; b) Antonia; c) Dinu; d) Sofia.
- (5p) 5. Valoarea numărului natural n , pentru care propoziția $3\sqrt{2} < \sqrt{2n+1} < 2\sqrt{5}$ este adevărată, este egală cu:
a) 7; b) 8; c) 9; d) 10.
- (5p) 6. Ștefania călătorește cu trenul. Ea pleacă din stație la ora 15:20 și ajunge la destinație la ora 19:35. Ea face afirmația că a circulat cu trenul 3 ore și 50 de minute. Afirmația Ștefaniei este:
a) adevărată; b) falsă.

SUBIECTUL al II-lea. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

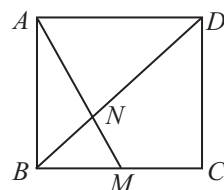
(30 de puncte)

- (5p) 1. În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC , iar punctul I , interior triunghiului, astfel încât $IM = IN = IP$, unde $IM \perp BC$, $M \in BC$, $IN \perp AC$, $N \in AC$ și $IP \perp AB$, $P \in AB$. Punctul I reprezintă intersecția:
a) medianelor; b) bisectoarelor;
c) înălțimilor; d) mediatoarelor.
- (5p) 2. În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC , având măsura unghiului ABC egală cu 40° , măsura unghiului BAD egală cu $17x^\circ - 25^\circ$ și măsura unghiului ACE egală cu $19x^\circ - 7^\circ$. Valoarea lui x este egală cu:
a) 5; b) 6;
c) 7; d) 8.
- (5p) 3. Se consideră un trapez dreptunghic $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AB = 18$ cm, $CD = 12$ cm, $\angle A = \angle D = 90^\circ$ și măsura unghiului ABC egală cu 45° . Aria trapezului $ABCD$ este egală cu:
a) 75 cm^2 ; b) 80 cm^2 ;
c) 84 cm^2 ; d) 90 cm^2 .



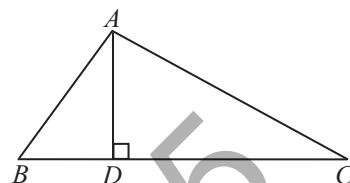
- (5p) 4. În figura alăturată este reprezentat un pătrat $ABCD$, cu latura $AB = 12$ cm. Punctul M este mijlocul laturii BC , iar $AM \cap BD = \{N\}$. Aria triunghiului BNM este egală cu:

a) 12 cm^2 ; b) 16 cm^2 ;
c) 18 cm^2 ; d) 24 cm^2 .



- (5p) 5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC , cu $AD \perp BC$, $D \in BC$ și măsura unghiului BAC este egală cu 105° . Dacă $AC = 24$ cm și $AD = 12$ cm, atunci lungimea laturii AB este egală cu:

a) 12 cm; b) $12\sqrt{2}$ cm;
c) 18 cm; d) $12\sqrt{3}$ cm.



- (5p) 6. O ladă frigorifică în formă de paralelipiped dreptunghic are dimensiunile bazei egale cu 32 dm, 12 dm și înălțimea egală cu 16 dm. Numărul maxim de cutii sub formă de cub cu muchia de 4 dm, ce pot fi aranjate în această ladă frigorifică, este egal cu:
- a) 88; b) 90; c) 96; d) 98 m.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.*

(30 de puncte)

1. Dacă elevii participanți la un concurs ar fi fost așezați câte doi în bancă, atunci un elev ar fi stat singur în bancă și 8 bănci ar fi rămas goale. Dacă aceiași elevi ar fi fost așezați câte trei în bancă, atunci 14 bănci ar fi rămas goale și într-o bancă ar fi stat doar doi elevi.

(2p) a) Determină numărul de bănci din clasă.

(3p) b) Determină numărul de elevi participanți la concurs.

2. Se consideră expresia $E(x) = (4x - 3)^2 + (4x - 3)(4x + 2) + (2x + 1)^2 - (6x - 2)(6x - 4)$, unde x este un număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = 4(3x - 1)$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Determină valorile naturale ale lui n , pentru care $E(n) < 7n + 21$.

3. Se consideră numerele reale $a = \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} + \frac{3(\sqrt{3} - 2)}{\sqrt{3}}$ și $b = \sqrt{(2\sqrt{2} - 3)^2} - 2\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{3} \left(\frac{8}{\sqrt{6}} + 2\sqrt{3} \right) + 7$.

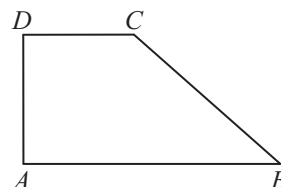
(2p) a) Calculează valorile numerelor reale a și b .

(3p) b) Calculează media geometrică a numerelor a și b .

4. În figura alăturată este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $\angle A = \angle D = 90^\circ$, iar $AD = 24$ cm, $DC = 18$ cm și $BC = 40$ cm.

(2p) a) Calculează lungimea bazei mari AB .

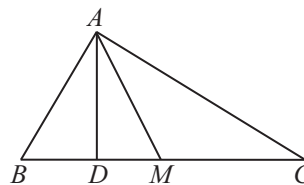
(3p) b) Determină distanța de la punctul A la dreapta BC .



5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC , cu $\angle A = 90^\circ$, $AB < AC$, $\angle DAM = 30^\circ$, unde $AD \perp BC$, $D \in BC$, AM este mediană, $M \in BC$, iar $AC = 36$ cm.

(2p) a) Determină lungimea ipotenuzei BC .

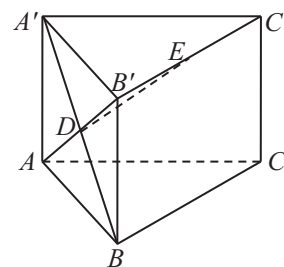
(3p) b) Arată că perimetrul triunghiului ABC este mai mic decât 108 cm.



6. În figura alăturată este reprezentată prisma regulată $ABCA'B'C'$, cu baza triunghiul echilateral ABC , $AB = 3\sqrt{3}$ cm, $AA' = 3$ cm, $AB' \cap A'B = \{D\}$ și $B'E \equiv EC'$, unde $E \in B'C'$.

(2p) a) Arată că dreapta DE este paralelă cu planul (ABC) .

(3p) b) Calculează măsura unghiului format de dreptele DE și BB' .



