

Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

6

Ediția a IX-a

Editura Paralela 45

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E. nr. 4174/09.04.2024.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programă școlară în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Director de producție editorială: Ionuț Burcioiu

Redactare: Roxana Pietreanu

Tehnoredactare: Iuliana Ene

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

TUDOR, ION

Matematică : [clasa] 6 : algebră, geometrie : modalități de lucru diferențiate, pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru / Ion Tudor. – Ed. a 9-a. – Pitești : Paralela 45, 2025 – 2 vol.

ISBN 978-973-47-4298-1

Partea 1. – 2025. – ISBN 978-973-47-4299-8

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2025

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,

iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

www.edituraparelela45.ro

Teste de evaluare inițială

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (0,5p) 1. Produsul numerelor naturale 75 și 24 este egal cu:
A. 1980; B. 1800; C. 1880; D. 1900.
- (0,5p) 2. Cel mai mic număr natural de patru cifre diferite divizibil cu 5 este:
A. 1025; B. 1235; C. 1230; D. 1205.
- (0,5p) 3. Media aritmetică a numerelor naturale 71 și 92 este egală cu:
A. 83,2; B. 86; C. 87; D. 81,5.
- (0,5p) 4. Scriind sub formă de fracție ordinară ireductibilă 56%, obținem:
A. $\frac{25}{16}$; B. $\frac{16}{75}$; C. $\frac{14}{25}$; D. $\frac{28}{50}$.
- (0,5p) 5. Dacă numărul natural $\overline{546x}$ are cifrele diferite și este divizibil cu 2, atunci cifra x poate fi:
A. 2 sau 8; B. 2, 4 sau 6; C. 0, 2 sau 8; D. 4 sau 6.
- (0,5p) 6. Frația $\frac{9}{3^n}$ este echiunitară pentru n egal cu:
A. 1; B. 2; C. 3; D. 4.
- (0,5p) 7. Calculând $\frac{5}{8}$ din 72 kg, obținem:
A. 50 kg; B. 24 kg; C. 36 kg; D. 45 kg.
- (0,5p) 8. Capacitatea în litri a unui rezervor în formă de cub cu muchia de 1 m este egală cu:
A. 1000 ℓ; B. 200 ℓ; C. 500 ℓ; D. 3000 ℓ.
- (0,5p) 9. Perimetrul triunghiului cu lungimile laturilor de 3,5 m, 5,9 m, respectiv 4,6 m este egal cu:
A. 13,8 m; B. 20 m; C. 14 m; D. 12,5 m.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

- (0,7p) 1. Calculați: $10 \cdot (701 - 2^5 \cdot 3^3 : 72)$.
- (0,8p) 2. a) Transformați fracțiile zecimale $x = 1,75$, $y = 2,(6)$ și $z = 1,3(8)$ în fracții ordinare ireductibile.
- (0,8p) b) Rotunjiți la a treia zecimală numărul rațional pozitiv $f = (x + z - y) : 0,(3)$.
3. Se consideră un dreptunghi de lungime L și lățime l , care are aria egală cu 98 cm^2 și $L = 2l$.
- (0,8p) a) Calculați lățimea dreptunghiului.
- (0,7p) b) Calculați lungimea dreptunghiului.
- (0,7p) c) Calculați perimetrul dreptunghiului.

ALGEBRĂ

Capitolul I

MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 1. Mulțimi. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime



Citesc și rețin

Mulțimea este o colecție de obiecte diferite, având **aceeași** proprietate. Obiectele din mulțime se numesc **elementele mulțimii**.

Mulțimile se notează cu **litere mari**, iar elementele mulțimilor se notează cu **litere mici**, cifre, numere etc.

Elementele unei mulțimi se scriu între paranteze acolade, despărțite prin virgulă, într-o ordine oarecare.

Într-o mulțime un element este scris **o singură dată**.

Dacă A este o mulțime și a , un element al său, atunci notăm $a \in A$ și citim „elementul a **aparține** mulțimii A ”.

Dacă a nu este un element al mulțimii A , atunci notăm $a \notin A$ și citim „elementul a **nu aparține** mulțimii A ”.

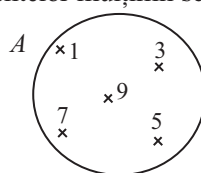
O mulțime poate fi reprezentată în mai multe moduri:

1. prin enumerarea fiecărui element al mulțimii scris între paranteze acolade;

Exemplu: $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. Citim: „Mulțimea A este formată din elementele 1, 3, 5, 7 și 9”.

2. prin enumerarea tuturor elementelor mulțimii scrise în interiorul unei linii curbe închise numite diagramă;

Exemplu:



3. enunțând o proprietate caracteristică a elementelor mulțimii.

Exemplu: $A = \{x \mid x \text{ este cifră impară}\}$. Citim: „Mulțimea A este formată din elementele x cu proprietatea că x este cifră impară”.



Cum se aplică?

1. Scrieți mulțimea divizorilor numărului natural 20, notând-o cu litera A .

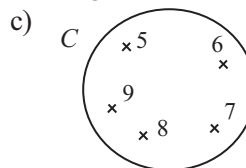
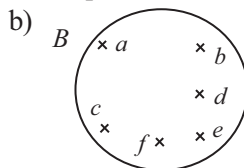
Soluție:

Mulțimea divizorilor numărului natural 20 este: $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$.

a) A



A circle containing four points labeled x_0 , x_1 , x_2 , and x_3 . x_0 is at the top-left, x_1 is at the top-right, x_2 is at the bottom-left, and x_3 is at the bottom-right.

[illegible][illegible][illegible]

A. $\left\{\frac{3}{0}, \frac{3}{1}, \frac{3}{2}\right\}$; B. $\left\{\frac{3}{1}, \frac{3}{2}\right\}$; C. $\left\{\frac{3}{2}, \frac{3}{3}\right\}$; D. $\left\{\frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{3}{3}\right\}$.

a) $A = \{x \text{ este număr natural} \mid x < 6\} = \dots\dots\dots$
 b) $B = \{x \text{ este număr natural} \mid x \leq 4\} = \dots\dots\dots$
 c) $E = \{x \text{ este număr natural} \mid 1 < x \leq 7\} = \dots\dots\dots$
 d) $F = \{x \text{ este număr natural} \mid 3 \leq x \leq 9\} = \dots\dots\dots$

a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$; b) $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$; c) $C = \{0, 2, 4, 6, 8\}$.

[illegible]

a) $A = \{x \mid x \text{ este literă a cuvântului „matematica”}\} = \dots\dots\dots$
 b) $B = \{y \mid y \text{ este cifră a numărului „4237457286”}\} = \dots\dots\dots$

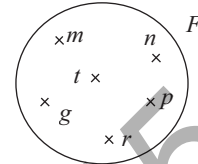
a) $\mathcal{D}_{15} =$; b) $\mathcal{D}_{21} =$;
c) $\mathcal{D}_{28} =$; d) $\mathcal{D}_{30} =$

14. Se consideră mulțimea $D = \{1, 3, 5, 8, 9\}$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $1 \in D$; ☐ b) $3 \in D$; ☐ c) $5 \notin D$; ☐ d) $7 \notin D$; ☐
 e) $9 \in D$; ☐ f) $2 \notin D$; ☐ g) $8 \notin D$; ☐ h) $5 \in D$; ☐

15. Folosind diagrama alăturată completați caseta cu simbolul corespunzător „ $\in$ ” sau „ $\notin$ ”.

- a) l ☐ F ; b) g ☐ F ; c) r ☐ F ;
 d) t ☐ F ; e) h ☐ F ; f) m ☐ F .



Exerciții și probleme de dificultate redusă

16. Enumerați elementele mulțimii $E = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} \text{ este număr natural pătrat perfect, } a \neq 0\}$.

17. Enumerați elementele mulțimii:

- a) $A = \{n \mid 2^n < 37, n \text{ este număr natural}\}$;
 b) $B = \{n \mid 3^n \leq 81, n \text{ este număr natural}\}$.

18. Enumerați elementele mulțimii $E = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} \text{ este număr prim și } \overline{ba} \text{ este număr prim, } a \neq 0, b \neq 0\}$.

19. Enumerați elementele mulțimii:

- a) $A = \{a \mid a \text{ este cifră și } 173a8 < 17aa8\}$; b) $B = \{a \mid a \text{ este cifră și } 51aa3 \geq 51a63\}$.

20. Știind că n este număr natural, enumerați elementele mulțimii:

- a) $D = \{n \mid 3^{n+1} \leq 9^4\}$; b) $E = \{n \mid 2^{n+4} < 8^3\}$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

21. Se consideră mulțimea $M = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} = 4n + 3, \text{ unde } n \text{ este număr natural, } a \neq 0\}$. Arătați că:

- a) $31 \in M$; b) $47 \in M$; c) $63 \in M$; d) $75 \in M$.

22. Se consideră mulțimea $E = \{\overline{xyz} \mid \overline{xyz} = 10n + 9, \text{ unde } n \text{ este număr natural, } x \neq 0\}$.

- a) Determinați cel mai mic element al mulțimii E .
 b) Determinați cel mai mare element al mulțimii E .

23. Enumerați elementele mulțimii $E = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} \text{ este număr prim, } a \neq 0 \text{ și } u(\overline{ab}^2) = b\}$.

24. Se consideră mulțimea $E = \{a \text{ este număr natural} \mid a < 4\}$. Determinați mulțimile:

- a) $A = \{x \mid x = 3a, a \in E\}$; b) $B = \{y \mid y = a^2, a \in E\}$;
 c) $C = \{z \mid z = 2a + 1, a \in E\}$; d) $D = \{t \mid t = a^3 + 2, a \in E\}$.

25. Scrieți mulțimea A , folosind o proprietate a elementelor:

- a) $A = \{142, 412, 124, 214, 222, 118\}$; b) $A = \{401, 221, 311, 131, 113, 203\}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

26. Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \dots, n\}$, $n \geq 3$. Dacă a și b sunt două elemente de aceeași paritate ale mulțimii A , arătați că numărul $\frac{a+b}{2}$ este element al mulțimii A .

27. Enumerați elementele mulțimilor:

a) $A = \{\overline{xyz} \mid x \cdot z = y^2, x > z > 0\}$; b) $B = \{\overline{xyz} \mid x \cdot z = y^3, x \geq z > 0\}$.

28. Arătați că suma elementelor mulțimii $E = \left\{ \overline{\frac{ab}{ba}} \mid \overline{\frac{ab}{ba}} = \frac{7}{4}, a \neq 0, b \neq 0 \right\}$ este număr natural.

29. Se consideră mulțimea $E = \{\overline{ab} \mid ab : (a-b)^3, a > b\}$. Enumerați elementele mulțimii E .

30. Se consideră mulțimea $A_n = \{2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^n\}$, unde n este număr natural, $n \geq 1$. Arătați că oricum am alege două elemente din mulțimea A , suma sau diferența lor este divizibilă cu 3.

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

31. Determinați mulțimea $A = \{\overline{ab} \mid a, b \text{ sunt cifre nenule și } ab \text{ se divide cu } a+b\}$.

(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 9/2024)

32. Se consideră mulțimile $A_1 = \{1\}$, $A_2 = \{2, 3\}$, $A_3 = \{4, 5, 6\}$ etc. Determinați numărul minim de elemente ce trebuie șterse din mulțimea A_{41} , pentru ca suma elementelor rămase să fie pătrat perfect.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Enumerați elementele mulțimii $A = \{x \mid x \text{ este literă a cuvântului „aritmetica”}\}$.

(3p) **2.** Enumerați elementele mulțimii $D = \{n \mid n \text{ este număr natural și } 5^{n+2} \leq 125^3\}$.

(3p) **3.** Se consideră mulțimea $E = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} + ab = \overline{ba} + a + b, a \neq 0\}$. Arătați că suma elementelor mulțimii E este divizibilă cu 10.

26. Se consideră numărul natural $\overline{abcdef}$, $a \neq 0$, $d \neq 0$. Știind că $37 \mid \overline{abcdef}$, arătați că $37 \mid \overline{defabc}$.

(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 3/2006)

27. Notăm cu S_i și S_p suma divizorilor improprii, respectiv suma divizorilor proprii ai numărului 2^n , unde $n \geq 2$ este număr natural. Arătați că $3 \mid S_i$ dacă și numai dacă $3 \mid S_p$.

