

5

MATE[®]
2000⁺

consolidare

Maria Zaharia
Dan Zaharia
Sorin Peligrad

partea I

matematică

aritmetică • algebră • geometrie

Editura Paralela 45

Nume:

Prenume:

Clasă:

Școală:

--	--	--

--	--	--

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E. nr. 4174/09.04.2024.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a V-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Director de producție editorială: Ionuț Burcioiu

Redactare: Andreea Roșca

Tehnoredactare: Adriana Vlădescu

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

ZAHARIA, MARIA

Matematică : aritmetică, algebră, geometrie : clasa a V-a /

Maria Zaharia, Dan Zaharia, Sorin Peligrad. –

Pitești : Paralela 45, 2026 –

2 vol.

ISBN 978-973-47-4459-6

Partea 1. – Pitești : Paralela 45, 2026. –

ISBN 978-973-47-4460-2

I. Zaharia, Dan

II. Peligrad, Sorin

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2026

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,

iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

www.edituraparelela45.ro

Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebită plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul **aplicației MATE 2000+** este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

Abrevieri:

- * Inițiere (înțelegere)
- ** Consolidare (aplicare și exersare)
- *** Excelență (aprofundare și performanță)
- **** Supermate

Legendă

PE

= portofoliul elevului

PP

= portofoliul profesorului

PE-PP

= portofoliul elevului - portofoliul profesorului

RECAPITULARE ȘI EVALUARE ÎNȚIALĂ

PP Competențe generale și specifice (conform programei clasei a IV-a)

- 1. Identificarea unor relații/regularități din mediul apropiat**
 - 1.1. Explicarea unor modele/regularități pentru crearea de raționamente proprii
 - 1.2. Generarea unor modele repetitive/regularități
- 2. Utilizarea numerelor în calcule**
 - 2.1. Recunoașterea numerelor naturale în centrul 0 – 1 000 000 și a fracțiilor cu numitori mai mici sau egali cu 10, respectiv egali cu 100
 - 2.2. Compararea numerelor naturale în centrul 0 – 1 000 000, respectiv a fracțiilor care au același numărător sau același numitor, mai mic sau egal cu 10 sau numitor egal cu 100
 - 2.3. Ordonarea numerelor naturale în centrul 0 – 1 000 000 și respectiv a fracțiilor care au același numărător sau același numitor, mai mic sau egal cu 10 sau numitor egal cu 100
 - 2.4. Efectuarea de adunări și scăderi de numere naturale în centrul 0 – 1 000 000 sau cu numere fracționare
 - 2.5. Efectuarea de înmulțiri de numere în centrul 0 – 1 000 000 când factorii au cel mult trei cifre și de împărțiri la numere de o cifră sau două cifre
- 3. Explorarea caracteristicilor geometrice ale unor obiecte localizate în mediul apropiat**
 - 3.1. Localizarea unor obiecte în spațiu și a unor simboluri în diverse reprezentări
 - 3.2. Explorarea caracteristicilor, relațiilor și proprietăților figurilor și corpurilor geometrice identificate în diferite contexte
- 4. Utilizarea unor etaloane convenționale pentru măsurări și estimări**
 - 4.1. Utilizarea unor instrumente și unități de măsură standardizate, în situații concrete, inclusiv pentru validarea unor transformări
 - 4.2. Operarea cu unități de măsură standardizate, folosind transformări
- 5. Rezolvarea de probleme în situații familiare**
 - 5.1. Utilizarea terminologiei specifice și a unor simboluri matematice în rezolvarea și/sau compunerea de probleme cu raționamente diverse
 - 5.2. Organizarea datelor în tabele și reprezentarea lor grafică
 - 5.3. Rezolvarea de probleme cu operațiile aritmetice studiate, în centrul 0 – 1 000 000

PE 1. EXERCIIU ȘI PROBLEME RECAPITULATIVE

- 1. a)** Scrieți cu cifre numerele:
 - patru sute paisprezece mii nouăzeci;
 - două sute de mii două sute cinci;
 - optzeci și opt de mii șase;
 - șapte sute trei mii douăzeci și trei.
- b)** Scrieți cu cifre numerele care au:
 - 64 de sute și 5 unități;
 - 500 de mii și 32 de unități;
 - 900 de zeci și 7 unități;
 - 8 unități și 51 de mii.
- 2. a)** Care este cifra unităților și câte unități are numărul 20 347?
- b)** Care este cifra zecilor și câte zeci are numărul 20 347?
- c)** Care este cifra sutelor și câte sute are numărul 20 347?
- d)** Care este cifra miilor și câte mii are numărul 20 347?
- e)** Care este cifra zecilor de mii și câte zeci de mii are numărul 20 347?

3. Completați cu semnul corespunzător: mai mic, egal sau mai mare ($<$, $=$, $>$):

a) $3\,477 \square 4\,477$;

b) $524\,398 \square 52\,439$;

c) $57\,105 \square 57\,115$;

d) $23\,045 \square 2\,345$;

e) $753\,824 \square 753\,829$;

f) $13\,131 \square 13\,131$.