TESTUL 48

SUBIECTUL I. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

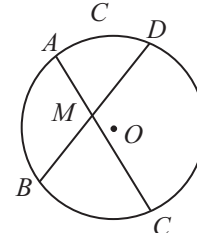
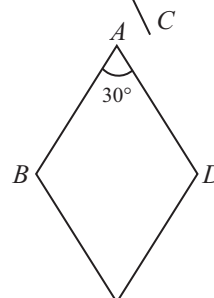
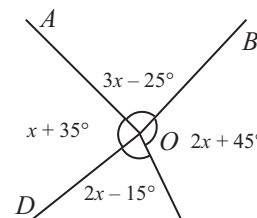
- (5p) 1. Rezultatul calculului $12 - 2 \cdot 3$ este:
 a) 30; b) 18; c) 10; d) 6.
- (5p) 2. Un obiect costă 60 de lei. După o reducere cu 15% prețul obiectului va fi:
 a) 55 de lei; b) 51 de lei; c) 48 de lei; d) 45 de lei.
- (5p) 3. Dacă 8 robinete pot umple un bazin în 15 ore, atunci 12 robinete cu același debit vor umple același bazin în:
 a) 12 ore; b) 10 ore; c) 9 ore; d) 8 ore.
- (5p) 4. Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $3x - 8 \geq 4$ este egală cu:
 a) $(-\infty, -4]$; b) $(-\infty, 4]$; c) $(4, +\infty)$; d) $[4, +\infty)$.
- (5p) 5. Patru elevi, Matei, Irina, Eric și Sofia, calculează produsul numerelor $a = \sqrt{72} - \sqrt{32}$ și $b = -2\sqrt{12} + 2\sqrt{27}$ și obțin rezultatele înregistrate în tabelul alăturat.
 Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect este:
 a) Matei; b) Irina; c) Eric; d) Sofia.
- (5p) 6. Mara are 18 lei, iar Sofia are cu 6 lei mai mult. Afirmația: „Dacă Sofia ar mai primi 12 lei ar avea dublul sumei Mariei” este:
 a) adevărată; b) falsă.

Matei	Irina	Eric	Sofia
$4\sqrt{2}$	$4\sqrt{3}$	$3\sqrt{6}$	$4\sqrt{6}$

SUBIECTUL al II-lea. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

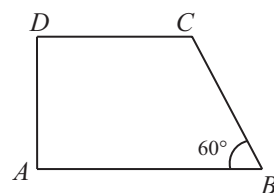
(30 de puncte)

- (5p) 1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, C, D, B , în această ordine, astfel încât $AC \equiv BC$, iar $D \in BC$ astfel încât $2BD = 3CD$ și $AD = 42$ cm. Lungimea segmentului AB este egală cu:
 a) 63 cm; b) 60 cm; c) 54 cm; d) 52 cm.
- (5p) 2. În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile AOB, BOC, COD și DOA în jurul punctului O , având măsurile prezentate în figura alăturată. Valoarea lui x este egală cu:
 a) 45° ; b) 40° ; c) 35° ; d) 30° .
- (5p) 3. În figura alăturată este reprezentat rombul $ABCD$ cu $\angle BAD = 30^\circ$ și $AB = 6\sqrt{2}$ cm. Aria rombului este egală cu:
 a) 42 cm^2 ; b) 40 cm^2 ; c) 36 cm^2 ; d) 32 cm^2 .
- (5p) 4. În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, D (în această ordine) situate pe cercul de centru O astfel încât $\widehat{AB} = 76^\circ$ și $\widehat{CD} = 100^\circ$. Măsura unghiului BMC , $BD \cap AC = \{M\}$, este egală cu:
 a) 92° ; b) 87° ; c) 86° ; d) 85° .



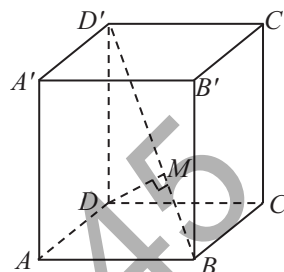
- (5p) 5. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$ și $DC = BC = 4$ cm. Aria triunghiului ABC este egală cu:

- a) 6 cm^2 ; b) 8 cm^2 ;
c) $6\sqrt{2} \text{ cm}^2$; d) $6\sqrt{3} \text{ cm}^2$.



- (5p) 6. În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 12$ cm, $BC = 9$ cm și $AA' = 20$ cm. Distanța de la punctul D la diagonala BD' , $DM \perp BD'$, $M \in BD'$, este egală cu:

- a) 18 cm; b) 15 cm;
c) 12 cm; d) $6\sqrt{3}$ cm.



SUBIECTUL al III-lea. *Scris rezolvările complete.*

(30 de puncte)

1. Oana citește o carte în trei zile astfel: în prima zi citește 40% din numărul total de pagini, în ziua a doua citește 45% din restul paginilor rămase necitite, iar în a treia zi citește cu 102 pagini mai mult decât $\frac{2}{5}$ din cât a citit în prima zi.

- (2p) a) Câte procente reprezintă numărul paginilor citite de Oana în a doua zi, comparativ cu numărul total de pagini pe care le are cartea?

- (3p) b) Câte pagini are cartea citită de Oana?

2. Se consideră expresia $E(x) = 2x - \left(\frac{x}{x+2} + \frac{3}{x-2} + \frac{6x}{4-x^2} \right) : \frac{x^2-4x+3}{x^2+x-2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1, 2, 3\}$.

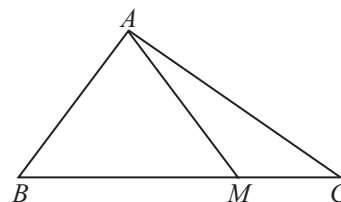
- (2p) a) Arată că $E(x) = 2x - 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1, 2, 3\}$.

- (3p) b) Determină maximum lui $A = E(x) - x(x-6) - 5$ și valoarea lui x pentru care se realizează acest maxim.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 6$.

- (2p) a) Determină punctul de pe graficul funcției f care are coordonatele egale.

- (3p) b) În sistemul de axe ortogonale xOy se consideră punctul $C(m, 0)$ și punctele A și B de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox , respectiv Oy . Află valorile reale ale lui m pentru care aria triunghiului ABC este egală cu 12.