(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 6-7-8/2018)



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) **1.** Știind că $7 \mid a$ și $7 \mid b$, arătați că $7 \mid 8a + 9b$, unde a și b sunt numere naturale.
- (3p) **2.** Se consideră numărul natural $\overline{xyz}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$. Dacă $4 \mid \overline{xyz}$, arătați că $4 \mid \overline{xyz} + \overline{yz}$.
- (3p) **3.** Știind că $\overline{a0b} : (a+b)$, arătați că $\overline{b0a} : (a+b)$, unde $a \neq 0$ și $b \neq 0$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (1p) **1.** Scriind numărul natural 40 ca produs de puteri de numere prime, obținem:
A. $2 \cdot 5^2$; B. $2^2 \cdot 5$; C. $2^3 \cdot 5$; D. $2 \cdot 5^3$.
- (1p) **2.** Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale 28 și 42 este egal cu:
A. 21; B. 6; C. 7; D. 14.
- (1p) **3.** Cel mai mic multiplu comun al numerelor naturale 18 și 45 este egal cu:
A. 108; B. 90; C. 72; D. 100.
- (1p) **4.** Dintre următoarele mulțimi, cea care are elementele numere naturale prime între ele este:
A. $\{49, 64\}$; B. $\{30, 51\}$; C. $\{28, 62\}$; D. $\{20, 75\}$.
- (1p) **5.** Cel mai mic număr de pagini ale unei cărți care pot fi citite și câte 36 pe zi, și câte 48 pe zi, este egal cu:
A. 108; B. 120; C. 144; D. 160.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvările complete:

- (1p) **1.** Determinați numerele naturale $\overline{ab}$, $a \neq 0$, cu proprietatea $(\overline{ab}; 60) = 12$.
- (1p) **2.** Determinați numărul natural n pentru care $[2^n + 2^{n+4}; 2^{n+8} - 2^n] = 2040$.
- (1p) **3.** Determinați numerele naturale m și n care îndeplinesc condițiile $m \cdot n = 1944$ și $[m; n] = 216$.
- (1p) **4.** Știind că $(a; b) = 1$, arătați că $(a; a+b) = 1$, unde a și b sunt numere naturale.

Capitolul II

RAPOARTE. PROPORȚII

Lecția 10. Rapoarte



Citesc și rețin

Definiție: Raportul numerelor raționale pozitive a și b este câtul $a : b$, notat $\frac{a}{b}$.

Numererele a și b se numesc **termenii raportului**.

Exemplu: Raportul numerelor 8 și 5 este $\frac{8}{5}$.

Definiție: Valoarea raportului $\frac{a}{b}$ este câtul împărțirii $a : b$.

Exemplu: Valoarea raportului $\frac{8}{5}$ este egală cu $8 : 5 = 1,6$.

Rapoarte utilizate în practică

Raport procentual

Un raport de forma $\frac{p}{100}$, $p \in \mathbb{Q}_+$, notat $p\%$, se numește **raport procentual** ($p\%$ se citește „ p la sută”).

Exemplu: $23\% = \frac{23}{100}$.

Scara unei hărți

Scara unei hărți, notată cu S , este raportul dintre distanța dintre două puncte de pe hartă și distanța dintre cele două puncte din teren.

Exemplu: Fie A și B două localități situate la distanța de 10 km. Dacă pe hartă distanța AB este de 1 cm, determinați scara hărții.

$$S = \frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ km}} = \frac{0,01 \text{ m}}{10000 \text{ m}} = \frac{1}{1000000}.$$

Concentrația unei soluții

Concentrația unei soluții, notată cu C , este raportul dintre masa substanței care se dizolvă și masa soluției.

Exemplu: Într-un vas se află o soluție de sare cu apă. Dacă masa soluției este de 300 g, iar cea a sării este de 6 g, aflați concentrația soluției.

$$C = \frac{6 \text{ g}}{300 \text{ g}} = \frac{2}{100} = 2\%.$$

Titlul unui aliaj

Titlul unui aliaj, notat cu T , este raportul dintre masa metalului prețios și masa aliajului.

Exemplu: Un aliaj de argint și aluminiu conține 16 g argint și 184 g aluminiu. Aflați titlul aliajului.

$$T = \frac{16 \text{ g}}{16 \text{ g} + 184 \text{ g}} = \frac{16 \text{ g}}{200 \text{ g}} = \frac{8}{100} = 8\%.$$



a) 35 și 16;

Soluție:

a) $\frac{35}{16}$;

$$\text{b) } \frac{24^{(6)}}{42} = \frac{4}{7}.$$

a) $\frac{6}{5}$;

b) $\frac{5}{6}$.

Soluție:

$$\text{a) } \frac{6}{5} = 6 : 5 = 1,2;$$

$$\text{b) } \frac{5}{6} = 5 : 6 = 0,8(3).$$

3. Știind că $\frac{x}{y} = 1,6$ și $x = 0,2(7)$, determinați numărul rațional pozitiv y .

Soluție:

$$\begin{aligned} \frac{x}{y} = 1, (6) &\Rightarrow \frac{0,2(7)}{y} = 1, (6) \Rightarrow y = 0,2(7) : 1, (6) \Rightarrow y = \frac{27-2}{90} : 1\frac{6}{9} \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = \frac{25}{90} : 1\frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{5}{18} : \frac{5}{3} \Rightarrow y = \frac{5}{18} \cdot \frac{3}{5} \Rightarrow y = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$



1. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Raportul numerelor rationale pozitive x și y se scrie:

A. $\frac{y}{x}$;

$$\text{B. } x : y;$$
$$\text{C. } y : x;$$

D. $\frac{x}{y}$.

2. Completați tabelul următor:

Numerele	5 și 7	4 și 9	7 și 6	16 și 12	15 și 20	35 și 56
Raportul numerelor						

3. Determinați raportul lungimilor segmentelor AB și CD , dacă:

a) $AB = 45$ cm și $CD = 60$ cm;

b) $AB = 48$ cm și $CD = 72$ cm;

c) $AB = 120$ m și $CD = 210$ m;

d) $AB = 140$ m şi $CD = 180$ m.

[illegible]

4. Completați tabelul următor efectuând calculele mintal:

Raportul	$\frac{9}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{6}{5}$
Valoarea raportului				

Exerciții și probleme de dificultate redusă

5. Determinați raportul lungimilor segmentelor AB și CD , știind că:

- a) $AB = 54$ cm și $CD = 3,6$ dm; b) $AB = 2,4$ dam și $CD = 90$ m;
c) $AB = 1,08$ hm și $CD = 7200$ cm; d) $AB = 0,036$ km și $CD = 540$ dm.

6. Aflați valorile următoarelor rapoarte:

- a) $\frac{34}{25}$; b) $\frac{8}{3}$; c) $\frac{7}{6}$; d) $\frac{43}{12}$.

7. Valoarea raportului $\frac{x}{y}$ este egală cu 0,4. Determinați numărul rațional x , dacă:

- a) $y = 10$; b) $y = 2,5$; c) $y = 1,2$; d) $y = 3,(3)$.

8. Dacă $\frac{a}{b} = 2,(6)$, determinați numărul rațional pozitiv b în cazurile:

- a) $a = 0,8$; b) $a = 1,(3)$; c) $a = 0,(6)$; d) $a = 3,2$.

9. Determinați raportul lungimilor laturilor a două triunghiuri echilaterale, știind că raportul perimetrelor lor este egal cu:

- a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{6}{7}$; c) $\frac{4}{9}$; d) $\frac{8}{5}$.

10. Raportul lungimilor laturilor a două pătrate este egal cu $\frac{4}{5}$. Determinați:

- a) raportul perimetrelor celor două pătrate; b) raportul ariilor celor două pătrate.

11. Scrieți următoarele rapoarte sub formă procentuală:

- a) $\frac{13}{10}$; b) $\frac{16}{25}$; c) $\frac{27}{20}$; d) $\frac{3}{2}$; e) $\frac{1}{4}$; f) $\frac{6}{5}$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

12. Terenul de fotbal al unei școli are lățimea egală cu 45 m și perimetrul egal cu 240 m. Scrieți raportul dintre lungimea și lățimea terenului de fotbal.

13. Un dreptunghi are lungimea de 60 dm și aria de 27 m². Aflați valoarea raportului dintre lățimea și lungimea dreptunghiului.

14. Determinați raportul dintre (x, y) și $[x, y]$ în următoarele cazuri:

- a) $x = 12$ și $y = 18$; b) $x = 20$ și $y = 24$; c) $x = 45$ și $y = 60$.

15. Distanța dintre orașele Cluj și Arad este de 270 km, iar pe hartă, distanța dintre cele două orașe este egală cu 27 cm. Aflați scara la care este realizată harta respectivă.

16. Într-un vas se află o soluție de sare cu apă. Știind că masa soluției este egală cu 240 g și conține 60 g de sare, calculați concentrația soluției.

17. Într-o cantitate de 500 g apă, Maria dizolvă 125 g zahăr. Calculați concentrația soluției preparate de Maria.

18. Un aliaj de argint și aluminiu conține 65 g argint și 435 g aluminiu. Calculați titlul aliajului.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Determinați numerele naturale a și b , știind că raportul lor este egal cu $\frac{3}{7}$, iar suma lor este mai mică decât 37.

20. Determinați raportul $\frac{ab}{ba}$, $a \neq 0$ și $b \neq 0$, știind că valoarea raportului $\frac{a}{b}$ este o fracție zecimală periodică mixtă.

21. Determinați raportul numerelor p și q în următoarele cazuri:

a) $p = 1 + 2 + 3 + \dots + 24$ și $q = 1 + 2 + 3 + \dots + 50$;

b) $p = 1 + 2 + 3 + \dots + 80$ și $q = 1 + 2 + 3 + \dots + 99$.

22. Determinați raportul numerelor m și n în următoarele cazuri:

a) $m = 1 + 3 + 5 + \dots + 17$ și $n = 1 + 3 + 5 + \dots + 29$;

b) $m = 1 + 3 + 5 + \dots + 19$ și $n = 1 + 3 + 5 + \dots + 23$.

23. Arătați că pentru orice $n \in \mathbb{N}$, raportul numerelor p și q este constant:

a) $p = 2^{n+2} - 2^n$ și $q = 2^{n+4} - 2^n$;

b) $p = 3^{n+2} - 3^n$ și $q = 3^n + 3^{n+3}$.

24. Rotunjiți la a patra zecimală valoarea raportului dintre cel mai mare număr natural de două cifre care are 3 divizori și cel mai mic număr natural de două cifre care are 8 divizori.

25. Se consideră numerele $a = 1 + 2 + 3 + \dots + 48$ și $b = 49 + 50 + 51 + \dots + 98$. Rotunjiți la prima zecimală valoarea raportului numerelor naturale a și b .

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

26. Determinați numărul natural $\overline{ab}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, știind că valoarea raportului dintre suma și produsul cifrelor sale este egală cu 0,5.

27. Se consideră numerele $a = 3^n + 3^{n+1}$ și $b = 2^n + 2^{n+3}$, unde $n \in \mathbb{N}$. Dacă $\frac{a}{b} = 2,25$, determinați numărul natural n .



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Scrieți raportul numerelor naturale:

a) 11 și 24;

b) 36 și 27.

(3p) 2. Rotunjiți la a doua zecimală valoarea raportului numerelor naturale (28; 42) și [28; 42].

(3p) 3. Se consideră numerele naturale $p = 5^{n+3} - 5^{n+1}$ și $q = 5^{n+2} + 5^{n+3}$. Arătați că pentru orice $n \in \mathbb{N}$, raportul numerelor p și q este constant.

Fișă pentru portofoliul elevului

Numele și prenumele:

Clasa a VI-a

Capitolul: Rapoarte. Proportii

Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziția este adevărată, subliniați litera A, iar dacă propoziția este falsă, subliniați litera F.

(7p) 1. Dacă 4 pâini costă 6 lei, atunci 6 pâini de același fel costă 9 lei. A F

(7p) 2. Într-o urnă sunt 4 bile albe și 5 bile negre. Se extrage o bilă. Probabilitatea ca bila extrasă să fie albă este egală cu $\frac{4}{9}$. A F

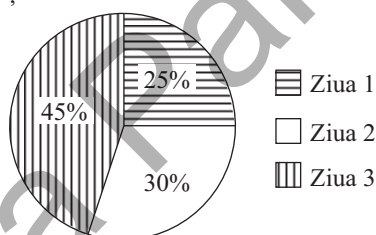
(7p) 3. Din tabelul următor rezultă că mărimile x și y sunt direct proporționale. A F

x	2	4	6
y	18	9	6

II. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) 1. Dacă numerele naturale a , b și c sunt invers proporționale cu 13, 11, respectiv 17, atunci cel mai mare dintre ele este

(7p) 2. Pentru vizitarea unor obiective turistice, elevii clasei a VI-a B au parcurs cu un autocar distanța de 420 km în trei zile conform diagramei următoare.



Distanța parcursă în prima zi a fost egală cu

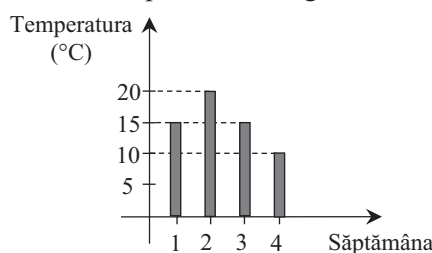
(7p) 3. Se consideră mulțimea $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Alegând un element din mulțimea E , probabilitatea ca acesta să fie număr prim este egală cu

III. Încercuți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) 1. Numerele x , y și z sunt direct proporționale cu 1,(3), 1,75 și 2,(6). Știind că $x + y - z = 5$, numerele x , y și z sunt egale cu:

A. 10, 12, 14; B. 16, 21, 32; C. 15, 20, 25; D. 14, 21, 28.

(8p) 2. În luna octombrie s-a măsurat și calculat temperatura medie săptămânală. Rezultatele obținute sunt reprezentate în graficul următor.



Valoarea temperaturii medii în luna octombrie a fost egală cu:

- A. 15°C ; B. 16°C ; C. 14°C ; D. 18°C .