4. Scrieți succesorul și predecesorul celui mai mare număr natural de două cifre distincte.

5. Scrieți cel mai mic număr natural de trei cifre:

a) distincte;

b) identice;

c) consecutive;

d) a căror sumă este 7.

6. Scrieți cel mai mare și cel mai mic număr de trei cifre distincte care se pot forma cu cifrele 4, 7 și 1.

7. Scrieți în ordine crescătoare toate numerele de două cifre distincte care se pot forma cu cifrele: 2, 5 și 0.

8. Scrieți în ordine descrescătoare toate numerele de două cifre care se pot forma cu cifrele: 2, 5 și 7.

9. Se dau numerele: 245 196; 69 329; 137 252.

a) Aproximați prin lipsă fiecare număr la: zeci; sute; mii.

b) Aproximați prin adaos fiecare număr la: zeci; sute; mii.

c) Rotunjiți fiecare număr la ordinul: zecilor; sutelor; miilor.

10. Calculați diferența dintre cel mai mare număr de trei cifre distincte și cel mai mic număr impar de trei cifre identice.

11. Suma a două numere pare consecutive este 206. Aflați numerele.

12. Suma a trei numere naturale consecutive este 219. Aflați numerele.

13. Calculați:

a) $300\,403 - (189\,734 + 53\,696)$;

b) $(12\,863 + 15\,348) - 26\,375$;

c) $20\,523 - (17\,408 - 10\,639)$;

d) $(21\,375 - 10\,143) - 507$.

14. Calculați produsul perechilor de numere: 274 și 6; 349 și 25; 539 și 46.

15. Calculați câtul și restul împărțirii lui 948 la 7, a lui 897 la 5 și a lui 562 la 6; verificați rezultatul efectuând proba.

16. Calculați folosind proprietățile înmulțirii:

a) $8 \times (30 + 20)$;

b) $24 \times 32 + 24 \times 18 - 24 \times 10$.

17. Calculați respectând ordinea efectuării operațiilor:

a) $1\,028 - 28 \times 15$;

b) $800 - (112 : 4 + 9 \times 4) : 8 + 70 \times 45$;

c) $[(147 : 7 - 5) + 3 \times 4] : 4 - 2\,012 \times 0$.

18. Determinați termenul necunoscut:

a) $1\,932 + x = 2\,301$;

b) $x - 748 - 3\,654 = 97$;

c) $957 + 3\,185 - x = 1\,634$;

d) $837 - 253 - x = 194$.

19. Calculați a din:

a) $235\,402 + a = 236\,702$;

b) $53\,201 - a = 23\,141$;

c) $a + 17\,123 = 25\,432$;

d) $a - 25\,754 = 14\,123$;

e) $48\,045 : a = 3\,203$;

f) $a : 24\,573 = 137$;

g) $73\,121 \cdot a = 1\,754\,904$;

h) $a \cdot 4\,312 = 90\,552$.

20. În numărul de forma $\overline{7abc}$, cifrele sunt distincte și oricare dintre literele a , b sau c reprezintă una dintre cifrele 2, 3 sau 5.

a) Scrieți toate numerele de forma $\overline{7abc}$. Câte numere sunt?

b) Ordonăți crescător numerele respective.

- Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru 50 de minute.

TESTUL 1

I. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

(1,5 puncte)

- (0,5p) 1. Rezultatul calculului $40 + 60 : (3 \cdot 50 \cdot 5 : 750)$ este
- (0,5p) 2. Suma numerelor 411 și 1 999 este mai mare decât diferența numerelor 1 009 și 409 cu
- (0,5p) 3. Produsul numerelor 75 și 15 este mai mare decât câtul numerelor 60 și 4 de ori.

II. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

(1,5 puncte)

- (0,5p) 1. Suma a două numere este 162. Dacă împărțim primul număr la al doilea obținem câtul 2 și restul 12. Cel mai mic dintre numere este:
 A. 75; B. 62; C. 50; D. 12.
- (0,5p) 2. Diferența a două numere este 62. Dacă împărțim primul număr la al doilea obținem câtul 2 și restul 12. Cel mai mare dintre numere este:
 A. 112; B. 162; C. 62; D. 87.
- (0,5p) 3. Sorina crește 25 de porumbei albi și gri. Numărul porumbeilor albi este de 4 ori mai mare decât numărul porumbeilor gri. Numărul porumbeilor gri crescuți de Sorina este egal cu:
 A. 5; B. 4; C. 6; D. 10.

III. Scrieți în căsuța alăturată litera A, dacă afirmația este adevărată, sau litera F, dacă afirmația este falsă.

(1,5 puncte)

- (0,5p) 1. Cel mai mare număr par care are trei cifre distincte este 986.
- (0,5p) 2. Numărul care împărțit la 7 dă câtul 28 și restul 5 este 201.
- (0,5p) 3. Numărul 2 024 este de 4 ori mai mare decât 560.