4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AB < AC$, $AB = 12$ cm, $S_{ABC} = 84 \text{ cm}^2$, iar punctul $M \in BC$ astfel încât $2BM = 5MC$. Calculează:

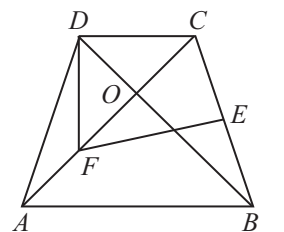
- (2p) a) aria triunghiului AMC ;

- (3p) b) distanța de la punctul M la dreapta AB .

5. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $AD \equiv BC$, iar punctele E și F sunt mijloacele segmentelor BC , respectiv AO , cu $AC \cap BD = \{O\}$. Dacă $AB = 24$ cm, $CD = 12$ cm și $AC = 36$ cm, calculează:

- (2p) a) aria triunghiului ADF ;

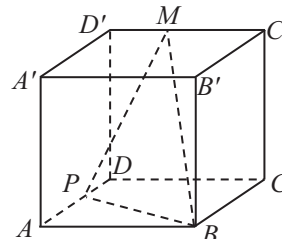
- (3p) b) lungimea segmentului EF .



6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu muchia egală cu 20 cm. Punctele M și P sunt mijloacele muchiilor $D'C'$ și AD . Calculează:

- (2p) a) aria triunghiului BMP ;

- (3p) b) tangenta unghiului format de planele (MBP) și (ABC) .



TESTUL 57

SUBIECTUL I. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

- (5p) 1. Rezultatul calculului $8 - 8 : 2$ este egal cu:
 a) 0; b) 2; c) 4; d) 6.
- (5p) 2. Numărul care reprezintă 30% din 60 este egal cu:
 a) 10; b) 12; c) 15; d) 18.
- (5p) 3. Cel mai mare număr întreg din intervalul $[-5; 8)$ este:
 a) -5; b) -4; c) 7; d) 8.
- (5p) 4. Mulțimea valorilor întregi ale lui x pentru care $x^2 + 3 \leq 7$ este:
 a) $\{0, 1, 2\}$; b) $\{-1, 0, 1, 2\}$; c) $\{-2, -1, 0, 1\}$; d) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$.
- (5p) 5. Patru elevi, Bogdan, Cătălin, Andrei și Matei determină media aritmetică a numerelor reale $a = \sqrt{2} \left(2 - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right)$ și $b = \frac{8}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{27}}{3}$.

Bogdan	Cătălin	Andrei	Matei
$\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$3\sqrt{3}$

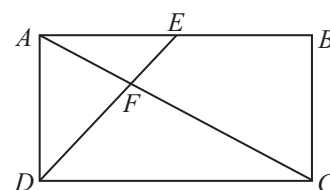
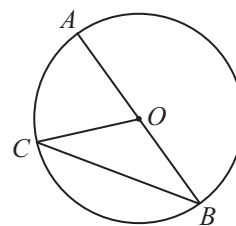
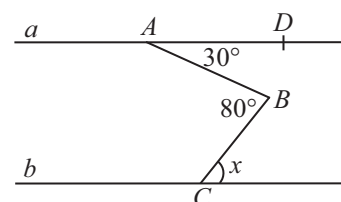
Rezultatele obținute de ei sunt trecute în tabelul alăturat. Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media aritmetică este:

- a) Bogdan; b) Cătălin; c) Andrei; d) Matei.

SUBIECTUL al II-lea. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

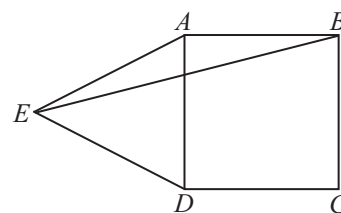
(30 de puncte)

- (5p) 1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C și D , în această ordine, iar punctul M este mijlocul segmentului BC și punctul N este mijlocul segmentului CD . Dacă $BC = 2AB$, $CD = 3BC$ și $AB = 2$ cm, atunci lungimea segmentului MN este egală cu:
 a) 6 cm; b) 8 cm;
 c) 9 cm; d) 10 cm.
- (5p) 2. În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele a și b , unde punctele $A, D \in a$ și $C \in b$. Dacă $\angle BAD = 30^\circ$, $\angle ABC = 80^\circ$, atunci valoarea lui x este egală cu:
 a) 40° ; b) 45° ;
 c) 50° ; d) 60° .
- (5p) 3. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O și rază $R = 4$ cm, iar punctele A și B , situate pe cerc, sunt diametral opuse. Dacă punctul C este situat pe cerc, astfel încât măsura unghiului BCO este egală cu 30° , atunci aria triunghiului ACB este egală cu:
 a) $4\sqrt{3}$ cm²; b) 8 cm²;
 c) $8\sqrt{2}$ cm²; d) $8\sqrt{3}$ cm².
- (5p) 4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$, unde punctul E este mijlocul laturii AB , iar $AC \cap DE = \{F\}$. Dacă $AD = 6$ cm și $DC = 6\sqrt{2}$ cm, atunci aria triunghiului BEF este egală cu:
 a) $2\sqrt{2}$ cm²; b) 3 cm²;
 c) 4 cm²; d) $3\sqrt{2}$ cm².



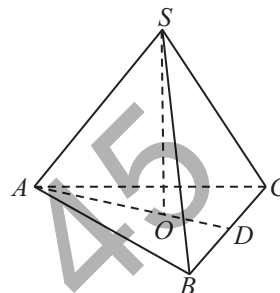
- (5p) 5. În figura alăturată sunt reprezentate pătratul $ABCD$ și triunghiul echilateral ADE , iar $BC = 4\sqrt{2}$ cm. Distanța de la punctul D la dreapta BE este egală cu:

- a) $2\sqrt{3}$ cm; b) 4 cm;
c) $3\sqrt{2}$ cm; d) $3\sqrt{3}$ cm.



- (5p) 6. În figura alăturată este reprezentată piramida triunghiulară regulată $SABC$, cu $SO \perp (ABC)$ și $AB = 6$ cm. Știind că triunghiul SOA este dreptunghic isoscel, atunci volumul piramidei $SABC$ este egal cu:

- a) 9 cm^3 ; b) $9\sqrt{3} \text{ cm}^3$;
c) 18 cm^3 ; d) $18\sqrt{2} \text{ cm}^3$.



SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.*

(30 de puncte)

1. Un elev cheltuie într-o excursie de 4 zile o sumă de bani astfel: în prima zi cheltuie $\frac{1}{5}$ din întreaga sumă, în a doua zi 30% din suma rămasă, în a treia zi a cheltuit cu 48 de lei mai mult decât a cheltuit în a doua zi, iar în a patra zi a cheltuit ultimii 96 de lei.

- (2p) a) Verifică dacă elevul a cheltuit în a doua zi un sfert din întreaga sumă. Justifică răspunsul dat.
(3p) b) Determină suma totală de bani cheltuită de elev în excursia de patru zile.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1}{4+2x} - \frac{2}{x+2} + \frac{2}{x^2+2x} \right) : \left(\frac{x}{2} + \frac{2}{x} - 2 \right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$.

- (2p) a) Arată că $E(x) = \frac{1}{x+2}$, pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$.

- (3p) b) Determină valorile numărului natural nenul n , $n \neq 2$, pentru care $12 \cdot E(n)$ este număr natural.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{2}x - 4$.

- (2p) a) Reprezintă grafic funcția f într-un sistem de axe rectangulare xOy .

- (3p) b) Dacă $G_f \cap Ox = \{A\}$ și $G_f \cap Oy = \{B\}$, iar punctul M este mijlocul segmentului AB , calculează lungimea segmentului CM , unde punctul $C(0; 2)$.

4. În figura alăturată sunt reprezentate triunghiul dreptunghic isoscel CBE cu $\angle CBE = 90^\circ$ și pătratul $ABCD$ cu $AD = 6$ cm.

- (2p) a) Dacă $AD \cap EC = \{F\}$ și $AC \cap FB = \{G\}$, arată că lungimea segmentului FG este egală cu $4\sqrt{5}$ cm.

- (3p) b) Calculează aria triunghiului CGE .

5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 8\sqrt{2}$ cm și $AD = 6\sqrt{2}$ cm. Se consideră punctele $E \in AB$, $F \in BC$, $G \in CD$ și $H \in AD$, astfel încât $AE \equiv CG$ și $CF \equiv AH$. Dacă $AE = 6\sqrt{2}$ cm și $CF = 4\sqrt{2}$ cm, atunci:

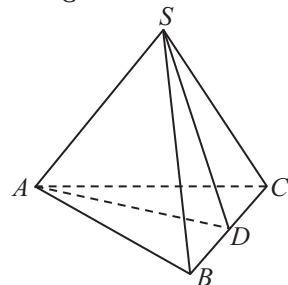
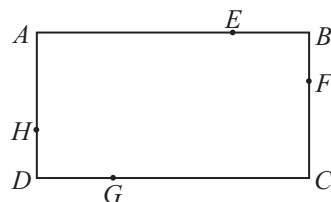
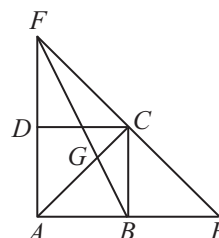
- (2p) a) arată că aria patrulaterului $EFGH$ este egală cu 40 cm^2 .

- (3p) b) demonstrează că dreptele EG , HF și AC sunt concurente.

6. În figura alăturată este reprezentată piramida triunghiulară regulată $SABC$ cu $AB = 16$ cm, $SA = 8\sqrt{2}$ cm, iar punctul D este mijlocul laturii BC .

- (2p) a) Determină măsura unghiului format de dreptele SD și AC .

- (3p) b) Calculează distanța de la punctul D la planul (SAB) .



INDICAȚII ȘI SOLUȚII

PRECIZĂRI

Subiectul I și Subiectul al II-lea

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Subiectul al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut.

TESTUL 1

Subiectul I. 1. d). 2. c). 3. b). 4. c). 5. d). 6. a).

Subiectul al II-lea. 1. c). 2. c). 3. c). 4. d). 5. b). 6. a).

Subiectul al III-lea. 1. a) Fie n numărul de copii; $n < 215$; $n = 8a + 5$, $n = 9b + 6$ și $n = 12c + 9$. Dacă $n = 141$, atunci $a = 17$, $b = 15$ și $c = 11$. Deci răspunsul este „Da”; b) $n + 3 = 8(a + 1)$, $n + 3 = 9(b + 1)$, $n + 3 = 12(c + 1) \Rightarrow [8; 9; 12] \mid n + 3 \Rightarrow n + 3 = 72k$, $k \in \mathbb{N}^* \Rightarrow n = 72k - 3$. Pentru $k = 3 \Rightarrow n = 213$ (A). 2. a) $A = [-2; 4]$; b) $a < 0 \Leftrightarrow -2a > 0 \Leftrightarrow 3 - 2a > 3 \Rightarrow |3 - 2a| = 3 - 2a$; $a < 0 \Leftrightarrow -a > 0 \Leftrightarrow 2 - a > 2 \Rightarrow |2 - a| = 2 - a$; $a < 0 \Leftrightarrow \sqrt{a^2} = |a| = -a$. Deci $x = 3 - 2a - (2 - a) - (-a) = 1 \in A$. 3. a) $a = 3$; b) $b = 9$; $m_g = 3\sqrt{3}$. 4. a) $\mathcal{A}_{BEF} = 60 \text{ cm}^2$; b) $EF = 10 \text{ cm}$; $\mathcal{A}_{BEF} = \frac{EF \cdot d(B, EF)}{2} \Rightarrow d(B, EF) = 12 \text{ cm}$. 5. a) În $\triangle ABC$, GF este linie mijlocie $\Rightarrow GF \parallel BC \Rightarrow GF \parallel DE \Rightarrow DEFG$ – trapez (1). În $\triangle ADB$, $\angle ADB = 90^\circ$, DG este mediană $\Rightarrow DG = \frac{AB}{2}$. În $\triangle ABC$, EF este linie mijlocie $\Rightarrow EF = \frac{AB}{2}$. Deci $DG = EF$ (2). Din (1) și (2) rezultă că $DEFG$ este trapez isoscel; b) În $\triangle ABD$, $AD = 6\sqrt{3} \text{ cm}$. Fie $AD \cap GF = \{H\} \Rightarrow HD = 3\sqrt{3} \text{ cm}$; $GF = 8 \text{ cm}$; $DE = 2 \text{ cm}$; $\mathcal{A}_{DEFG} = 15\sqrt{3} \text{ cm}^2$. 6. a) Fie $M \in BD$, astfel încât $BM = DM$. Deci $E \in AM$, astfel încât $EM = \frac{1}{3}AM \Rightarrow \frac{EM}{AM} = \frac{1}{3}$ și $F \in CM$, astfel încât $FM = \frac{1}{3}CM \Rightarrow \frac{FM}{CM} = \frac{1}{3}$. Deci $\frac{EM}{AM} = \frac{FM}{CM} \stackrel{\text{R.T.Th.}}{\Rightarrow} EF \parallel AC \Rightarrow EF \parallel (ACD)$; b) $\triangle MEF \sim \triangle MAC$ ($EF \parallel AC$) $\stackrel{\text{T.F.A.}}{\Rightarrow} \frac{ME}{AM} = \frac{MF}{CM} = \frac{EF}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow EF = 8 \text{ cm}$.