- (8p) 3. Nouă pompe de aceeași capacitate golesc un rezervor plin cu apă în 4 ore.
Câte pompe de aceeași capacitate golesc același rezervor în 6 ore?
A. 4 pompe; B. 5 pompe; C. 6 pompe; D. 8 pompe.

La exercițiile IV. și V. scrieți pe fișă rezolvările complete.

- IV. Alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre nenule,
(8p) calculați probabilitatea ca acesta să fie mai mare decât răsturnatul său.

- V. Unghiurile O_1 , O_2 , O_3 și O_4 sunt unghiuri în jurul punctului O .

- (8p) a) Determinați măsurile celor patru unghiuri, știind că sunt invers proporționale cu numerele 3,5, 2,(3), 1,75, respectiv 1,1(6).
(8p) b) Determinați măsurile celor patru unghiuri, știind că sunt direct proporționale cu numerele 1,(6), 0,8(3), 1,25, respectiv 2,5.

GEOMETRIE

Capitolul I

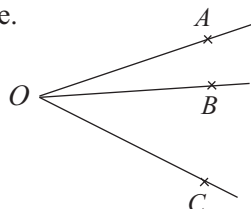
NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

Lecția 1. Unghiuri adiacente



Citesc și rețin

Definiție: Două unghiuri **proprii** se numesc **unghiuri adiacente** dacă au vârful comun, au o latură comună, iar celelalte două laturi sunt situate de o parte și de alta a laturii comune.



$\angle AOB$ și $\angle BOC$ sunt unghiuri adiacente.

Pentru figura precedentă sunt adevărate următoarele egalități:

- $\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC$ (unghi sumă);
- $\angle AOC - \angle AOB = \angle BOC$ (unghi diferență);
- $\angle AOC - \angle BOC = \angle AOB$ (unghi diferență).

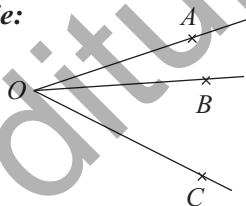


Cum se aplică?

1. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente. Știind că:

- a) $\angle AOB = 22^\circ 43'$ și $\angle BOC = 40^\circ 15'$, aflați $\angle AOC$;
- b) $\angle AOC = 79^\circ 18'$ și $\angle AOB = 36^\circ 14'$, aflați $\angle BOC$.

Soluție:

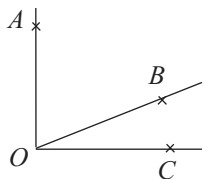


a) Observăm că $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 22^\circ 43' + 40^\circ 15' = 62^\circ 58'$;

b) Observăm că $\angle BOC = \angle AOC - \angle AOB = 79^\circ 18' - 36^\circ 14' = 43^\circ 4'$.

2. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente și complementare. Dacă $\angle AOB = 3\angle BOC + 14^\circ$, aflați $\angle AOB$ și $\angle BOC$.

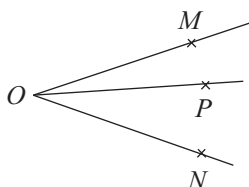
Soluție:



Observăm că $\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC$ sau $3\angle BOC + 14^\circ + \angle BOC = 90^\circ$, deci $4\angle BOC = 90^\circ - 14^\circ$, prin urmare $\angle BOC = 76^\circ : 4$, de unde rezultă că $\angle BOC = 19^\circ$; $\angle AOB = 3 \cdot 19^\circ + 14^\circ = 57^\circ + 14^\circ = 71^\circ$.

3. Semidreapta OP este situată în interiorul unghiului MON cu măsura de 70° . Știind că $\angle MOP = \frac{3}{4} \angle NOP$, calculați măsurile unghiurilor MOP și NOP .

Soluție:



Notăm $\angle NOP = x$. Observăm că $\angle MOP + \angle NOP = \angle MON$, deci $\frac{3}{4}x + x = 70^\circ$, prin urmare $\frac{3x}{4} + \frac{4x}{4} = 70^\circ$ sau $\frac{7x}{4} = 70^\circ$, de unde rezultă că $x = 70^\circ : \frac{7}{4}$, deci $x = 70^\circ \cdot \frac{4}{7}$ și obținem $x = 40^\circ$, așadar $\angle NOP = 40^\circ$ și $\angle MOP = 30^\circ$.

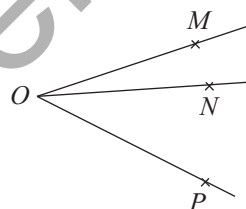


Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Pentru figura alăturată, stabiliți care dintre următoarele perechi de unghiuri sunt adiacente, completând caseta cu răspunsul corespunzător „Da” sau „Nu”.

- a) $\angle MON$ și $\angle MOP$; ☐
 b) $\angle MOP$ și $\angle NOP$; ☐
 c) $\angle MON$ și $\angle NOP$. ☐



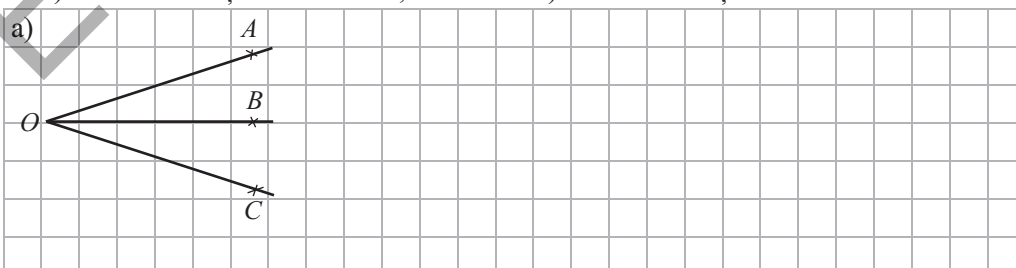
2. Construiți următoarele unghiuri adiacente, precizând mai întâi latura lor comună:

- a) $\angle CDE$ și $\angle EDF$; b) $\angle MNP$ și $\angle MNQ$.



3. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente. Calculați măsura unghiului AOC în următoarele cazuri:

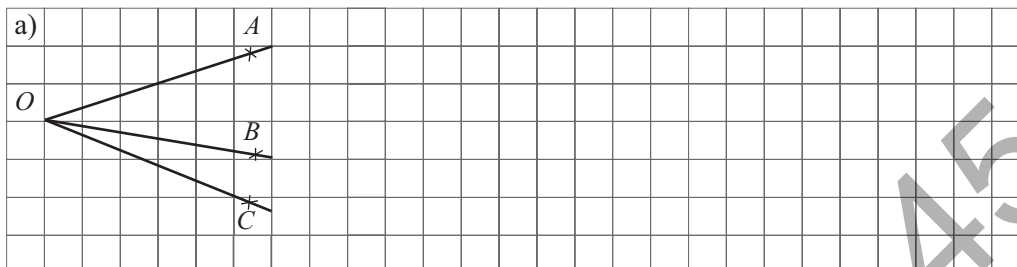
- a) $\angle AOB = 37^\circ$ și $\angle BOC = 52^\circ$; b) $\angle AOB = 77^\circ$ și $\angle BOC = 35^\circ$.



4. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente.

a) Dacă $\angle AOC = 93^\circ$ și $\angle AOB = 60^\circ$, aflați $\angle BOC$.

b) Dacă $\angle AOC = 123^\circ$ și $\angle BOC = 81^\circ$, aflați $\angle AOB$.



Exerciții și probleme de dificultate redusă

5. Unghiurile MON și NOP sunt adiacente. Aflați măsura unghiului MOP , dacă:

a) $\angle MON = 20^\circ 32'$, $\angle NOP = 65^\circ 15'$;

b) $\angle MON = 46^\circ 29'$, $\angle NOP = 52^\circ 45'$.

6. Folosind un echer, o coală de hârtie și un creion, arătați că unghiurile ascuțite ale echerului sunt complementare (au suma egală cu 90°).

7. Unghiurile MON și NOP sunt adiacente. Știind că:

a) $\angle MOP = 125^\circ 8'$, $\angle NOP = 15^\circ 20'$, aflați $\angle MON$;

b) $\angle MOP = 91^\circ 21'$, $\angle NOM = 36^\circ 35'$, aflați $\angle NOP$.

8. Semidreapta OC este situată în interiorul unghiului AOB . Dacă:

a) $\angle AOB = 100^\circ$ și $\angle AOC = 13^\circ 27'$, arătați că unghiul BOC este ascuțit;

b) $\angle AOB = 112^\circ$ și $\angle BOC = 10^\circ 24'$, arătați că unghiul AOC este obtuz;

c) $\angle AOC = 31^\circ 13'$ și $\angle COB = 58^\circ 47'$, arătați că unghiul AOB este drept.

9. Semidreptele OB și OC sunt interioare unghiului drept AOD , astfel încât unghiurile AOB și BOC , respectiv BOC și COD sunt adiacente. Aflați măsurile unghiurilor AOB , BOC și COD , știind că acestea se exprimă prin trei numere naturale consecutive.

10. Determinați măsurile unghiurilor adiacente AOB și BOC , știind că:

a) $\angle AOC = 48^\circ$ și $\angle AOB = 2\angle BOC$;

b) $\angle AOC = 61^\circ$ și $\angle BOC = 3\angle AOB$;

c) $\angle AOC = 75^\circ$ și $\angle AOB = \angle BOC + 7^\circ$;

d) $\angle AOC = 56^\circ$ și $\angle BOC = \angle AOB - 9^\circ$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Determinați măsurile unghiurilor adiacente AOB și BOC , în următoarele cazuri:

a) $\angle AOC = 87^\circ$ și $\angle AOB = 3\angle BOC + 5^\circ 24'$;

b) $\angle AOC = 95^\circ$ și $\angle BOC = 5\angle AOB - 3^\circ 42'$.

12. Pe latura BC a triunghiului ABC se consideră punctele D , E și F în această ordine. Știind că măsurile unghiurilor BAD , DAE , EAF și FAC , exprimate în grade, sunt

numere prime consecutive, determinați măsura unghiului BAC , știind că aceasta este, de asemenea, un număr prim.

13. Semidreapta OP este situată în interiorul unghiului MON . Știind că $\sphericalangle MON = 75^\circ$ și $\sphericalangle MOP = 60\%$ din $\sphericalangle MON$, calculați $\sphericalangle NOP$.

14. Semidreapta OF este situată în interiorul unghiului DOE . Știind că $\sphericalangle DOE = 100^\circ$ și $\sphericalangle EOF = \frac{2}{3}\sphericalangle DOF$, determinați $\sphericalangle DOF$ și $\sphericalangle EOF$.

15. Pe latura EF a triunghiului DEF se consideră punctele M și N în această ordine. Știind că $\sphericalangle EDF = 90^\circ$, $\sphericalangle EDM = \frac{1}{2}\sphericalangle MDN$ și $\sphericalangle NDF = \frac{3}{4}\sphericalangle MDN$, determinați $\sphericalangle EDM$, $\sphericalangle MDN$ și $\sphericalangle NDF$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

16. Pe latura EF a triunghiului DEF se consideră punctele $D_1, D_2, D_3, \dots, D_n, n \geq 1$, în această ordine. Știind că $\sphericalangle EDF = 84^\circ$, iar măsurile unghiurilor $EDD_1, D_1DD_2, D_2DD_3, \dots, D_nDF$ (exprimate în grade) sunt egale cu $a, a+1, a+2, \dots, 2a, a \in \mathbb{N}$, aflați măsurile acestor unghiuri.

17. Pe latura BC a triunghiului ABC se consideră punctele $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{n-1}$, unde $n \geq 2$, în această ordine, și notăm $\sphericalangle BAA_1 = \sphericalangle A_1, \sphericalangle A_1AA_2 = \sphericalangle A_2, \sphericalangle A_2AA_3 = \sphericalangle A_3, \dots, \sphericalangle A_{n-1}AC = \sphericalangle A_n$. Aflați măsurile acestor unghiuri, știind că $\sphericalangle A = 45^\circ, \sphericalangle A_1 \in \mathbb{N}, \sphericalangle A_2 = 2\sphericalangle A_1, \sphericalangle A_3 = 3\sphericalangle A_1, \dots, \sphericalangle A_n = n \cdot \sphericalangle A_1$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

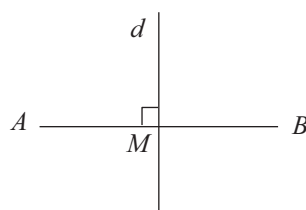
- (3p) **1.** Se consideră unghiurile adiacente MON și NOP . Știind că $\sphericalangle MON = 37^\circ$ și $\sphericalangle NOP = 45^\circ$, calculați $\sphericalangle MOP$.
- (3p) **2.** Se consideră unghiurile adiacente EOD și DOF . Știind că:
- $\sphericalangle EOF = 85^\circ 29'$ și $\sphericalangle EOD = 52^\circ 14'$, calculați $\sphericalangle DOF$;
 - $\sphericalangle EOF = 114^\circ 8'$ și $\sphericalangle DOF = 37^\circ 45'$, calculați $\sphericalangle EOD$.
- (3p) **3.** Semidreapta OC este situată în interiorul unghiului AOB cu măsura de 75° . Determinați măsurile unghiurilor AOC și COB , știind că acestea sunt două numere naturale multipli consecutivi ai lui 5.