☐
☐
☐

IV. Uniți, prin săgeți, fiecare enunț aflat în coloana din stânga cu răspunsul corespunzător aflat în coloana din dreapta.

(1,5 puncte)

A

B

- (0,5p) 1. $3\,047 + 583 = \dots$ a) 3 631;
- (0,5p) 2. $5\,003 - 1\,372 = \dots$ b) 3 637;
- (0,5p) 3. $21\,822 : 6 = \dots$ c) 3 630;
- d) 3 641.

V. Scrieți rezolvările complete.

(3 puncte)

- (1,5p) 1. Calculați:

$$a = (9 \cdot 8 + 7 + 6) : (3 + 2) + 1, b = 800 : 80 - 80 : 8 \text{ și } c = 7 \cdot a - 3 \cdot b.$$

- (1,5p) 2. Scrieți cu cifre romane numerele:

- a) 365; b) 1 442; c) 1 974.

Capitolul

NUMERE NATURALE

PP Competențe specifice. Exemple de activități de învățare

1.1. Identificarea numerelor naturale în contexte variate

- Scrierea și citirea numerelor naturale în sistemul de numerație zecimal
- Identificarea unor numere naturale într-o diagramă, într-un grafic sau într-un tabel care conțin date referitoare la o situație practică
- Identificarea unui număr natural pe baza unor condiții impuse cifrelor sale
- Identificarea unei metode aritmetice adecvate pentru rezolvarea unei probleme date

2.1. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora

- Efectuarea operațiilor aritmetice cu numere naturale
- Efectuarea de calcule utilizând factorul comun
- Efectuarea operațiilor cu puteri utilizând regulile de calcul specifice
- Reprezentarea datelor dintr-o problemă, în vederea aplicării unei metode aritmetice adecvate

3.1. Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate

- Utilizarea algoritmului împărțirii, cu restul egal sau diferit de zero, în cazul în care deîmpărțitul și împărțitorul au una sau mai multe cifre
- Aproximarea/estimarea rezultatelor obținute prin utilizarea algoritmului împărțirii
- Calcularea unor expresii numerice care conțin paranteze (rotunde, pătrate și acolade), cu respectarea ordinii efectuării operațiilor
- Aplicarea metodelor aritmetice pentru rezolvarea unor probleme cu numere naturale
- Determinarea unui număr natural pe baza unor condiții impuse cifrelor sale (de exemplu, determinați numerele de forma $\overline{a2b5}$, știind că produsul cifrelor sale este 120)

4.1. Expriarea în limbaj matematic a unor proprietăți referitoare la comparări, aproximări, estimări și ale operațiilor cu numere naturale

- Reprezentarea pe axa numerelor a unui număr natural, utilizând compararea și ordonarea numerelor naturale
- Justificarea estimărilor rezultatelor unor calcule cu numere naturale
- Justificarea scrierii unui număr natural dat sub formă de putere cu baza sau exponentul indicat
- Expriarea unor numere naturale de două cifre ca produs de numere prime

5.1. Analizarea unor situații date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule

- Evidențierea avantajelor folosirii proprietăților operațiilor cu numere naturale în diferite contexte
- Analizarea faptului că un număr este sau nu pătratul unui număr natural (utilizând ultima cifră, încadrarea între pătratele a două numere naturale consecutive)

UNITATEA: NUMERE NATURALE

PE-PP

1. SCRIEREA ȘI CITIREA NUMERELOR NATURALE



Numerele se scriu cu ajutorul unor simboluri (semne grafice).

EXEMPLU: Pentru numărul 10 egiptenii au folosit simbolul „ $\cap$ ”, babilonienii au folosit simbolul „ $<$ ”, iar romanii au folosit simbolul „X”.

După felul de ordonare și de grupare a simbolurilor folosite, se poate vorbi de două **moduri de scriere a numerelor**:

- scrierea **nepozițională** (de exemplu, scrierea cu simboluri romane);
- scrierea **pozițională** (de exemplu, scrierea cu simboluri arabe).

Scrierea numerelor folosită în clasele I-IV este o scriere pozițională, care folosește **zece simboluri**, numite **cifre arabe**. Acestea sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

În scrierea unui număr, cifrele se pot repeta sau nu. Acest mod de scriere a unui număr natural se numește **scriere în baza zece** sau **scriere în sistemul zecimal**, pentru că zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin superior.

În acest sistem de numerație, 10 **unități** formează o grupă numită **zece**; 10 grupe de 10 formează o nouă grupă numită **sută**; 10 grupe de o sută formează o nouă grupă numită **mie** etc.

Scrierea în baza 10 este o **scriere pozițională**: fiecare cifră are o anumită **valoare** după locul (poziția) unde este scrisă.

EXEMPLU: În scrierea numărului 123 437 653, cifra 3 apare de trei ori și, de la dreapta la stânga, ea are următoarele valori: **3 unități**, **3 zeci de mii** și **3 milioane**.