TESTUL 2

Subiectul I. 1. c). 2. c). 3. c). 4. a). 5. d). 6. a).

Subiectul al II-lea. 1. c). 2. c). 3. d). 4. c). 5. c). 6. d).

Subiectul al III-lea. 1. a) $n = 9a + 4$, $n = 12b + 7$ și $n = 16c + 11 \Rightarrow n + 5 = 9(a + 1)$, $n + 5 = 12(b + 1)$ și $n + 5 = 16(c + 1) \Rightarrow 9 \mid n + 5$, $12 \mid n + 5$ și $16 \mid n + 5$, deci $[9; 12; 16] \mid n + 5 \Rightarrow n + 5 = 144k$, $k \in \mathbb{N}^* \Rightarrow n = 144k - 5$. Pentru $k = 1 \Rightarrow n = 139$, deci $\overline{abc}_{\min} = 139$; b) Pentru $k = 6 \Rightarrow \overline{abc}_{\max} = 859$. 2. a) $A = (-3; 5]$; $B = [-2; 6]$; $A \cup B = (-3; 6]$; $(A \cup B) \cap \mathbb{Z}^* = \{-2, -1, 1, 2, 3, 4, 5\}$; b) $A \cap B = [-2; 5]$, iar $x = 3\sqrt{2}$; dar $-2 < 3\sqrt{2} < 5$ (A) $\Rightarrow x \in A \cap B$. 3. a) $a = \left(\frac{5}{3\sqrt{2}} + \frac{3}{4\sqrt{2}} - \frac{7}{6\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{8\sqrt{6}}{15} = \frac{20+9-14}{12\sqrt{2}} \cdot \frac{8\sqrt{6}}{15} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$; b) $b = 2\sqrt{3}$; $m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{4} = 2$. 4. a) $\angle ADM = 45^\circ$ și $\angle CDN =$

$AC = 10$. Cum $AB^2 + BC^2 = 20 + 80 = 100 = AC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ – dreptunghic, $\angle ABC = 90^\circ$. 4. a) În $\triangle ACF$, punctul G este centru de greutate $\Rightarrow CG = \frac{2}{3}CD \Rightarrow CG = 10$ cm $\Rightarrow BG = 20$ cm; $\triangle BHG \sim \triangle BAC$ ($GH \parallel AC$ – T.F.A.) $\Rightarrow \frac{HG}{AC} = \frac{BG}{BC} \Rightarrow \Rightarrow HG = 16$ cm; b) G este centru de greutate în $\triangle ACF \Rightarrow \mathcal{A}_{AFG} = \frac{1}{3} \mathcal{A}_{ACF} = 72$ cm²; GD – mediană în $\triangle AFG \Rightarrow \mathcal{A}_{DFG} = \frac{1}{2} \mathcal{A}_{AFG} = 36$ cm², dar $\mathcal{A}_{DFG} = \frac{DF \cdot d(G; DF)}{2} \Rightarrow d(G; DF) = \frac{24}{5}$ cm = 4,8 cm. 5. a) $\angle MBC = \angle BCM = 30^\circ$; $\triangle DCM$ – isoscel ($DC = MC = 6\sqrt{3}$ cm) $\Rightarrow \angle DMC = 30^\circ$; $\angle PMB = 90^\circ$. Dacă $PM = x \Rightarrow PB = 2x \Rightarrow BM = x\sqrt{3} \Rightarrow \Rightarrow x = 6 \Rightarrow PM = 6$ cm; $PB = 12$ cm. Dar $PM = PC = 6$ cm. $\mathcal{A}_{CPM} = \frac{CP \cdot d(M; CP)}{2} = 9\sqrt{3}$ cm²; b) Fie $DT \perp AP$, $T \in AP \Rightarrow \Rightarrow d(D, AP) = DT$; $AP = 6\sqrt{7}$ cm; $\mathcal{A}_{APD} = \frac{AP \cdot d(D, AP)}{2}$; $\mathcal{A}_{APD} = 54\sqrt{3}$ cm² $\Rightarrow d(D, AP) = DT = \frac{18\sqrt{21}}{7}$ cm. 6. a) $VM = 3DM \Rightarrow \frac{DM}{VM} = \frac{1}{3}$; $DN = ON \Rightarrow BN = ON + OB = ON + 2ON = 3ON = 3DN \Rightarrow \frac{DN}{BN} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DM}{VM} = \frac{DN}{BN} \Rightarrow \Rightarrow MN \parallel VB$ (Rec. Th Thales), $\angle(MN, (ABC)) = \angle(VB, (ABC)) = \angle VBO$; $\sin(\angle VBO) = \frac{VO}{VB} = \frac{\sqrt{5}}{5}$; $VB = 4\sqrt{10}$ cm; b) $MN \parallel VB \Rightarrow MN \parallel (VBC) \Rightarrow d(M, (VBC)) = d(N, (VBC))$; $\gamma_{NVBC} = \gamma_{VNBC} \Rightarrow \frac{1}{3} \mathcal{A}_{VBC} \cdot d(N, (VBC)) = \frac{1}{3} \mathcal{A}_{NBC} \cdot VO \Rightarrow \frac{BC \cdot a_p}{2} \cdot d(N, (VBC)) = \frac{BC \cdot NP}{2} \cdot VO$, unde $NP \perp BC$, $P \in BC \Rightarrow d(N, (VBC)) = \frac{NP \cdot VO}{a_p} = 4\sqrt{3}$ cm, unde $a_p = 4\sqrt{6}$ cm, $NP = 12$ cm.