Lecția 11. Mediatoarea unui segment. Construcția mediatoarei unui segment



Citesc și rețin

Definiție: Dreapta care trece prin mijlocul unui segment și este perpendiculară pe acesta se numește mediatoarea segmentului respectiv.



Construcția mediatoarei unui segment

Construcția mediatoarei unui segment se realizează cu ajutorul riglei gradate și al echerului, astfel: cu rigla gradată se măsoară segmentul respectiv și apoi jumătate din lungimea acestuia se măsoară pe segment, începând dintr-o extremitate, pentru a construi mijlocul segmentului; cu ajutorul echerului se construiește apoi o perpendiculară pe segmentul respectiv în mijlocul său, dreapta respectivă fiind mediatoarea segmentului.



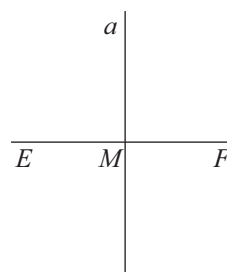
Cum se aplică?

1. Construiești segmentul EF cu lungimea de 3 cm și dreapta a , mediatoarea acestuia.

Soluție:

Folosind rigla gradată, construim segmentul EF cu lungimea de 3 cm; $3 \text{ cm} : 2 = 1,5 \text{ cm}$; măsurăm pe segmentul EF dintr-un capăt al acestuia, 1,5 cm și astfel construim punctul M , mijlocul acestuia.

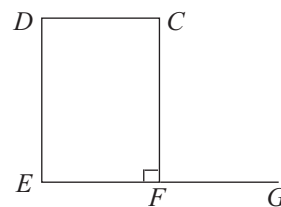
Cu ajutorul echerului construim în punctul M dreapta $a \perp EF$; dreapta a este mediatoarea segmentului EF .



2. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $CDEF$, iar punctul G este simetricul punctului E față de punctul F . Arătați că dreapta CF este mediatoarea segmentului EG .

Soluție:

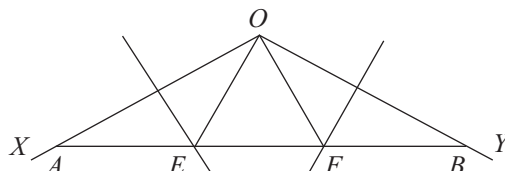
Punctele E , F și G sunt coliniare și $EF \equiv FG$, iar $\angle EFD = 90^\circ$, deoarece $CDEF$ este dreptunghi, prin urmare dreapta DF este mediatoarea segmentului EG .



3. Construiești unghiul XOY cu măsura de 120° și punctele $A \in OX$ și $B \in OY$, astfel încât $OA \equiv OB$. Mediatoarele segmentelor OA și OB intersectează segmentul AB în punctele E , respectiv F . Ce puteți spune despre laturile și unghiurile triunghiului OEF ?

Soluție:

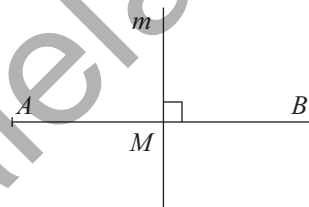
Construim figura cerută în enunțul problemei. Cu rigla gradată măsurăm segmentele OE , EF și FO ; observăm că $OE \equiv EF \equiv FO$. Cu raportorul măsurăm unghiurile $\angle EOF$, $\angle OEF$ și $\angle EFO$; observăm că $\angle EOF \equiv \angle OEF \equiv \angle EFO (= 60^\circ)$.

**Știu să rezolv****Exerciții și probleme de dificultate minimă**

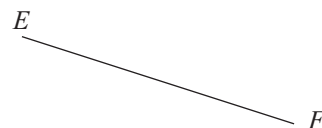
1. În figura alăturată, dreapta m este mediatoarea segmentului AB , iar $m \cap AB = \{M\}$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $AM \equiv BM$; ☐

b) $\angle M = 90^\circ$. ☐



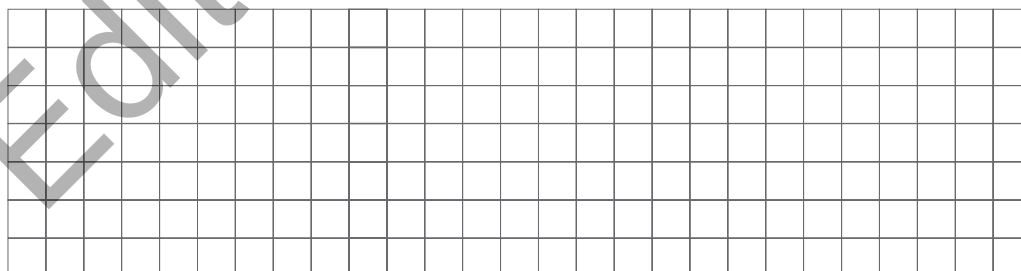
2. Construiți cu ajutorul riglei gradate și al echerului mediatoarea segmentului EF din figura alăturată și notați-o cu a .



3. Construiți dreptunghiul $DEFG$ și diagonalele acestuia, DF și EG , care se intersectează în punctul M . Folosind rigla gradată și echerul, stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

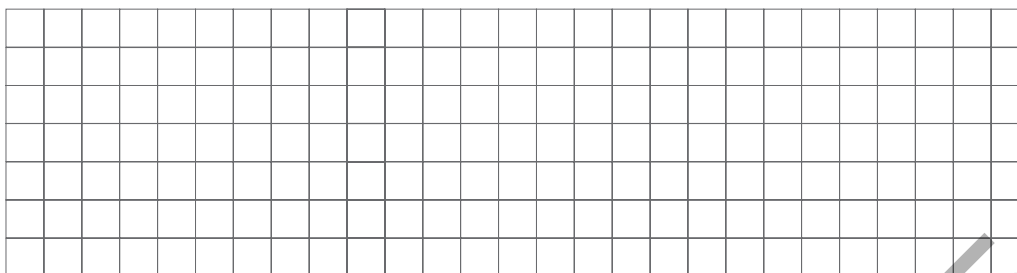
a) Dreapta DF este mediatoarea segmentului EG . ☐

b) Dreapta EG este mediatoarea segmentului DF . ☐



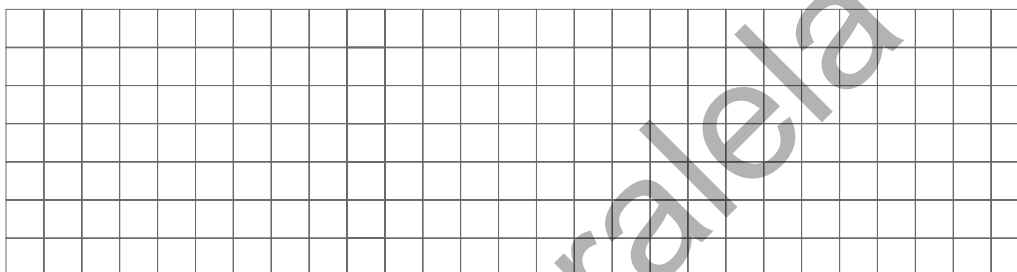
4. Construiți dreptunghiul $ABCD$. Dacă mediatoarele laturilor AB și BC se intersectează în punctul O , folosind rigla, stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) punctele A , O și C sunt coliniare; ☐ b) punctele B , O și D sunt coliniare. ☐



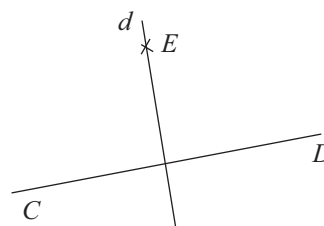
5. Construiți pătratul $ABCD$ și diagonalele acestuia AC și BD . Folosind instrumentele geometrice corespunzătoare, stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) Dreapta AC este mediatoarea segmentului BD . ☐
 b) Dreapta BD este mediatoarea segmentului AC . ☐



6. În figura alăturată dreapta d este mediatoarea segmentului CD , iar punctul $E \in d$. Construiți segmentele EC și ED și apoi măsurați-le pentru a completa spațiile punctate cu lungimile acestora.

- a) $EC = \dots\dots\dots$;
 b) $ED = \dots\dots\dots$



7. Folosind problema anterioară, stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: „Dacă dreapta d este mediatoarea segmentului CD și punctul $E \in d$, atunci $EC \equiv ED$.” ☐

Exerciții și probleme de dificultate redusă

8. Notăm cu g mediatoarea segmentului AB și considerăm punctul $C \in g$. Folosind problema precedentă, calculați $\mathcal{P}_{ABC}$, știind că:

- a) $AB = 6$ cm și $CA = 5$ cm; b) $AB = 8$ cm și $CB = 9$ cm.

9. Notăm cu d mediatoarea segmentului EF și considerăm punctul $D \in d$. Folosind problema 7, determinați lungimile segmentelor DE și DF , știind că:

- a) $EF = 4$ cm și $\mathcal{P}_{DEF} = 13$ cm; b) $EF = 7$ cm și $\mathcal{P}_{DEF} = 17$ cm.

10. Construiți segmentul AB cu lungimea de 4,6 cm și dreapta m , mediatoarea acestuia.

11. Construiți unghiul AOB și semidreapta OD , bisectoarea acestuia. Mediatoarea segmentului OD intersectează semidreptele OA și OB în punctele E , respectiv F . Ce puteți spune despre dreptele:

- a) OE și FD ? b) OF și ED ?

12. Construiți unghiul obtuz XOY și punctele $A \in OX$, $B \in OY$, astfel încât $OA \equiv OB$ și $C \in AB$. Mediatoarea segmentului AC intersectează dreapta OA în punctul D . Ce puteți spune despre dreptele DC și OB ?

Exerciții și probleme de dificultate medie

13. Construiți unghiul XOY cu măsura de 108° și punctele $E \in OX$ și $F \in OY$, astfel încât $OE \equiv OF$. Mediatoarea segmentului OF intersectează segmentul EF în punctul D . Comparați prin măsurare lungimile segmentelor EO și ED .

14. Construiți unghiul XOY cu măsura de 120° și punctele $E \in OX$ și $F \in OY$, astfel încât $OE \equiv OF$. Mediatoarea segmentului OE intersectează segmentul EF în punctul D . Prin măsurare, arătați că:

a) $DO \perp OF$;

b) $FD = 2ED$.

15. Construiți unghiul XOY cu măsura de 36° și punctele $E \in OX$ și $F \in OY$, astfel încât $OE \equiv OF$. Dacă mediatoarea segmentului OE intersectează dreapta EF în punctul D , arătați, prin măsurare, că:

a) $\angle EOF \equiv \angle DOF$;

b) $FO \equiv FD$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

16. Construiți unghiul AOB cu măsura de 150° și notați cu C punctul în care se intersectează mediatoarele segmentelor OA și OB . Ce puteți spune despre laturile și unghiurile triunghiului ABC ?

17. Construiți dreptunghiul $ABCD$. Dacă mediatoarele laturilor AB și BC se intersectează în punctul O , folosind problemele 4. și 7., arătați că:

a) $AO \equiv CO$;

b) $BO \equiv DO$;

c) $AC \equiv BD$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) **1.** Construiți segmentul MN cu lungimea de 3 cm și dreapta d , mediatoarea acestuia.
- (3p) **2.** Construiți dreptunghiul $ABCD$ și notați cu M punctul de intersecție dintre mediatoarea laturii AB și diagonala AC . Verificați coliniaritatea punctelor B , M și D cu ajutorul riglei și apoi încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect:
A. punctele B , M și D sunt necoliniare; B. punctele B , M și D sunt coliniare.
- (3p) **3.** Construiți unghiul obtuz XOY și punctele $A \in OX$ și $B \in OY$. Dacă mediatoarele segmentelor OA și OB intersectează dreapta AB în punctele E , respectiv F , folosind problema 7, arătați că $\mathcal{P}_{OEF} = AB$.

Fișă pentru portofoliul elevului

Numele și prenumele:

Clasa a VI-a

Capitolul: Noțiuni geometrice fundamentale

Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziția este adevărată, subliniați litera A, iar dacă propoziția este falsă, subliniați litera F.