OBSERVAȚIE: Numerația în baza 10 se pare că a fost inventată de indieni și preluată de europeni datorită arabilor. Originea numerației în baza 10 este foarte probabil să fie cele 10 degete de la cele două mâini ale omului.

Un număr natural oarecare de două cifre se reprezintă prin scrierea $\overline{ab}$, unde a și b desemnează cifre (nu neapărat diferite), cu $a \neq 0$. Adică: $\overline{ab} = a \cdot 10 + b$.

EXEMPLE: $17 = 1 \cdot 10 + 7$; $53 = 5 \cdot 10 + 3$; $77 = 7 \cdot 10 + 7$.

Un număr natural oarecare de trei cifre se reprezintă prin scrierea $\overline{abc}$, unde a , b și c desemnează cifre (nu neapărat diferite), cu $a \neq 0$. Adică: $\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$.

EXEMPLE: $357 = 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7$; $629 = 6 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9$; $888 = 8 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 8$.

Numerele naturale scrise în ordinea: 0, 1, 2, ..., 9, 10, 11, ... formează șirul numerelor naturale.

Dacă n este un număr natural oarecare, atunci $n - 1$ este **predecesorul** său, $n + 1$ este **succesorul** său, iar numerele $n - 1$ și n , respectiv n și $n + 1$ se numesc **numere consecutive**.

Pentru a citi un număr natural, scris în baza 10, se grupează cifrele câte trei, de la dreapta la stânga. Aceste grupe sunt numite **clase**. Fiecare clasă se compune din **unități**, **zeci** și **sute**. La citirea numerelor în baza 10 se poate folosi schema:

sute	zeci	unități	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități
clasa miliardelor			clasa milioaneilor			clasa miilor			clasa unităților		

EXEMPLU:

Citiți numerele: a) 2 043 571; b) 4 001 307 156; c) 157 000 429 000.

Rezolvare:

Se grupează cifrele numărului, de la dreapta la stânga, conform schemei de mai sus și se citește:

- a) două milioane patruzeci și trei de mii cinci sute șaptezeci și unu;
- b) patru miliarde un milion trei sute șapte mii o sută cincizeci și șase;
- c) o sută cincizeci și șapte de miliarde patru sute douăzeci și nouă de mii.

OBSERVAȚIE: Romanii foloseau pentru scrierea numerelor naturale următoarele simboluri: I, V, X, L, C, D, M, numite **cifre romane**.

Valorile cifrelor romane sunt: I are valoarea cifrei 1, V are valoarea cifrei 5, X are valoarea numărului 10, L are valoarea numărului 50, C are valoarea numărului 100, D are valoarea numărului 500 și M are valoarea numărului 1 000.

Sistemul de scriere folosit de romani nu era nici zecimal, nici pozițional.

La citirea și scrierea numerelor cu ajutorul cifrelor romane trebuie să ținem cont de următoarele reguli:

1. O cifră cu o valoare **mai mică sau egală** scrisă la dreapta uneia cu o valoare mai mare indică o sumă.

EXAMPLE:

$$\text{XII} = 10 + 1 + 1 = 12;$$

$$\text{XXV} = 10 + 10 + 5 = 25;$$

$$\text{MDL} = 1\,000 + 500 + 50 = 1\,550.$$

2. O cifră cu o valoare **mai mică** scrisă la stânga uneia cu o valoare mai mare indică o diferență.

EXAMPLE:

$$\text{IX} = 10 - 1 = 9;$$

$$\text{XL} = 50 - 10 = 40;$$

$$\text{XC} = 100 - 10 = 90;$$

$$\text{CD} = 500 - 100 = 400;$$

$$\text{CM} = 1\,000 - 100 = 900.$$

3. Cifrele I, X, C, M pot fi scrise consecutiv de cel mult trei ori.
4. Nu se pot repeta consecutiv cifrele V, L, D și nu se pot scădea.
5. Orice cifră (sau grup de cifre) care are o linie deasupra este multiplicată de 1 000 de ori.

EXAMPLE: $\overline{\text{X}}$ reprezintă 10 000; $\overline{\text{L}}$ reprezintă 50 000; $\overline{\text{XC}}$ reprezintă 90 000.

6. Pentru a scrie numere cu cifre romane se poate face divizarea numărului în mii, sute, zeci și unități.

EXAMPLE:

$$24 = 20 + 4 \text{ și } 20 = \text{XX}, 4 = \text{IV}, \text{ iar numărul se scrie } 24 = \text{XXIV};$$

$$342 = 300 + 40 + 2 \text{ și } 300 = \text{CCC}, 40 = \text{XL}, 2 = \text{II}, \text{ iar numărul se scrie } 342 = \text{CCCXLII};$$

$$1\,957 = 1\,000 + 900 + 50 + 7 \text{ și avem } 1\,000 = \text{M}, 900 = \text{CM}, 50 = \text{L}, 7 = \text{VII}, \text{ iar numărul se scrie } 1\,957 = \text{MCMLVII}.$$

ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE

PE ÎNȚELEGERE ◆

1. Scrieți în baza 10, cu cifre arabe, numerele:
a) două sute trei; b) șapte sute patruzeci;
c) nouă mii nouă; d) cincizeci și șapte de mii patru sute;
e) trei miliarde patru sute; f) douăzeci și două de miliarde treizeci.
2. Citiți următoarele numere naturale:
a) 301; 15 070; 301 007; 2 000 510; 370 501 407; b) 149 803; 40 731; 450 031 024; 204 030.
3. Scrieți cu ajutorul cifrelor următoarele numere:
a) o mie opt; b) unsprezece mii șaptezeci și opt;
c) două sute trei mii șase sute unu; d) un milion șaizeci și două de mii trei sute cinci.
4. a) Care este cel mai mic număr natural de trei cifre care are cifra zecilor 7?
b) Care este cel mai mare număr natural de patru cifre distincte care are cifra sutelor 6?
c) Care este cel mai mic număr natural de patru cifre care are cifra sutelor 6?
5. Scrieți toate numerele naturale:
a) mai mici decât 8; b) mai mici sau cel mult egale cu 12;
c) mai mari decât 5 și mai mici decât 15;
d) mai mari sau cel puțin egale cu 3 și mai mici sau cel mult egale cu 17.
6. Scrieți următoarele numere descompuse în baza 10:
a) 127; b) 2 137; c) 53; d) 27 385;
e) 705; f) 230; g) 20 035; h) 705 102.
7. Fie a, b, c, d cifre în sistemul zecimal. Scrieți următoarele numere descompuse în baza 10:
a) $\overline{abc}$; b) $\overline{ab}$; c) $\overline{abcd}$; d) $\overline{aab}$;
e) $\overline{aaaa}$; f) $\overline{a0b}$; g) $\overline{ab0cd}$; h) $\overline{aab0c0}$.
8. Scrieți pozițional, în baza 10, următoarele sume:
a) $3 \cdot 10 + 7 \cdot 1$; b) $5 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3$;
c) $5 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1$; d) $4 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 100 + 2 \cdot 10$.
9. Fără a efectua calculele, scrieți următoarele numere ca numere naturale în sistemul zecimal:
a) $2 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1$; b) $3 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 3$;
c) $3 \cdot 10\,000\,000 + 5 \cdot 100\,000 + 3 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 10 + 7$; d) $4 \cdot 100\,000 + 8 \cdot 1\,000 + 6 \cdot 100 + 2$.
10. Știind că a, b, c, d sunt cifre în sistemul zecimal, scrieți următoarele numere ca numere în sistemul zecimal:
a) $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$; b) $a \cdot 1\,000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$;
c) $100a + 10b + a$; d) $1\,000a + 10b + c$;
e) $10\,000a + 1\,000b + 100a + 10b + c$; f) $1\,000a + 100b$;
g) $1\,000a + 10b + c$; h) $10\,000a + 1\,000b + 10c$.

11. Scrieți cu cifre numerele naturale:

- a) șapte mii treizeci;
- b) două sute nouăzeci și trei de mii;
- c) cinci milioane patru;
- d) optzeci de mii patru sute patru.

12. Scrieți câte numere cuprinse între 40 și 70 conțin:

- a) două cifre identice;
- b) cifrele 4 sau 6;
- c) cifra 5.

13. a) Pentru numerotarea paginilor unui album s-au folosit 252 de cifre. Calculați câte pagini are albumul?

b) Calculați câte cifre se folosesc pentru numerotarea unei cărți cu 210 pagini.

14. a) Scrieți toate numerele naturale de trei cifre distincte care se pot forma cu cifrele 7, 2 și 0, apoi ordonați-le crescător.

b) Scrieți toate numerele naturale de trei cifre distincte care se pot forma cu cifrele 3, 5 și 8, apoi ordonați-le descrescător.

15. Precizați clasa și ordinul cifrei 5 pentru fiecare dintre numerele:

- a) 75;
- b) 53 024;
- c) 425 103;
- d) 567 232 008.

PE APLICARE ȘI EXERSARE ♦ ♦

16. Scrieți cu ajutorul literelor un număr natural:

- a) de patru cifre, astfel încât primele două cifre sunt identice;
- b) de patru cifre, cu cifra sutelor 7 și cifra zecilor 2.

17. Scrieți cu cifre romane numerele: 37, 42, 735, 1 992, 2 001, 3 757.

18. Scrieți cu cifre arabe numerele: CIV; CDLXXV; CMXXXVIII; MCMXCVIII.

19. Citiți numerele: XXVII, XLVI, XIV, XXII, LX, MCM, CIX, DCXX, MCMIV, XLVIII, $\overline{X}$, $\overline{XC}$, $\overline{L}$, $\overline{XL}$, $\overline{XCV}$.

20. Scrieți cu cifre romane următoarele numere scrise cu cifre arabe:

- a) 37;
- b) 145;
- c) 2 769;
- d) 957;
- e) 2 000.