TESTUL 48

Subiectul I. 1. d). 2. b). 3. b). 4. d). 5. d). 6. a).

Subiectul al II-lea. 1. b). 2. b). 3. c). 4. a). 5. d). 6. c).

Subiectul al III-lea. 1. a) Rest 60% α ; $\Pi_{zi}: \frac{45}{100} \cdot \frac{60}{100} x = \frac{27}{100} x = 27\% \alpha$; b) În a III-a zi: $\frac{2}{5} \cdot 40\% \alpha + 102 = 16\% \alpha + 102$.

Deci $33\% \alpha = 16\% \alpha + 102$; $17\% \alpha = 102 \Rightarrow x = 600$ pagini. 2. a) $E(x) = 2x - \frac{x(x-2)+3(x+2)-6x}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x+2)(x-1)}{(x-3)(x-1)} =$

$= 2x - \frac{x^2-5x+6}{(x-2)(x-3)} = 2x - \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)} = 2x - 1$; b) $A = -x^2 + 8x - 6 = -x^2 + 8x - 16 + 10 = -(x-4)^2 + 10 \leq 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow A \leq 10 \Leftrightarrow A \in (-\infty, 10]$, $\max A = 10$ dacă $(x-4)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 4$. 3. a) $M(x; x) \in G_f \Rightarrow f(x) = x \Leftrightarrow 2x - 6 = x \Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow \Rightarrow M(6; 6)$; b) $G_f \cap Ox = \{A(x; 0)\} \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow A(3; 0)$, $G_f \cap Oy = \{B(0; y)\} \Rightarrow f(0) = y \Rightarrow y = -6 \Rightarrow B(0; -6)$;

$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AC \cdot BO}{2} \Leftrightarrow 12 = \frac{|m-3| \cdot 6}{2} \Leftrightarrow |m-3| = 4 \Rightarrow m-3 = 4$ sau $m-3 = -4$, $m \in \{-1; 7\}$. 4. a) Din $2BM = 5MC \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{BM}{5} = \frac{MC}{2} = k$; Fie $AD \perp BC$, $D \in BC$. $\mathcal{A}_{AMC} + \mathcal{A}_{AMB} = \mathcal{A}_{ABC}$. $\frac{\mathcal{A}_{AMC}}{\mathcal{A}_{AMB}} = \frac{MC}{MB} = \frac{2}{5} \Rightarrow \mathcal{A}_{AMB} = \frac{5}{2} \mathcal{A}_{AMC}$; $\mathcal{A}_{AMC} +$

$+\frac{5}{2} \mathcal{A}_{AMC} = 84 \Leftrightarrow \mathcal{A}_{AMC} = 24$ cm²; b) $\mathcal{A}_{AMB} = 60$ cm². Dar $\mathcal{A}_{AMB} = \frac{AB \cdot d(M, AB)}{2} \Leftrightarrow 60 = 6 \cdot d(M, AB) \Rightarrow d(M, AB) =$

$= 10$ cm. 5. a) DF – mediană în $\triangle ADO \Rightarrow \mathcal{A}_{ADF} = \frac{1}{2} \mathcal{A}_{ADO}$; $\triangle COD \sim \triangle AOB$ (UU); $\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow OA =$

$= 2OC \Rightarrow AC = 3OC \Rightarrow OC = 12$ cm; $OA = 24$ cm $\Rightarrow \triangle AOB$ – echilateral; deci $BF \perp AO$; Cum $\mathcal{A}_{ADO} = \mathcal{A}_{BCO} =$

$= \frac{OC \cdot BF}{2} = 72\sqrt{3}$ cm². Deci $\mathcal{A}_{ADF} = 36\sqrt{3}$ cm²; b) Cum $BF \perp AO \Rightarrow BF \perp AC \Rightarrow \triangle BFC$ – dreptunghic, $\angle BFC = 90^\circ$, iar

EF este mediană $\Rightarrow EF = \frac{BC}{2}$. Fie $CM \perp AB$, $M \in AB$. $BM = \frac{AB-CD}{2} = 6$ cm $\Rightarrow CM = 18\sqrt{3}$ cm și $BC = 12\sqrt{7}$ cm. Deci $EF = 6\sqrt{7}$ cm. 6. a) Fie $MN \parallel CC'$, $N \in CD \Rightarrow MN \perp (ABC)$, iar $NT \perp PB$, $T \in PB$. Cu T3, $MT \perp PB$, deci $\mathcal{A}_{MPB} = \frac{PB \cdot MT}{2}$; $NT = 6\sqrt{5}$ cm și $MT = 2\sqrt{145}$ cm. Atunci $\mathcal{A}_{MPB} = 50\sqrt{29}$ cm²; b) $\sphericalangle((MBP), (ABC)) = \sphericalangle(MT, NT) = \sphericalangle MTN$; $\operatorname{tg}(\sphericalangle MTN) = \frac{MN}{NT} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.

TESTUL 49

Subiectul I. 1. d). 2. b). 3. c). 4. d). 5. c). 6. b).

Subiectul al II-lea. 1. b). 2. b). 3. d). 4. d). 5. b). 6. a).

Subiectul al III-lea. 1. a) I: $120\%x = y$, unde x este prețul inițial; II: $80\%y = z = 720$ lei, $z = 96\%x \Rightarrow x = 750$ lei;

b) $100\%x - 96\%x = 4\%x$. 2. a) $E(x) = \frac{x^2(x-2) + 4x(x+2) - 7x}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x^2(x-2)(x+2)}{x} = x(x^3 - 2x^2 + 4x^2 + 8x - 7x) =$

$= x(x^3 + 2x^2 + x) = x^2(x+1)^2$; b) $E(n) = n^2(n+1)^2 \Rightarrow \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{(n+2)(n+3)} = \frac{8}{25} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} = \frac{8}{25} \Leftrightarrow \frac{1}{n+3} = \frac{1}{75} \Leftrightarrow n+3 = 75 \Leftrightarrow n = 72$.