- (7p) 1. Dacă notăm cu Q simetricul punctului P față de punctul M , atunci M este mijlocul segmentului PQ . A F
- (7p) 2. Două drepte concurente care formează o pereche de unghiuri opuse la vârf suplimentare sunt perpendiculare. A F
- (7p) 3. Mediatoarea unui segment este axă de simetrie pentru segmentul respectiv. A F

II. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

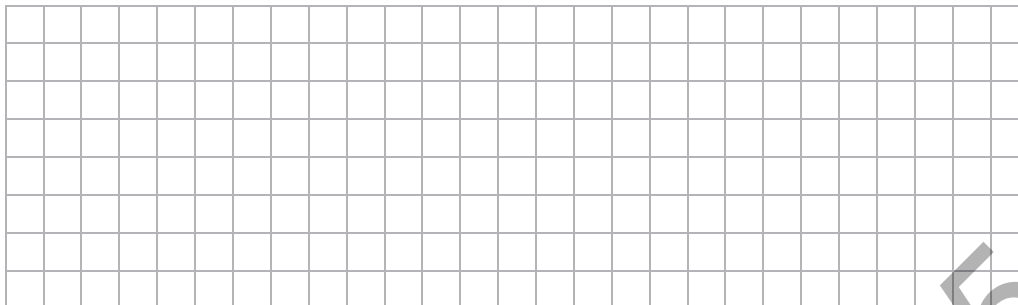
- (7p) 1. Instrumentul geometric cu care se verifică dacă două drepte sunt perpendiculare se numește
- (7p) 2. Dacă punctul T este situat pe mediatoarea segmentului AB , atunci segmentele TA și TB sunt
- (7p) 3. Drumul cel mai scurt de la punctul M la dreapta a , $M \notin a$, se numește

III. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- (8p) 1. Construiți unghiul XOY cu măsura de 30° și punctul D situat în interiorul acestuia. Dacă notăm cu E și F simetricile punctului D față de semidreptele OX , respectiv OY , atunci, cu ajutorul raportorului, obținem măsura unghiului EOF egală cu:
A. 40° ; B. 50° ; C. 60° ; D. 80° .
- (8p) 2. Construiți punctul C interior segmentului AB . Dacă punctele E și F sunt situate pe o semidreaptă cu originea în punctul C , astfel încât $AC \equiv CE$ și $BC \equiv CF$, atunci dreptele AE și BF sunt:
A. identice; B. paralele; C. oblice; D. perpendiculare.
- (8p) 3. Construiți unghiul drept AOB , astfel încât lungimile segmentelor OA și OB să fie egale cu 15 casete, respectiv 20 de casete. Distanța de la punctul O la dreapta AB este egală cu:
A. 4 cm; B. 5 cm; C. 6 cm; D. 7 cm.

La exercițiile IV. și V. scrieți pe fișă rezolvările complete.

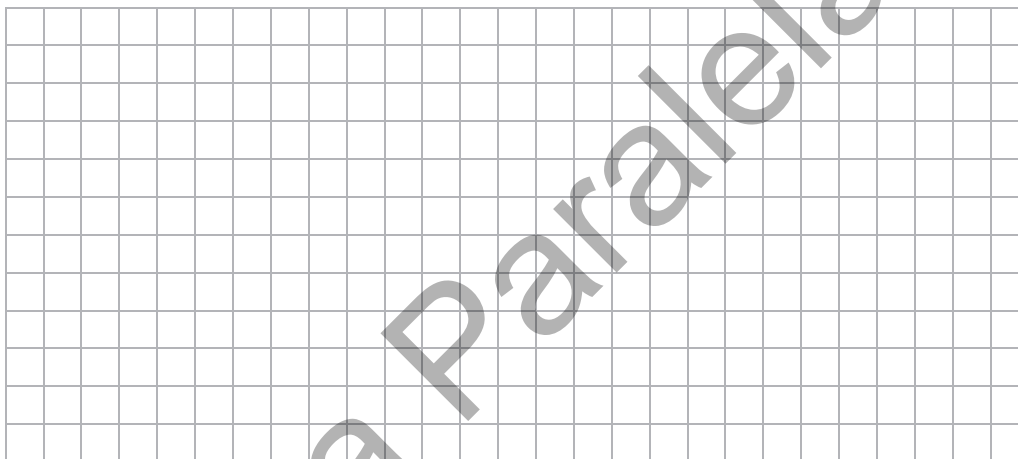
- IV.** Pe laturile unghiului XOY cu măsura de 120° se consideră punctele M și N , astfel încât $OM \equiv ON$. Mediatoarele segmentelor OM și ON intersectează dreapta MN în punctele P , respectiv Q . Ce puteți spune despre segmentele MP , PQ și QN ?



V. Construiți dreapta d și punctele $A \notin d$ și $B \in d$, astfel încât dreptele d și AB nu sunt perpendiculare. Notați cu E și F simetricele punctului A față de dreapta d , respectiv față de punctul B .

(8p) a) Prin măsurare, arătați că $\angle AEF = 90^\circ$.

(8p) b) Arătați că dreptele d și EF sunt paralele.



Lecția 13. Cercul



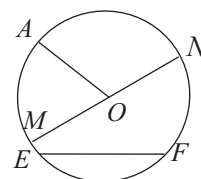
Citesc și rețin

Definiție: Numim **cerc** de centru O și rază R , mulțimea punctelor din plan situate la distanța R față de punctul O .

Construcție: Cercul se construiește cu ajutorul instrumentului geometric numit **compas**.

Definiții:

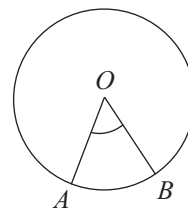
1. Dacă punctul A aparține cercului de centru O , atunci segmentul OA se numește **rază**.
2. Dacă punctele E și F aparțin cercului de centru O , atunci segmentul EF se numește **coardă**.
3. Dacă o coardă MN conține centrul cercului (punctul O), atunci aceasta se numește **diametru**, iar punctele M și N se numesc **diametral opuse**.



Definiție: Două cercuri se numesc **congruente** dacă au razele egale.

Definiție: Măsura unui cerc este egală cu 360° .

Definiție: Un unghi care are vârful în centrul unui cerc se numește **unghi la centru** (pentru cercul respectiv).



Definiții:

1. Mulțimea punctelor de pe un cerc situate în interiorul unghiului la centru AOB se numește **arc mic** AB , notat $\widehat{AB}$.
2. Mulțimea punctelor de pe cerc situate în exteriorul unghiului la centru AOB se numește **arc mare** AB , notat $\widehat{AMB}$, unde M este un punct de pe cerc situat în exteriorul unghiului AOB (pentru ambele arce, punctele A și B se numesc **capete** sau **extremități**).

Observații:

1. Unitatea de măsură pentru măsurarea arcelor de cerc este gradul ($^\circ$).
2. Măsura arcului de cerc de extremități X și Y se notează $\widehat{XY}$.

Definiții:

1. Măsura arcului mic $\widehat{AB}$ este egală cu măsura unghiului la centru $\angle AOB$.
2. Dacă $\widehat{AMB}$ este un arc mare, atunci $\widehat{AMB} = 360^\circ - \widehat{AB}$.

Definiție: Două arce $\widehat{AB}$ și $\widehat{CD}$ ale aceluiași cerc (sau din cercuri congruente) se numesc **congruente** dacă au aceeași măsură. Notăm $\widehat{AB} \equiv \widehat{CD}$.

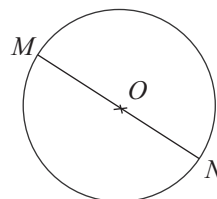


Cum se aplică?

1. În cercul de centru O și rază R din figura alăturată este construit diametrul MN . Știind că $MN = 7$ cm, calculați R , raza cercului.

Soluție:

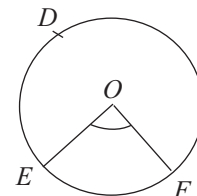
Observăm că $MN = 2R$, deci $2R = 7$ cm, prin urmare $R = 7 \text{ cm} : 2$ și obținem $R = 3,5$ cm.



2. Pe cercul de centru O considerăm punctele D , E și F . Știind că $\angle EOF = 87^\circ$, determinați $\widehat{EDF}$.

Soluție:

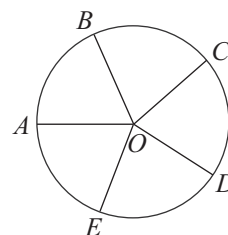
Deoarece unghiul EOF este unghi la centru rezultă că $\widehat{EF} = \angle EOF$, prin urmare $\widehat{EF} = 87^\circ$; $\widehat{EDF} = 360^\circ - \widehat{EF} = 360^\circ - 87^\circ = 273^\circ$.



3. Pe cercul de centru O se consideră punctele A , B , C , D și E în această ordine, astfel încât $\widehat{AB} \equiv \widehat{BC} \equiv \widehat{CD} \equiv \widehat{DE} \equiv \widehat{EA}$. Determinați măsurile unghiurilor $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$, $\angle DOE$ și $\angle EOA$.

Soluție:

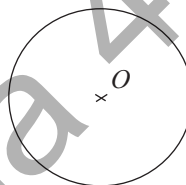
$\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{DE} + \widehat{EA} = 360^\circ$, deci $5 \widehat{AB} = 360^\circ$, de unde rezultă că $\widehat{AB} = 360^\circ : 5$; obținem $\widehat{AB} = 72^\circ$ și, deci, $\widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EA} = 72^\circ$; $\sphericalangle AOB = \widehat{AB}$, prin urmare $\sphericalangle AOB = 72^\circ$ și deci $\sphericalangle BOC = \sphericalangle COD = \sphericalangle DOE = \sphericalangle EOA = 72^\circ$.



Știu să rezolv

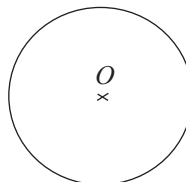
Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. În cercul de centru O și rază R reprezentat în figura alăturată construieți o rază și apoi completați spațiul punctat cu lungimea acesteia, exprimată în centimetri, $R = \dots\dots\dots$.



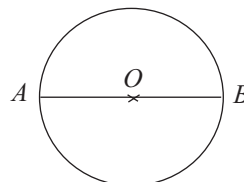
2. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Mulțimea razelor unui cerc este:
A. finită; B. infinită.

3. În cercul de centru O reprezentat în figura alăturată construieți:
a) raza OA ; b) diametrul EF ; c) coarda MN .



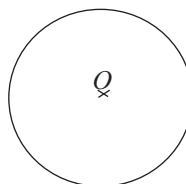
4. În cercul de centru O și rază R reprezentat în figura alăturată este construit diametrul AB . Dacă $R = 4$ cm, stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $AB = 2$ cm; ☐ b) $AB = 12$ cm; ☐ c) $AB = 8$ cm. ☐



5. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Măsura cercului este egală cu:

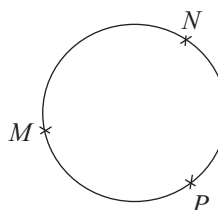
A. 100° ; B. 120° ; C. 360° ; D. 180° .



6. În cercul de centru O reprezentat în figura alăturată construieți unghiul la centru EOF și apoi completați spațiul punctat cu măsura acestuia. $\dots\dots\dots$

7. Pe cercul din figura alăturată sunt construite punctele M , N și P . Completați spațiile punctate cu notațiile corespunzătoare:

- a) arcul mic de extremități M și N $\dots\dots\dots$;
- b) arcul mic de extremități N și P $\dots\dots\dots$;
- c) arcul mare de extremități M și N $\dots\dots\dots$;
- d) arcul mare de extremități M și P $\dots\dots\dots$.

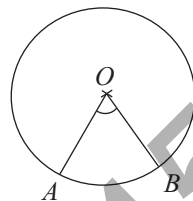


8. Citiți următoarele notații:

- a) $\widehat{EF} = 35^\circ$; b) $\widehat{ACB} = 195^\circ$; c) $\widehat{MPN} = 207^\circ$; d) $\widehat{PQ} = 78^\circ$.

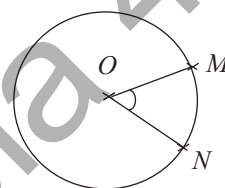
9. Pe cercul de centru O din figura alăturată sunt construite punctele A și B . Dacă $\angle AOB = 42^\circ$ stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\widehat{AB} = 84^\circ$; ☐
 b) $\widehat{AB} = 21^\circ$; ☐
 c) $\widehat{AB} = 42^\circ$. ☐



10. Pe cercul de centru O din figura alăturată sunt construite punctele M și N . Dacă $\widehat{MN} = 36^\circ$ stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\angle MON = 18^\circ$; ☐
 b) $\angle MON = 36^\circ$; ☐
 c) $\angle MON = 72^\circ$. ☐



Exerciții și probleme de dificultate redusă

11. Cu ajutorul compasului și al riglei gradate construiți în caietul de clasă cercul de centru O și $R = 2$ cm.

12. Construiți în caietul de clasă cercul de centru O și apoi construiți: raza OM , diametrul CD și coarda PQ .

13. Pe un cerc se construiesc punctele A , B și C .

- a) Dacă $\widehat{BC} = 100^\circ$, aflați $\widehat{BAC}$. b) Dacă $\widehat{BAC} = 250^\circ$, aflați $\widehat{BC}$.

14. Pe un cerc cu centrul în punctul O considerăm punctele A și B , iar pe arcul mare de extremități A și B considerăm punctul C . Știind că:

- a) $\angle AOB = 75^\circ$, aflați $\widehat{ACB}$; b) $\widehat{ACB} = 235^\circ$, aflați $\angle AOB$.

15. Pe un cerc considerăm punctele E și F , iar pe arcul mare de extremități E și F considerăm punctul D . Calculați măsurile arcelor $\widehat{EF}$ și $\widehat{EDF}$ în următoarele cazuri:

- a) $\widehat{EDF} = 2\widehat{EF}$; b) $\widehat{EDF} = 4\widehat{EF}$; c) $\widehat{EDF} = 5\widehat{EF}$.

16. Pe cercul de centru O considerăm punctele M , N , P și Q , astfel încât $\widehat{MN} \equiv \widehat{NP} \equiv \widehat{PQ} \equiv \widehat{QM}$. Determinați măsurile unghiurilor $\angle MON$, $\angle NOP$, $\angle POQ$ și $\angle QOM$.