21. Scrieți cu cifre arabe următoarele numere scrise cu cifre romane:

- a) XIV;
- b) XXVII;
- c) MDCCLXXXVI;
- d) MCMLX.

22. Scrieți toate numerele de trei cifre distincte ce se pot forma utilizând cifrele:

- a) 1, 7, 4;
- b) 5, 0, 9.

23. Aflați cel mai mic număr natural în fiecare dintre situațiile:

- a) este de forma $\overline{abc}$;
- b) este de forma $\overline{abc}$ și $a \neq b \neq c \neq a$;
- c) este de forma $\overline{aab}$;
- d) este de forma $\overline{aa1bc}$ și $a \neq b \neq c \neq a$.

24. Aflați cel mai mare număr natural în fiecare dintre situațiile:

- a) este de forma $\overline{aa}$;
- b) este de forma $\overline{abc}$;
- c) este de forma $\overline{abc}$ și $a \neq b \neq c \neq a$;
- d) este de forma $\overline{a9bb}$ și $a \neq b$.

25. Aflați cel mai mic și cel mai mare număr natural de forma $\overline{a1bb}$, cu $a \neq b \neq 1$.

26. Scrieți numerele naturale de forma $\overline{xy56}$ pentru care $x + y = 5$, $x \neq y$.

27. Scrieți toate numerele naturale de forma $\overline{xyzt}$ în care x, y, z, t sunt:

- a) numere consecutive cu $x < y < z < t$;
- b) numere consecutive cu $x > y > z > t$.

28. Determinați numărul natural de forma $\overline{ab}$ scris în baza 10 pentru care $\overline{ab} = 5a + 3b$.
29. Fie $\overline{abc}$ un număr natural de trei cifre, unde a, b, c sunt cifre impare consecutive.
- a) Scrieți cel mai mic număr de această formă. b) Scrieți cel mai mare număr de această formă.
30. Scrieți toate numerele naturale de trei cifre, formate cu cifre consecutive și ordonați-le crescător.
31. a) Scrieți numerele naturale de două cifre distincte ce se pot forma cu cifrele 0, 2 și 7.
b) Scrieți numerele naturale de două cifre ce se pot forma cu cifrele 1, 4 și 9.
32. Determinați toate numerele naturale scrise în baza 10, știind că:
- a) $\overline{ab} = \overline{ba}$; b) $\overline{ab7} = \overline{b7a}$.
33. Determinați x , știind că:
- a) $2x3 + 154 = 377$; b) $1x7 \cdot 7 = 1\,029$.
34. Aflați cifra a , știind că: $\overline{aa} + a = 72$.
35. Aflați cifra a din sistemul zecimal care verifică egalitatea $\overline{aaa} + \overline{aa} + a = 369$.
36. Determinați numerele naturale consecutive $\overline{ab}$ și $\overline{ac}$ pentru care $\overline{ab} + \overline{ac} = 113$.
37. Determinați numerele naturale scrise în baza zece de forma $\overline{ab}$ pentru care: $\overline{ab} = 4 \cdot (a + b)$.
38. Aflați numărul $\overline{abcd}$ care verifică egalitatea: $\overline{abcd} + \overline{bcd} + \overline{cd} + d = 3\,102$.

PE APROFUNDARE ȘI PERFORMANȚĂ ◆ ◆ ◆

39. Verificați dacă următoarele egalități sunt adevărate:
- a) $\overline{aa} = 11a$; b) $\overline{abab} = 101 \cdot \overline{ab}$; c) $\overline{a00a} = 1\,001 \cdot a$.
40. Aflați toate numerele naturale de forma $\overline{ab}$, astfel încât 5 se împarte exact prin numărul $(a + b)$.
41. Aflați cifrele a, b, c (în baza 10), știind că: $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = \overline{abc}$.
42. Calculați câte numere scrise în baza 10 de forma $\overline{1a7}$ există. Dar de forma $\overline{ab5}$?
43. Mutați o singură cifră la locul potrivit pentru a obține egalitate:
- a) $\text{VI} + \text{IX} = \text{XVII}$; b) $\text{X} - \text{VI} = \text{VI}$; c) $\text{CC} + \text{IX} = \text{CCXI}$;
d) $\text{CXC} + \text{I} = \text{CCXI}$; e) $\text{MIX} + \text{IX} = \text{M}$; f) $\text{XL} - \text{XV} = \text{XIV} + \text{IX}$.
44. Scrieți numerele naturale de forma $\overline{xyz}$ cu x, y, z distincte și pentru care $x + z = y, y \leq 4$.
45. Scrieți toate numerele naturale de forma $\overline{xyzt}$ pentru care $x + y = z + t = 4$, iar x, y, z, t să fie distincte.
46. Scrieți toate numerele naturale de forma $\overline{xyzt}$ pentru care $x + y + z = t$, iar x, y, z, t să fie distincte și nenule, $t < 7$.
47. Scrieți toate numerele naturale formate din trei cifre identice, astfel încât suma cifrelor să fie cuprinsă între 10 și 25.
48. Determinați toate numerele naturale de forma $\overline{ab57}$, astfel încât $a + b = 11$.
49. Determinați numerele naturale de forma $\overline{24ab}$, astfel încât suma cifrelor să fie 13.