3. a) $A(-2; 0)$, $B(0; -4)$; b) $B' = \operatorname{sim}_{Ox} B \Rightarrow B'(0; 4) \in G_g \Rightarrow g(0) = 4$; cum $g(0) = -2m$, atunci $-2m = 4 \Leftrightarrow m = -2$. 4. a) În $\triangle BCD$,

G este centru de greutate. Deci $\mathcal{A}_{BCG} = \frac{1}{3} \mathcal{A}_{BCD}$; dar $\mathcal{A}_{CEG} =$

$= \frac{1}{2} \mathcal{A}_{BCG}$ (GE este mediană în $\triangle BCG$). Deci $\mathcal{A}_{CEG} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \mathcal{A}_{BCD} =$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \mathcal{A}_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{AC \cdot BD}{2} = 18$ cm²;

b) În $\triangle ABC$: H este centru de greutate $\Rightarrow \frac{EH}{AH} = \frac{1}{2}$; În $\triangle BCD$,

G este centru de greutate $\Rightarrow \frac{EG}{DG} = \frac{1}{2}$. Deci $\frac{EH}{AH} = \frac{EG}{DG} \Rightarrow HG \parallel$

$\parallel AD$ (Rec. Th. Thales). Deci: $\triangle EGH \sim \triangle EDA$ (T.F.A.) $\Rightarrow \frac{HG}{AD} =$

$= \frac{EG}{ED} = \frac{EH}{EA} = \frac{1}{3} \Rightarrow HG = 5$ cm. 5. a) $\sphericalangle BDE = 30^\circ$; $\triangle CDF$ - echilateral $\Rightarrow \sphericalangle CDF = 60^\circ \Rightarrow \sphericalangle EDF = 90^\circ$; $ED = \frac{AD}{2} = 10\sqrt{3}$ cm;

$DF = 20$ cm. Deci $EF = 10\sqrt{7}$ cm $\Rightarrow \mathcal{P}_{EDF} = 10(\sqrt{7} + \sqrt{3} + 2)$ cm; b) $\triangle DGF \sim \triangle AGE$ (T.F.A.) $\Rightarrow \frac{DF}{AE} = \frac{d(G; DF)}{d(G; AE)}$.

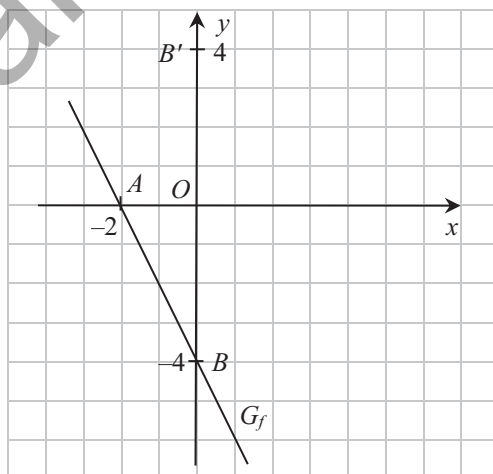
Notăm $d(G, DF) = x$, $d(G, AE) = y$. Deci $\frac{x}{y} = \frac{DF}{AE} = \frac{20}{30} \Leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{x+y}{5} = \frac{10\sqrt{3}}{5} = 2\sqrt{3}$ cm;

$x = 4\sqrt{3}$ cm. Atunci $\mathcal{A}_{DGF} = \frac{DF \cdot x}{2} = 40\sqrt{3}$ cm². 6. a) $BD \perp (VAC) \Rightarrow EF \perp (VAC) \Rightarrow EF \perp VA \Rightarrow VA \perp EF$ (1);

$\frac{AH}{VA} = \frac{\sqrt{6}}{6}$, iar $\frac{AG}{AO} = \frac{\sqrt{6}}{6}$, deci $\frac{AH}{VA} = \frac{AG}{AO}$ și $\sphericalangle HAG \equiv \sphericalangle VAO \Rightarrow \triangle HGA \sim \triangle VOA \Rightarrow \sphericalangle HGA = \sphericalangle VOA = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow HG \perp AG \Rightarrow HG \perp VA \Rightarrow VA \perp HG$ (2). Din (1) și (2) $\Rightarrow VA \perp (EFG)$; b) $\sphericalangle((EFG), (ABC)) = \sphericalangle(GH, AH) = \sphericalangle GHA$;

$\sin(\sphericalangle GHA) = \frac{AG}{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.



TESTUL 57

Subiectul I. 1. c). 2. d). 3. c). 4. d). 5. c). 6. b).

Subiectul al II-lea. 1. b). 2. c). 3. d). 4. d). 5. b). 6. c).

Subiectul al III-lea. 1. a) Notăm cu x suma totală; în prima zi: $\frac{1}{5}x = 20\%x$, rest: 80% ; în a doua zi: $30\% \cdot 80\%x = 24\%x$;

în a treia zi: $24\%x + 48$ de lei; în a patra zi: ultimii 96 de lei. În a doua zi elevul a cheltuit $24\%x \neq 25\%x$. Răspunsul este NU;

b) $20\%x + 24\%x + 24\%x + 48 + 96 = x \Leftrightarrow 68\%x + 144 = 100\%x \Leftrightarrow 32\%x = 144 \Leftrightarrow x = 450$ de lei. 2. a) $E(x) = \left(\frac{x^3}{2(x+2)} - \frac{2x^2}{x+2} + \frac{2^2}{x(x+2)} \right) : \frac{x^2 - 4x + 4}{2x} \Rightarrow E(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{2x(x+2)} \cdot \frac{2x}{x^2 - 4x + 4} = \frac{1}{x+2}$, pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$;

b) $12 \cdot E(n) = \frac{12}{n+2} \in \mathbb{N} \Rightarrow n+2 \in \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \Rightarrow n \in \{1, 4, 10\}$. 3. b) $A(8; 0)$, $B(0; -4)$, $M(x_M; y_M)$, unde $x_M =$

$= \frac{x_A + x_B}{2}$ și $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$, deci $M(4; -2)$ și $CM^2 = (x_C - x_M)^2 + (y_C - y_M)^2 \Rightarrow CM^2 = (0 - 4)^2 + (2 + 2)^2 = 32 \Rightarrow CM =$