17. Pe cercul de centru O considerăm punctele D , E și F , astfel încât $\angle DOE \equiv \angle EOF \equiv \angle FOD$. Determinați măsurile arcelor $\widehat{DE}$, $\widehat{EF}$ și $\widehat{FD}$.

18. Pe cercul de centru O și rază R considerăm punctele A și B , astfel încât $AB = R$. Prin măsurare, determinați măsura arcului mic de extremități A și B .

Exerciții și probleme de dificultate medie

19. Pe cercul de centru O considerăm punctele A, B și C . Determinați măsurile unghiurilor AOB, BOC și COA , știind că măsurile arcelor $\widehat{AB}, \widehat{BC}$ și $\widehat{CA}$ sunt direct proporționale cu numerele:

a) 12, 16 și 17;

b) 17, 20 și 23.

20. Pe cercul de centru O considerăm punctele D, E și F . Determinați măsurile arcelor $\widehat{DE}, \widehat{EF}$ și $\widehat{FD}$, știind că măsurile unghiurilor DOE, EOF și FOD sunt invers proporționale cu numerele:

a) 10, 12 și 15;

b) 12, 15 și 20.



Ce notă merit?

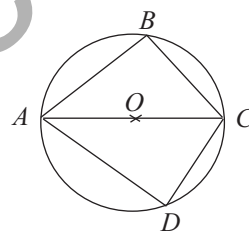
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Pe cercul de centru O din figura alăturată au fost construite punctele A, B, C și D , astfel încât punctele A și C sunt diametral opuse. Folosind echerul, stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $AB \perp BC$; ☐

b) $AD \perp DC$. ☐



(3p) **2.** Construiți cercul de centru O și punctele M, N, P și Q situate pe cerc, în această ordine, astfel încât coardele MN și QP să fie paralele. Prin măsurare, arătați că $\widehat{MQ} \equiv \widehat{NP}$.

(3p) **3.** Pe cercul de centru O considerăm punctele D, E și F . Determinați măsurile arcelor $\widehat{DE}, \widehat{EF}$ și $\widehat{FD}$, știind că măsurile unghiurilor DOE, EOF și FOD sunt direct proporționale cu numerele 5, 7 și 8.

Lecția 14. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc



Citesc și rețin

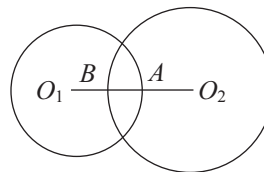
Definiții:

Fie a o dreaptă și $\mathcal{C}$ un cerc.

1. Dreapta a se numește **exterioară** cercului $\mathcal{C}$ dacă nu are puncte comune cu acesta.

2. Dreapta a se numește **tangentă** la cercul $\mathcal{C}$ dacă are un singur punct comun cu acesta (punct de tangență).

- (3p) 2. În figura alăturată sunt reprezentate cercurile secante $\mathcal{C}_1$ de centru O_1 și rază R_1 și $\mathcal{C}_2$ de centru O_2 și rază R_2 , precum și segmentul O_1O_2 care intersectează cele două cercuri în punctele A , respectiv B . Știind că $R_1 = 4$ cm, $R_2 = 6$ cm și $AB = 3$ cm, calculați O_1O_2 .



- (3p) 3. Construiți cercurile interioare $\mathcal{C}_1$ și $\mathcal{C}_2$ cu centrele în punctul O și punctele $A, B \in \mathcal{C}_1$. Semidreptele OA și OB intersectează cercul $\mathcal{C}_2$ în punctele C , respectiv D . Arătați că arcele de cerc $\widehat{AB}$ și $\widehat{CD}$ au măsurile egale.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (1p) 1. Diametrul cercului cu $R = 6,5$ cm este egal cu:
A. 4 cm; B. 13 cm; C. 14 cm; D. 5 cm.
- (1p) 2. Dacă dreapta d este exterioară cercului $\mathcal{C}$, atunci dreapta și cercul au în comun:
A. niciun punct; B. un punct; C. două puncte; D. trei puncte.
- (1p) 3. Două cercuri tangente interioare au în comun:
A. niciun punct; B. un punct; C. două puncte; D. trei puncte.
- (1p) 4. Cercul $\mathcal{C}_1$ cu $R_1 = 4$ cm este congruent cu cercul $\mathcal{C}_2$ de rază R_2 dacă:
A. $R_2 = 2$ cm; B. $R_2 = 10$ cm; C. $R_2 = 12$ cm; D. $R_2 = 4$ cm.
- (1p) 5. Dacă punctele E și F sunt situate pe cercul $\mathcal{C}$ de centru O , astfel încât $\widehat{EF} = 75^\circ$, atunci:
A. $\angle EOF = 30^\circ$; B. $\angle EOF = 25^\circ$; C. $\angle EOF = 75^\circ$; D. $\angle EOF = 50^\circ$.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvările complete:

- (1p) 1. Construiți cercurile $\mathcal{C}_1$ de centru O și rază r , $\mathcal{C}_2$ de centru O și rază R și punctele $A, B \in \mathcal{C}_2$, care nu sunt diametral opuse. Semidreptele OA și OB intersectează cercul $\mathcal{C}_1$ în punctele E , respectiv F . Ce puteți spune despre dreptele AB și EF ?
- (1p) 2. Pe cercul $\mathcal{C}$ de centru O considerăm punctele A și B , iar pe arcul mare de extremități A și B considerăm punctul C . Dacă unghiul AOB este drept, determinați măsura arcului $\widehat{ACB}$.
- (1p) 3. Construiți punctele E și F situate pe cercul de centru O , astfel încât $\angle EOF = 120^\circ$ și notați cu D punctul de intersecție a tangentelor la cerc construite în punctele E , respectiv F . Determinați, prin măsurare, măsura unghiului EDF .
- (1p) 4. Cercul $\mathcal{C}_1$ de centru O_1 și rază r și cercul $\mathcal{C}_2$ de centru O_2 și rază R sunt secante, astfel încât punctul $O_1 \in \mathcal{C}_2$. Semidreapta O_1O_2 intersectează cercurile $\mathcal{C}_1$ și $\mathcal{C}_2$ în punctele E , respectiv F . Știind că lungimile segmentelor O_1E , EO_2 și O_2F , exprimate în centimetri, sunt numere naturale consecutive, determinați r și R .

Model de test pentru Evaluarea Națională

Capitolul: Noțiuni geometrice fundamentale

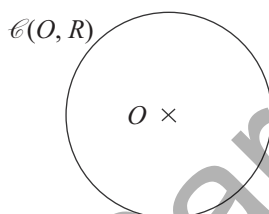
PARCUL NAȚIONAL CHEILE BICAZULUI-HĂȘMAȘ

Parcul Național Cheile Bicazului-Hășmaș este situat în zona centrală, nord-estică a României pe teritoriul județelor Harghita și Neamț. Datorită condițiilor geologice și climatice, flora cuprinde peste 1050 de specii concentrate preponderent în zona Lacului Roșu.

Pentru a răspunde la cerințele 1-3, citiți următorul text:

În 1837 dislocarea naturală a unei mari cantități de grohotiș de la baza muntelui Ucigașul a contribuit la apariția Lacului Roșu prin blocarea pâraielor Hășmaș, Roșu, Licaș și Suhard.

Cercul $\mathcal{C}$ de centru O și rază R din figura următoare reprezintă schematic Lacul Roșu. Se știe că prin aproximație $R = 203,5$ m și că suprafața lacului are aria de 13 ha.



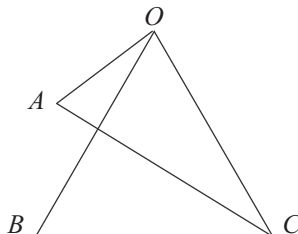
Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Măsura cercului $\mathcal{C}$ de centru O și rază R este egală cu:
A. 60° ; B. 240° ; C. 360° ; D. 90° .
2. Lungimea diametrului cercului $\mathcal{C}$ de centru O și rază R este egală cu:
A. 203,5 m; B. 407 m; C. 503 m; D. 307,8 m.
3. Exprimând în metri pătrați aria suprafeței Lacului Roșu, obținem:
A. 130 000 m²; B. 13 000 m²; C. 26 000 m²; D. 260 000 m².

Pentru a răspunde la cerințele 4-6, citiți următorul text:

Parcul Național Cheile Bicazului-Hășmaș este situat pe cursul superior al râului Bicaz, care colectează afluenții Hășmaș, Surduc, Licaș, Suhard și Șugău. Atât cursul râului Bicaz, cât și afluenții săi prezintă cascade și sectoare cu chei sălbatice, cele mai importante fiind Cheile Bicazului.

În schița următoare segmentele OA , OB , OC , AC și BC reprezintă cinci poteci turistice din această zonă.



[illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible]

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTIȚELOR

(Capitolele: Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale, Rapoarte. Proporții, Noțiuni geometrice fundamentale)

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- (0,5p) 1. Se consideră mulțimea $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Dintre următoarele mulțimi, cea care este submulțime a mulțimii E este:
A. $\{4, 5\}$; B. $\{0, 2, 3\}$; C. $\{1, 2, 5\}$; D. $\{0, 6\}$.
- (0,5p) 2. Descompunerea în factori a numărului natural 48 este:
A. $2^1 \cdot 3^3$; B. $2^2 \cdot 3^2$; C. $3^2 \cdot 5^1$; D. $2^4 \cdot 3^1$.
- (0,5p) 3. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 20 și 25 este egal cu:
A. 100; B. 50; C. 75; D. 150.
- (0,5p) 4. Valoarea raportului numerelor naturale 4 și 5 este egală cu:
A. 1,5; B. 0,8; C. 0,6; D. 1,2.
- (0,5p) 5. Termenul necunoscut x din proporția $\frac{25}{3} = \frac{10}{x}$ este egal cu:
A. $\frac{4}{7}$; B. $\frac{3}{4}$; C. $\frac{2}{3}$; D. $\frac{6}{5}$.
- (0,5p) 6. Mulțimile $E = \{4, 8\}$ și $F = \{2^{n+2}, 2^{n+3}\}$ sunt egale pentru:
A. $n = 0$; B. $n = 1$; C. $n = 2$; D. $n = 3$.
- (0,5p) 7. Suplementul unghiului cu măsura de 65° este unghiul cu măsura de:
A. 85° ; B. 120° ; C. 115° ; D. 95° .
- (0,5p) 8. Dreptele a și b concurente în punctul M sunt perpendiculare dacă:
A. $\angle M = 30^\circ$; B. $\angle M = 45^\circ$; C. $\angle M = 60^\circ$; D. $\angle M = 90^\circ$.
- (0,5p) 9. Pe un cerc se consideră punctele A și B . Dacă $\widehat{AB} = 67^\circ$, atunci măsura arcului mare de extremități A și B este egală cu:
A. 259° ; B. 167° ; C. 293° ; D. 125° .

Subiectul al II-lea. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

- (0,7p) 1. Se consideră mulțimile $E = \{a, b, c, d\}$ și $F = \{b, d, g\}$. Determinați mulțimile $E \cup F$, $E \cap F$, $E \setminus F$ și $F \setminus E$.
- (0,7p) 2. Numerele raționale pozitive x și y sunt direct proporționale cu 2 și 5. Aflați câte procente reprezintă numărul x din numărul y .
- (0,8p) 3. Aflați numărul natural $\overline{ab}$, $a \neq 0$, care îndeplinește condiția $(\overline{ab}; 60) = 10$.
- (0,8p) 4. Determinați numărul natural $\overline{xy}$, $x \neq 0, y \neq 0$, care are proprietatea $\overline{3xy} : \overline{xy}$.
- (0,7p) 5. Dreptele paralele a și b formează cu secanta d unghiurile 1 și 2, interne de aceeași parte a secantei. Știind că $\angle 1 = 4 \cdot \angle 2$, determinați $\angle 1$ și $\angle 2$.
- (0,8p) 6. Unghiurile O_1, O_2, O_3 și O_4 sunt unghiuri în jurul punctului O . Știind că măsurile unghiurilor O_1, O_2 și O_3 reprezintă 56%, 64%, respectiv 68% din măsura unghiului O_4 , aflați măsurile celor patru unghiuri.

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

TESTE DE EVALUARE ÎNȚIALĂ

Testul 1

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	B	A	D	C	C	B	D	A	C

Partea a II-a: 1. $10 \cdot (701 - 12) = 6890$. 2. a) $x = \frac{7}{4}, y = \frac{8}{3}, z = \frac{25}{18}$; b) $f = \frac{17}{12} = 1,41(6); f = 1,417$ 3. a) $l = 7$ cm; b) $L = 14$ cm; c) $\mathcal{P} = 42$ cm.

Testul 2

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	A	C	B	D	A	B	D	C	B

Partea a II-a: 1. $n = 24$. 2. a) 135; b) 410. 3. a) $l = 10$; b) $h = 2,5$ cm; c) $V = 300$ cm³.

Testul 3

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	B	D	B	D	A	B	C	C	D

Partea a II-a: 1. $\frac{1}{4}$. 2. a) $x = 2$; b) $x = 8$. 3. a) $l = 3$ cm și $L = 12$ cm; b) $\mathcal{A} = 36$ cm²; c) $\mathcal{P} = 24$ cm.