50. Scrieți toate numerele naturale de forma $\overline{abcd}$ cu cifre distincte astfel încât: $a + d = b + c = 7$.
51. Fie șirul de numere naturale 3, 7, 11,
- a) Completați șirul cu încă 3 termeni. b) Determinați al 20-lea termen al șirului.
- c) Determinați al câtelea termen în șir este 8 051.
52. Calculați câte numere naturale cuprinse între 100 și 190 conțin:
- a) cifra 1; b) cifrele 1 și 5; c) două cifre identice.
53. Fie șirul de numere naturale $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, unde $a_n = 3 \cdot n - 1$, n număr natural nenul.
- a) Scrieți primii 5 termeni ai șirului. b) Scrieți termenii de pe locurile 17, 1 017 și 2 017.
- c) Verificați dacă numerele 98, 299 și 6 035 sunt termeni ai acestui șir.

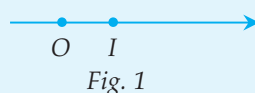
PE-PP SUPERMATE ♦ ♦ ♦ ♦

54. Determinați cifra de pe poziția 2 023 a numărului 15255355545555... 2023 $\overline{55\dots5}$.
2023 cifre
55. Determinați al 11-lea număr din șirul de numere 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,

PE-PP 2. REPREZENTAREA NUMERELOR NATURALE PE AXA NUMERELOR. COMPARAREA ȘI ORDONAREA NUMERELOR NATURALE. ESTIMĂRI, APROXIMĂRI

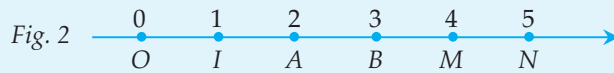


Axa numerelor este o dreaptă d pe care se fixează un punct O , numit **origine**, un **sens pozitiv** și un segment OI , numit **unitate de măsură** (figura 1).



În acest fel fiecărui număr natural îi corespunde pe axă un punct (figura 2):

- numărului 0 îi corespunde punctul O ;
- numărului 1 îi corespunde punctul I ;
- numărului n îi corespunde punctul P , care se obține măsurând pe axă, de la punctul O în sens pozitiv, n unități de măsură. Se spune că punctul P are **ordonata** n . (În figura 2, O are coordonata 0, I are coordonata 1, A are coordonata 2, B are coordonata 3, M are coordonata 4, N are coordonata 5.)



OBSERVAȚII:

- Orice număr diferit de 0 se numește **nenul**. Dacă a este un număr natural nenul, scriem $a \neq 0$ și citim „numărul a este diferit de zero”.
- Urmărind figura 2, se poate observa că oricare **două puncte consecutive de pe axa numerelor se află la aceeași distanță unul de altul**.
- Pe axă, numerele mai mari sunt așezate la dreapta numerelor mai mici.

Conform observației 3, axa numerelor ne ajută să **comparăm** și să **ordonăm** numerele naturale.

A **ordona** numerele naturale înseamnă a le așeza în **șir crescător** (de la cel mai mic la cel mai mare) sau în **șir descrescător** (de la cel mai mare la cel mai mic).



PE-PP

			3	2	5	+											3	7	9	+									
			2	3	4												1	6	4	5									
			5	5	9												2	0	2	4									
3	2	5	+	2	3	4	=	5	5	9							3	7	9	+	1	6	4	5	=	2	0	2	4

$a + b = s$ $\longrightarrow$ suma

$\quad \quad \quad \longrightarrow$ termenii sumei

33

8. ORDINEA EFECTUĂRII OPERAȚIILOR ȘI FOLOSIREA PARANTEZELOR

Operațiile cu numere naturale pe care le-am studiat sunt: adunarea, scăderea, înmulțirea și împărțirea. Efectuarea corectă a exercițiilor presupune o bună cunoaștere a proprietăților acestor operații (asociativitate, element neutru, comutativitate, distributivitate etc.) și a tuturor regulilor de calcul studiate. Reamintiți-vă aceste proprietăți și reguli de calcul. Reținem și următoarele reguli:

1. Dacă *nu sunt paranteze*, operațiile se efectuează în următoarea ordine:
 - înmulțirile și împărțirile, în ordinea în care sunt scrise, de la stânga la dreapta;
 - adunările și scăderile, tot în ordinea în care sunt scrise, de la stânga la dreapta.
2. Dacă *sunt paranteze*, atunci ordinea calculelor este următoarea:
 - se efectuează calculele din parantezele rotunde (mici);
 - se efectuează calculele din parantezele pătrate (mari);
 - se efectuează calculele din acolade.

EXEMPLU: Calculați: $\{[1 + (14 + 14 \cdot 3) : 4] + [2 - (20 - 4 \cdot 2) : 12] \cdot 10\} : 5$.