$= 4\sqrt{2}$. 4. a) În $\triangle FAE$: $\angle FAE = 90^\circ$ și $AF = AE = 12$ cm, cu $AB = BE$ și $DC = \frac{AE}{2}$. Cum $DC \parallel AE$, atunci DC este linie

mijlocie, $AD = DF = 6$ cm și $EC = CF$. Deci AC și FB sunt mediane în $\triangle FAE$, iar punctul G este centru de greutate. Rezultă că $FG = \frac{2}{3}FB$. Cum $FB = 6\sqrt{5}$ cm, atunci $FG = 4\sqrt{5}$ cm; b) În $\triangle CGE$: $\angle GCE = 90^\circ$ și $CG = \frac{1}{3}AC \Rightarrow CG =$

$= 2\sqrt{2}$ cm, iar $CE = 6\sqrt{2}$ cm, atunci $\mathcal{A}_{CGE} = \frac{GE \cdot CE}{2} = 12$ cm². 5. a) $\mathcal{A}_{EFGH} = \mathcal{A}_{ABCD} - 2 \cdot (\mathcal{A}_{AEH} + \mathcal{A}_{BEF})$, pentru că

$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$ (CC) și $\triangle BEF \equiv \triangle DGH$ (CC), deci $\mathcal{A}_{EFGH} = AB \cdot AD - 2 \cdot \left(\frac{AE \cdot AH}{2} + \frac{BE \cdot BF}{2} \right) = 96 - 2 \cdot (24 + 4) =$

$= 96 - 56 = 40$ cm²; b) Deoarece $AE \equiv GC$ și $AE \parallel GC$, atunci $AECG$ este paralelogram $\Rightarrow AC \cap EG = \{N\} \Rightarrow N \in EG$ și $AN \equiv CN$ (1). Cum $AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow AO \equiv CO$ (2). Din (1) și (2) $\Rightarrow N = O$ (coincid) $\Rightarrow O \in EG$; $AH \parallel CF$ și $AH \equiv CF \Rightarrow$

$\Rightarrow AHCF$ este paralelogram $\Rightarrow AC \cap FH = \{P\}$, $P \in FH$ și $AP \equiv CP$ (3). Din (2) și (3) $\Rightarrow P = O$ (coincid) $\Rightarrow O \in FH$, deci $O \in AC$, $O \in EG$ și $O \in FH$, atunci $EG \cap FH \cap AC = \{O\}$, deci sunt concurente. 6. a) Fie $DE \parallel AC$, $E \in AB$; cum

$BD \equiv CD$, atunci DE este linie mijlocie, deci $DE = \frac{AC}{2} = 8$ cm; $\angle(SD, AC) = \angle(SD, DE) = \angle SDE$. În $\triangle SDB$: $\angle SDB = 90^\circ$,

$SD^2 = SB^2 - BD^2 = 8^2 \Rightarrow SD = 8$ cm, deci $SD = SE = DE = 8$ cm $\Rightarrow \triangle SDE$ este echilateral $\Rightarrow \angle SDE = 60^\circ$; b) Fie $SO \perp$

$\perp (ABC)$, $O \in AD$; $\gamma_{DSAB} = \gamma_{SDAB} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \mathcal{A}_{SAB} \cdot d(D, (SAB)) = \frac{1}{3} \mathcal{A}_{DAB} \cdot SO \Rightarrow \frac{AB \cdot a_p}{2} \cdot d(D, (SAB)) = \frac{AD \cdot BD}{2} \cdot SO \Rightarrow$

$\Rightarrow d(D, (SAB)) = \frac{AD \cdot BD \cdot SO}{AB \cdot a_p} \Rightarrow d(D, (SAB)) = 4\sqrt{2}$ cm, unde $SO = \frac{8\sqrt{6}}{3}$ cm.

TESTUL 58

Subiectul I. 1. c). 2. d). 3. c). 4. a). 5. d). 6. b).

Subiectul al II-lea. 1. d). 2. b). 3. d). 4. c). 5. c). 6. b).

Subiectul al III-lea. 1. a) $a + b = 48$ și $20a + 50b = 1500$. Dacă persoana respectivă a folosit 14 bancnote de 50 de lei, atunci

$b = 14$ și $a = 34$. Deci $20a + 50b = 1380 \neq 1500$. Răspunsul este NU, deci $b \neq 14$; b) $\begin{cases} a+b=48 \\ 2a+5b=150 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5a+5b=240 \\ 2a+5b=150 \end{cases} \quad ; p\% \cdot 1500 = 20 \cdot 30 \Rightarrow \frac{p}{100} = \frac{600}{1500} \Rightarrow p = 40 \Rightarrow p\% = 40\%$. 2. a) $x^2 - 3x - 10 = x^2 - 5x +$
 $3a \quad / = 90 \Rightarrow a = 30$

CUPRINS

	Enunț	Soluție
Testul 1	5.....	125
Testul 2	7.....	125
Testul 3	9.....	126
Testul 4	11.....	126
Testul 5	13.....	127
Testul 6	15.....	127
Testul 7	17.....	128
Testul 8	19.....	129
Testul 9	21.....	129
Testul 10	23.....	130
Testul 11	25.....	130
Testul 12	27.....	131
Testul 13	29.....	131
Testul 14	31.....	132
Testul 15	33.....	132
Testul 16	35.....	133
Testul 17	37.....	133
Testul 18	39.....	134
Testul 19	41.....	134
Testul 20	43.....	135
Testul 21	45.....	136
Testul 22	47.....	136
Testul 23	49.....	137
Testul 24	51.....	137
Testul 25	53.....	138
Testul 26	55.....	138
Testul 27	57.....	139
Testul 28	59.....	140
Testul 29	61.....	140
Testul 30	63.....	141
Testul 31	65.....	141
Testul 32	67.....	142
Testul 33	69.....	143
Testul 34	71.....	143
Testul 35	73.....	144
Testul 36	75.....	145
Testul 37	77.....	145
Testul 38	79.....	146
Testul 39	81.....	147
Testul 40	83.....	147
Testul 41	85.....	148
Testul 42	87.....	149
Testul 43	89.....	149
Testul 44	91.....	150
Testul 45	93.....	151
Testul 46	95.....	152
Testul 47	97.....	152
Testul 48	99.....	153
Testul 49	101.....	154
Testul 50	103.....	155

Testul 51	105.....	155
Testul 52	107.....	156
Testul 53	109.....	157
Testul 54	111.....	157
Testul 55	113.....	158
Testul 56	115.....	159
Testul 57	117.....	160
Testul 58	119.....	160
Testul 59	121.....	161
Testul 60	123.....	162

Editura Paralela 45