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I – MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 1. Mulțimi. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime

1. a) Nu, deoarece se repetă elementul 1; b) Nu, deoarece s-a pus virgulă după ultimul element; c) Nu, deoarece ultimul element este literă mare; d) Nu, deoarece s-a folosit paranteza dreaptă; e) Nu, deoarece mulțimea este notată cu literă mică; f) Da. 2. a) Mulțimea A este formată cu elementele d, e, f, g și h ; b) Mulțimea B este formată cu elementele 4, 5, 6, 7 și 9; c) Mulțimea C este formată cu elementele x , unde x este număr natural cu proprietatea $1 < x \leq 7$; d) Mulțimea D este formată cu elementele x , unde x este număr natural par cu proprietatea $x > 5$. 3. A. 4. B.

5. a) $A = \begin{pmatrix} \times m & \times n \\ \times t & \times p & \times o \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} \times 7 & \times 9 \\ \times 13 & \times 11 \end{pmatrix}$

6. $A = \{0, 1, 2, 3\}$; b) $B = \{a, b, c, d, e, f\}$; c) $C = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. 7. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

8. a) $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$; b) $C = \{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18\}$. 9. B. $\left\{\frac{3}{1}, \frac{3}{2}\right\}$.

10. a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$; b) $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$; c) $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$; d) $F = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

11. a) $A = \{x \text{ este număr natural} \mid x < 5\}$; b) $B = \{x \text{ este număr natural} \mid 3 \leq x \leq 7\}$; c) $C = \{x \text{ este}$

număr natural par $|x < 9\}$. **12.** a) $A = \{m, a, t, e, i, c\}$; b) $B = \{4, 2, 3, 7, 5, 8, 6\}$. **13.** a) $\mathcal{D}_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$; b) $\mathcal{D}_{21} = \{1, 3, 7, 21\}$; c) $\mathcal{D}_{28} = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$; d) $\mathcal{D}_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$.

14. a) A; b) A; c) F; d) A; e) A; f) A; g) F; h) A. **15.** a) $\notin$; b) $\in$; c) $\in$; d) $\in$; e) $\notin$; f) $\in$. **16.** $E = \{16, 25, 36, 49, 64, 81\}$. **17.** a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$; b) $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. **18.** $A = \{11, 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97\}$. **19.** a) $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$; b) $B = \{6, 7, 8, 9\}$. **20.** a) $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$; b) $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. **21.** a) $31 : 4 = 7 \text{ rest } 3$, deci $31 = 4 \cdot 7 + 3 \in M$; b), c), d) Analog. **22.** a) $99 < 10n + 9 \leq 999$ sau $90 < 10n \leq 990$, de unde rezultă că $9 < n \leq 99$, deci $10 \leq n \leq 99$; cel mai mic element este 109; b) Cel mai mare element este 999. **23.** $E = \{11, 31, 41, 61, 71\}$. **24.** $E = \{0, 1, 2, 3\}$. a) $A = \{0, 3, 6, 9\}$; b) $B = \{0, 1, 4, 9\}$; c) $C = \{1, 3, 5, 7\}$; d) $D = \{2, 3, 10, 29\}$. **25.** a) $A = \{\overline{xyz} \mid \overline{xyz} \text{ este număr par cu } x \cdot y \cdot z = 8\}$; b) $A = \{\overline{abc} \mid \overline{abc} \text{ este număr impar}$

cu $a + b + c = 5\}$. **26.** Presupunem că $a < b$, deci $a < \frac{a+b}{2} < b$; dacă $a = 2p$ și $b = 2q$, atunci

$\frac{a+b}{2} = p + q \in A$, iar dacă $a = 2p + 1$ și $b = 2q + 1$, atunci $\frac{a+b}{2} = p + q + 1 \in A$. **27.** a) $A =$

$= \{421, 931, 842, 964\}$; b) $B = \{111, 422, 821, 933, 848\}$. **28.** $E = \left\{\frac{21}{12}, \frac{42}{24}, \frac{63}{36}, \frac{84}{48}\right\}$;

$\frac{21}{12} + \frac{42}{24} + \frac{63}{36} + \frac{84}{48} = 7 \in \mathbb{N}$. **29.** Dacă $a - b = 1$, atunci a și b sunt oricare două cifre conse-

cutive; dacă $a - b = 2$, atunci $a = 4$ și $b = 2$ sau $a = 6$ și $b = 4$ sau $a = 8$ și $b = 6$; dacă $a - b = 3$, atunci $a = 9$ și $b = 6$; dacă $a - b \geq 4$ nu avem soluții. Prin urmare, $E = \{10, 21, 32, 43, 54, 65, 76, 87, 98, 42, 64, 86, 96\}$. **30.** Deoarece $3 \nmid 2^k$, $0 \leq k \leq n$, rezultă că $2^k = 3p + 1$ sau $2^k = 3p + 2$.

Dacă $a, b \in A$ și $a = 3p + 1$ și $b = 3q + 2$, atunci $3 \mid a + b$, iar dacă $a = 3p + 1$ și $b = 3q + 1$ sau $a = 3p + 2$ și $b = 3q + 2$, atunci $3 \mid a - b$, $p > q$. **31.** Dacă $\frac{ab}{a+b} = p$, $p \in \mathbb{N}$, deoarece $ab \leq 81$ și

$a + b \leq 18$, deducem că $p \in \{1, 2, 3, 4\}$; $a = \frac{pb}{b-p}$, de unde pentru $p = 1$ obținem $\overline{ab} = 22$,

pentru $p = 2$ obținem $\overline{ab} \in \{36, 44, 63\}$, pentru $p = 3$ obținem $\overline{ab} = 66$, iar pentru $p = 4$ obținem $\overline{ab} = 88$; prin urmare, $A = \{22, 36, 44, 63, 66, 88\}$. **32.** Observăm că ultimul element al mulțimii A_n este egal cu $1 + 2 + 3 + \dots + n$, deci ultimul element al mulțimii A_{41} este egal cu $1 + 2 + 3 + \dots + 41 = 861$ și, deoarece mulțimea A_{41} are 41 de elemente, rezultă că $A_{41} = \{821, 822, 823, \dots, 861\}$ și observăm că elementul din mijloc $841 = 29^2$, iar celelalte 40 de elemente ale mulțimii sunt de forma $29^2 \pm a$, unde $1 \leq a \leq 20$, prin urmare suma elementelor mulțimii A_{41} este egală cu $41 \cdot 29^2$, deci numărul minim de elemente care trebuie șterse din A_{41} este 5 (acestea fiind $841, 841 - a, 841 + a, 841 - b$ și $841 + b$, unde $1 \leq a \leq 20, 1 \leq b \leq 20$ și $a \neq b$), deoarece suma elementelor rămase este $36 \cdot 29^2 = (6 \cdot 29)^2$.

Test de evaluare stadială

1. $A = \{a, r, i, t, m, e, c\}$. **2.** $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. **3.** Din $\overline{ab} + ab = \overline{ba} + a + b$ rezultă că $a = \frac{10b}{b+8}$; pentru $b = 2$ obținem $a = 2$, iar pentru $b = 8$ obținem $a = 5$; deci $E = \{22, 58\}$; $80 : 10$.

CAPITOLUL II – RAPOARTE. PROPORȚII

Lecția 10. Rapoarte

1. D. 2. a) $\frac{5}{7}$; b) $\frac{4}{9}$; c) $\frac{7}{6}$; d) $\frac{4}{3}$; e) $\frac{3}{4}$; f) $\frac{5}{8}$. 3. a) $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{4}$; b) $\frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$; c) $\frac{AB}{CD} = \frac{4}{7}$; d) $\frac{AB}{CD} = \frac{7}{9}$. 4. a) 4,5; b) 0,8; c) 3,5; d) 1,2. 5. a) $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{2}$; b) $\frac{AB}{CD} = \frac{4}{15}$; c) $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{2}$; d) $\frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$. 6. a) 1,36; b) 2,(6); c) 1,1(6); d) 3,58(3). 7. a) $x = 4$; b) $x = 1$; c) $x = 0,48$; d) $x = 1,(3)$. 8. a) $b = 0,3$; b) $b = 0,5$; c) $b = 0,25$; d) $b = 1,2$. 9. a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{6}{7}$; c) $\frac{4}{9}$; d) $\frac{8}{5}$. 10. a) $\frac{\mathcal{P}_1}{\mathcal{P}_2} = \frac{4}{5}$; b) $\frac{\mathcal{A}_1}{\mathcal{A}_2} = \frac{16}{25}$. 11. a) $\frac{13}{10} = 130\%$; b) $\frac{16}{25} = 64\%$; c) $\frac{27}{20} = 135\%$; d) $\frac{3}{2} = 150\%$; e) $\frac{1}{4} = 25\%$; f) $\frac{6}{5} = 120\%$. 12. $\frac{L}{l} = \frac{5}{3}$. 13. $\frac{l}{L} = 0,75$. 14. a) $\frac{(x,y)}{[x,y]} = \frac{1}{6}$; b) $\frac{(x,y)}{[x,y]} = \frac{1}{30}$; c) $\frac{(x,y)}{[x,y]} = \frac{1}{12}$. 15. $1 : 1000000$. 16. $C = 25\%$. 17. $C = 20\%$. 18. $T = 13\%$. 19. $a = 3k$ și $b = 7k$, $k \in \mathbb{N}^*$, deci $10k < 37$, de unde rezultă $k \leq 3$, prin urmare $(a, b) \in \{(3, 7), (6, 14), (9, 21)\}$. 20. $\frac{a}{b}$ este fracție zecimală periodică mixtă pentru $b = 6$ și $a \in \{1, 5, 7\}$, prin urmare $\frac{ab}{ba} \in \left\{\frac{16}{61}, \frac{56}{65}, \frac{76}{67}\right\}$. 21. a) $\frac{p}{q} = \frac{4}{17}$; b) $\frac{p}{q} = \frac{36}{55}$. 22. a) $\frac{m}{n} = \frac{9}{25}$; b) $\frac{m}{n} = \frac{25}{36}$. 23. a) $\frac{p}{q} = \frac{1}{5}$; b) $\frac{p}{q} = \frac{2}{7}$. 24. $\frac{49}{24} = 2,041(6); 2,0417$. 25. $\frac{a}{b} = \frac{8}{25}$; $a : b = 0,32$ și, rotunjind, obținem 0,3. 26. $\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{2}$, de unde obținem $b = \frac{2a}{a-2}$ și, analizând, obținem $\frac{ab}{ba} \in \{36, 44, 63\}$. 27. $\frac{a}{b} = 2,25$, deci $\frac{3^n \cdot 4}{2^n \cdot 9} = \frac{9}{4}$ sau $\left(\frac{3}{2}\right)^n = \left(\frac{3}{2}\right)^4$, de unde rezultă $n = 4$.

Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{11}{24}$; b) $\frac{4}{3}$. 2. $\frac{1}{6} = 0,1(6)$ și, rotunjind, obținem 0,17. 3. $\frac{p}{q} = \frac{5^n \cdot 120}{5^n \cdot 150} = \frac{4}{5}$.

Lecția 11. Proporții. Proprietatea fundamentală a proporțiilor

1. a) Da; b) Nu; c) Da; d) Da. 2. a) F; b) F; c) A. 3. a) $xy = 20$; b) $xy = 42$; c) $xy = 45$; d) $xy = 72$; e) $xy = 54$; f) $xy = 28$. 4. a) A; b) A; c) F; d) F. 5. a) $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$; b) $\frac{7}{4} = \frac{21}{12}$; c) $\frac{5}{35} = \frac{6}{42}$; d) $\frac{8}{32} = \frac{7}{28}$. 6. a) $\frac{1}{2} = \frac{7}{14}$; b) $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$; c) $\frac{1}{3} = \frac{7}{21}$; d) $\frac{1}{2} = \frac{13}{26}$. 7. a) $xy = 6$; b) $ab = 40$; c) $xy = 63$; d) $ab = 54$. 8. a) $xy = 14$; b) $xy = 56$; c) $xy = 25$; d) $xy = 28$. 9. a) $\mathcal{A} = 70 \text{ cm}^2$; b) $\mathcal{A} = 96 \text{ cm}^2$; c) $\mathcal{A} = 104 \text{ cm}^2$. 10. a) $x = 6$; b) $x = 9$; c) $x = 10$; d) $x = 8$. 11. a) $xy = 125 = 5^3$; b) $xy =$

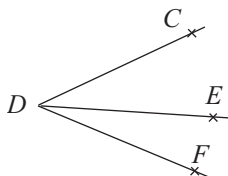
GEOMETRIE

CAPITOLUL I – NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

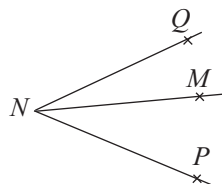
Lecția 1. Unghiuri adiacente

1. a) Nu; b) Nu; c) Da.

2. a)



b)



3. a) $\angle AOC = 89^\circ$; b) $\angle AOC = 112^\circ$. 4. a) $\angle BOC = 33^\circ$; b) $\angle AOB = 42^\circ$. 5. a) $\angle MOP = 85^\circ 47'$; b) $\angle MOP = 99^\circ 14'$. 7. a) $\angle MON = 109^\circ 48'$; b) $\angle PON = 54^\circ 46'$. 8. a) $\angle BOC = 86^\circ 33'$; b) $\angle AOC = 101^\circ 36'$; c) $\angle AOB = 90^\circ$. 9. $\angle AOB = 29^\circ$, $\angle BOC = 30^\circ$, $\angle COD = 31^\circ$. 10. a) $\angle AOB = 32^\circ$, $\angle BOC = 16^\circ$; b) $\angle AOB = 15^\circ 15'$, $\angle BOC = 45^\circ 45'$; c) $\angle AOB = 41^\circ$, $\angle BOC = 34^\circ$; d) $\angle AOB = 32^\circ 30'$, $\angle BOC = 23^\circ 30'$. 11. a) $\angle AOB = 66^\circ 36'$, $\angle BOC = 20^\circ 24'$; b) $\angle AOB = 16^\circ 27'$, $\angle BOC = 78^\circ 33'$. 12. $\angle BAC = 2^\circ + 3^\circ + 5^\circ + 7^\circ = 17^\circ$. 13. $\angle NOP = 30^\circ$. 14. $\angle DOF = 60^\circ$, $\angle EOF = 40^\circ$. 15. $\angle EDM = 20^\circ$, $\angle MDN = 40^\circ$, $\angle NDF = 30^\circ$. 16. $a + a + 1 + a + 2 + \dots + 2a = 84 \Rightarrow a(a+1) + \frac{a(a+1)}{2} = 84 \Rightarrow \frac{3a(a+1)}{2} = 84 \Rightarrow a(a+1) = 56 \Rightarrow a = 7$; măsurile unghiurilor sunt $7^\circ, 8^\circ, 9^\circ, 10^\circ, 11^\circ, 12^\circ, 13^\circ, 14^\circ$. 17. $\angle A = a^\circ$, deci $\frac{n(n+1)}{2} a^\circ = 45^\circ$ sau $n(n+1)a^\circ = 90^\circ$. Dacă $n(n+1) = 2 \cdot 3$, obținem $\angle A_1 = 15^\circ$ și $\angle A_2 = 30^\circ$; dacă $n(n+1) = 5 \cdot 6$, obținem $\angle A_1 = 3^\circ$, $\angle A_2 = 6^\circ$, $\angle A_3 = 9^\circ$, $\angle A_4 = 12^\circ$ și $\angle A_5 = 15^\circ$; dacă $n(n+1) = 9 \cdot 10$, obținem $\angle A_1 = 1^\circ$, $\angle A_2 = 2^\circ$, $\angle A_3 = 3^\circ$, $\angle A_4 = 4^\circ$, $\angle A_5 = 5^\circ$, $\angle A_6 = 6^\circ$, $\angle A_7 = 7^\circ$, $\angle A_8 = 8^\circ$ și $\angle A_9 = 9^\circ$.

Test de evaluare stadială

1. $\angle MOP = 82^\circ$. 2. a) $\angle DOF = 33^\circ 15'$; b) $\angle EOD = 76^\circ 23'$. 3. $35^\circ, 40^\circ$.

Lecția 2. Bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei unui unghi

1. a) A; b) A; c) A. 4. a) $\angle NOP = 78^\circ - 39^\circ = 39^\circ$, deci $\angle MOP \equiv \angle NOP$; b) $\angle MOP = 94^\circ - 47^\circ = 47^\circ$, deci $\angle MOP \equiv \angle NOP$. 5. a) $\angle AOC = 20^\circ$; b) $\angle AOC = 27^\circ$; c) $\angle AOC = 38^\circ$. 6. a) $\angle MON = 50^\circ$; b) $\angle MON = 64^\circ$; c) $\angle MON = 82^\circ$. 8. a) $\angle MON = 46^\circ 30'$; b) $\angle MON = 75^\circ 30'$. 9. $\angle DOF = \angle EOF = 15^\circ 42'$. 10. a) $\angle EOF = 35^\circ 45'$; b) $\angle EOF = 33^\circ 48'$; c) $\angle EOF = 24^\circ 59'$. 11. i) a) $\angle DOC = 21^\circ$; b) $\angle COF = 16^\circ 30'$; ii) a) $\angle EOF = 112^\circ$; b) $\angle EOF = 29^\circ 8'$. 12. i) a) $\angle EOF = 45^\circ$; b) $\angle EOF = 51^\circ 30'$; c) $\angle EOF = 42^\circ 30'$; ii) a) $\angle AOB = 102^\circ 40'$; b) $\angle AOB = 75^\circ$; c) $\angle AOB = 91^\circ 52'$. 13. $\angle AOB \in \{10^\circ, 14^\circ, 26^\circ, 38^\circ, 62^\circ, 86^\circ\}$. 14. $\frac{\angle AOD}{2} + \frac{\angle AOD}{3} + \frac{\angle AOD}{6} = \angle AOD$. 15. Presupunem că semidreapta OC este situată în semiplanul mărginit de dreapta OM și care conține punctul B . Observăm că $\angle COM = \angle COA - \angle AOM$ și $\angle COM = \angle COB + \angle BOM$, de unde rezultă că $2\angle COM = \angle COA + \angle COB$, deci $\angle COM = \frac{\angle COA + \angle COB}{2}$. 16. $3^{n+2} - 5^n = 5^{n+1} - 3^n$

$EF \perp OC$, $F \in OB$. $EF \cap OC = \{M\}$. Prin măsurare se arată că $EM \equiv FM$. **17.** Considerăm punctul $E \in AD$ și construim $EF \perp AC$, $F \in AB$. $EF \cap AC = \{M\}$. Prin măsurare se arată că $EM \equiv FM$. Analog procedăm pentru diagonala BD .

Test de evaluare stadială

2. a) $AB = 9$ cm; b) $BO = 17$ cm. **3.** a) A; b) A.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. I. 1. C. 2. A. 3. D. 4. B. 5. B. II. 1. $FO = 5,5$ cm. **2.** $\angle EOF = 2\angle MON = 90^\circ$. **3.** $AC \perp BE$. **4.** Construim $PE \perp OM$, $E \in OM$ și $PF \perp ON$, $F \in ON$; $PE + PF = 4$ cm.

Testul 2. I. 1. B. 2. A. 3. C. 4. D. 5. B. II. 1. $CA + CB = 10$ cm. **2.** $AC \perp EF$. **3.** Punctul M este mijlocul segmentului EF . **4.** Construim $OD \perp AB$, $D \in AB$, $CE \perp OA$, $E \in OA$ și $CF \perp OB$, $F \in OB$; $OD = CE + CF$.

Testul 3. I. 1. C. 2. C. 3. A. 4. D. 5. B. II. 1. $\angle MPN = 110^\circ$. **2.** $OE \parallel DC$. **3.** Patrulaterul $MNPQ$ are laturile egale. **4.** Construim $PE \perp OM$, $E \in OM$ și $PF \perp ON$, $F \in ON$; $PE + PF = \frac{MN}{2}$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. 2. A. 3. A. II. 1. echer. **2.** congruente. **3.** distanța de la punctul M la dreapta a . **III. 1. C. 2. D. 3. C. IV. $MP \equiv PQ \equiv QN$. V. a)** $\angle AEF = 90^\circ$; b) Deoarece $AE \perp d$, rezultă că $\angle AMB = \angle AEF = 90^\circ$ (corespondente), deci $d \parallel EF$, unde $\{M\} = AE \cap d$.

Lecția 13. Cercul

1. $R = 1,2$ cm. **2.** B. infinită. **4.** a) F; b) F; c) A. **5.** C. 360° . **7.** a) $\widehat{MN}$; b) $\widehat{NP}$; c) $\widehat{MPN}$; d) $\widehat{MNP}$. **8.** a) Măsura arcului mic EF este egală cu 35° ; b) Măsura arcului mare ACB este egală cu 195° . **9.** a) F; b) F; c) A. **10.** a) F; b) A; c) F. **13.** a) $\widehat{BAC} = 260^\circ$; b) $\widehat{BC} = 110^\circ$. **14.** a) $\widehat{ACB} = 285^\circ$; b) $\angle AOB = 125^\circ$. **15.** a) $\widehat{EF} = 120^\circ$ și $\widehat{EDF} = 240^\circ$; b) $\widehat{EF} = 72^\circ$ și $\widehat{EDF} = 288^\circ$; c) $\widehat{EF} = 60^\circ$ și $\widehat{EDF} = 300^\circ$. **16.** $\angle MON = \angle NOP = \angle POQ = \angle QOM = 90^\circ$. **17.** $\widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FD} = 120^\circ$. **18.** 60° . **19.** a) $\angle AOB = 96^\circ$; $\angle BOC = 128^\circ$; $\angle COA = 136^\circ$; b) $\angle AOB = 102^\circ$, $\angle BOC = 120^\circ$; $\angle COA = 138^\circ$. **20.** a) $\widehat{DE} = 144^\circ$, $\widehat{EF} = 120^\circ$, $\widehat{FD} = 96^\circ$; b) $\widehat{DE} = 150^\circ$; $\widehat{EF} = 120^\circ$; $\widehat{FD} = 90^\circ$.

Test de evaluare stadială

1. a) A; b) A. **2.** $\widehat{MQ} = \angle MOQ$ și $\widehat{NP} = \angle NOP$; $\angle MOQ \equiv \angle NOP$. **3.** $\widehat{DE} = 90^\circ$, $\widehat{EF} = 126^\circ$, $\widehat{FD} = 144^\circ$.

Lecția 14. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc

1. a) F; b) A; c) F. **2.** a) F; b) F; c) A. **3.** a) F; b) F; c) A. **7.** C. $\angle T = 90^\circ$. **8.** A. **9.** A. **10.** $DE = 2$ cm; $DF = 2$ cm; A. **11.** Prin măsurare se arată că $\angle BAO = \angle CAO$. **12.** Distanțele de la punctul O la dreptele DE , respectiv DF , sunt egale cu R . **13.** $AO \cap BC = \{M\}$, $MB \equiv MC$ și $AO \perp BC$, prin urmare dreapta AO este mediatoarea coardei BC . **14.** $\angle BAC \equiv \angle BCD$. **15.** $\angle EDF + \angle EOF = 180^\circ$ și $\angle DEO + \angle DFO = 180^\circ$, deci are loc egalitatea. **16.** $EF \parallel d$. **17.** a) Dreapta BC este tangentă la cercul $\mathcal{C}_1$; b) $AB \equiv BC \equiv CA$.

Cuprins

TESTE DE EVALUARE INIȚIALĂ	5
----------------------------------	---

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 1. Mulțimi. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime	8
Lecția 2. Relații între mulțimi	13
Lecția 3. Mulțimi finite, cardinalul unei mulțimi finite, mulțimi infinite, mulțimea numerelor naturale	16
Lecția 4. Operații cu mulțimi	21
Teste de evaluare sumativă	25
Fișă pentru portofoliul elevului	27
Lecția 5. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime	28
Lecția 6. Cel mai mare divizor comun a două sau mai multor numere naturale	31
Lecția 7. Numere naturale prime între ele	34
Lecția 8. Cel mai mic multiplu comun a două sau mai multor numere naturale	37
Lecția 9. Proprietăți ale relației de divizibilitate în $\mathbb{N}$	41
Teste de evaluare sumativă	44
Fișă pentru portofoliul elevului	46
Model de test pentru Evaluarea Națională	48

CAPITOLUL II. RAPOARTE. PROPORȚII

Lecția 10. Rapoarte	50
Lecția 11. Proporții. Proprietatea fundamentală a proporțiilor	54
Lecția 12. Determinarea unui termen necunoscut dintr-o proporție	58
Lecția 13. Proporții derivate cu aceiași termeni. Proporții derivate cu alți termeni	62
Lecția 14. Șir de rapoarte egale	67
Lecția 15. Procente	70
Teste de evaluare sumativă	74
Fișă pentru portofoliul elevului	76
Lecția 16. Mărimi direct proporționale	78
Lecția 17. Mărimi invers proporționale	81
Lecția 18. Regula de trei simplă	85
Lecția 19. Elemente de organizare a datelor	89
Lecția 20. Probabilități	94
Teste de evaluare sumativă	98
Fișă pentru portofoliul elevului	101
Model de test pentru Evaluarea Națională	103

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

Lecția 1. Unghiuri adiacente	105
Lecția 2. Bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei unui unghi	109
Lecția 3. Unghiuri complementare, unghiuri suplementare	113
Lecția 4. Unghiuri opuse la vârf	115

Lecția 5. Unghiuri în jurul unui punct.....	119
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	122
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	125
Lecția 6. Unghiuri formate de două drepte cu o secantă	127
Lecția 7. Drepte paralele	130
Lecția 8. Unghiuri formate de două drepte paralele cu o secantă.....	134
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	138
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	141
Lecția 9. Drepte perpendiculare în plan. Oblice.....	143
Lecția 10. Distanța de la un punct la o dreaptă	146
Lecția 11. Mediatoarea unui segment. Construcția mediatoarei unui segment	150
Lecția 12. Simetria față de o dreaptă.....	154
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	157
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	160
Lecția 13. Cercul.....	161
Lecția 14. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc.....	165
Lecția 15. Pozițiile relative a două cercuri	169
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	173
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	175
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i>	177
MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTINTELOR.....	179
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	183