Rezolvare:

Etape:

I. Efectuăm calculele din parantezele rotunde. Ținem cont de ordinea efectuării operațiilor:

$$(14 + 14 \cdot 3) = 14 + 42 = 56;$$

$$(20 - 4 \cdot 2) = 20 - 8 = 12.$$

II. Efectuăm calculele din parantezele drepte. Ținem cont de rezultatele etapei I și respectăm ordinea efectuării operațiilor:

$$[1 + 56 : 4] = 1 + 14 = 15;$$

$$[2 - 12 : 12] = 2 - 1 = 1.$$

III. Efectuăm calculele din acoladă. Ținem cont de rezultatele etapei a II-a și de ordinea efectuării operațiilor:

$$\{15 + 1 \cdot 10\} = 15 + 10 = 25.$$

IV. Finalizăm calculul:

$$25 : 5 = 5.$$

OBSERVAȚIE: Pe caiete și la tablă, rezolvarea exercițiului se prezintă astfel (urmăriți în dreapta etapele calculelor):

$$\{[1 + (14 + 42) : 4] + [2 - (20 - 8) : 12] \cdot 10\} : 5 =$$

$$= \{[1 + 56 : 4] + [2 - 12 : 12] \cdot 10\} : 5 =$$

$$= \{[1 + 14] + [2 - 1] \cdot 10\} : 5 =$$

$$= \{15 + 1 \cdot 10\} : 5 =$$

$$= \{15 + 10\} : 5 =$$

$$= 25 : 5 =$$

$$= 5$$

} Etapa I

} Etapa a II-a

} Etapa a III-a

} Finalizare

În general, după efectuarea calculelor din parantezele rotunde, acestea se desființează, cele drepte se transformă în paranteze rotunde, iar acoladele se transformă în paranteze drepte și se continuă calculele până la dispariția parantezelor și obținerea rezultatului.

În exemplul anterior scrierea este:

$$\begin{aligned} & \{[1 + (14 + 42) : 4] + [2 - (20 - 8) : 12] \cdot 10\} : 5 = \\ & = [(1 + 56 : 4) + (2 - 12 : 12) \cdot 10] : 5 = \\ & = [(1 + 14) + (2 - 1) \cdot 10] : 5 = \\ & = (15 + 1 \cdot 10) : 5 = \\ & = (15 + 10) : 5 = \\ & = 25 : 5 = \\ & = 5. \end{aligned}$$

ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE

PE ÎNȚELEGERE ♦

1. Efectuați:

a) $16 + 16 \cdot 2$;

c) $2 \cdot (1\,400 - 546)$;

e) $8 \cdot \{2 + 10 \cdot [542 + 2 \cdot (2 + 2 \cdot 542)]\}$;

b) $9 + 3 \cdot 457$;

d) $6 \cdot [3 + 3 \cdot (4 + 4 \cdot 225)]$;

f) $(12 \cdot 25 - 5 \cdot 13) + 1\,000 : 8 - 100 : 4$.

2. Dacă $a = 18$ și $b + c = 57$, calculați valoarea expresiilor:

a) $a + b + c$;

c) $3 \cdot a + 2 \cdot b + 2 \cdot c$;

b) $a + 5 \cdot b + 5 \cdot c$;

d) $a \cdot b + a \cdot c + 7 \cdot b + 7 \cdot c$.

3. Completați tabelul:

a	237	1 257	4 307	154	3 249	2 374	128
b	128	123	307	46	751	374	22
$a + b$							
$a - b$							
$5 \cdot a - b$							
$(a + b)(a - b)$							

4. Calculați, folosind metoda factorului comun:

a) $3 \cdot 7 + 3 \cdot 15 + 3 \cdot 13$;

c) $201 \cdot 327 - 201 \cdot 307 + 201 \cdot 23$;

e) $1\,725 \cdot 707 + 324 \cdot 707 - 321 \cdot 707$;

b) $33 \cdot 117 + 33 \cdot 15 + 33 \cdot 113$;

d) $217 \cdot 407 - 217 \cdot 397 - 217$;

f) $(111 + 222 + 333 + 444) : 111$.

5. Calculați în două moduri:

a) $17 \cdot (105 + 95)$;

c) $32 \cdot (47 - 37)$;

e) $1\,024 \cdot 379 + 1\,024 \cdot 121 - 1\,024 \cdot 450$;

b) $(24 + 16) \cdot 15$;

d) $(257 - 17) \cdot 10$;

f) $(111 + 222 + 333 + 444) : 111 + 10$.

6. Calculați:

a) $32 : 16 + \{76 - 2 \cdot [(20 + 4 \cdot 5) : 5] - 2 \cdot 6\}$;

c) $3 + 10 \cdot \{3 + 10 \cdot [3 + 10 \cdot (3 + 10 \cdot 3) - 3] - 3\} - 3$.

b) $(3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18) : (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)$;

7. Calculați, respectând ordinea efectuării operațiilor:

a) $93 : 3 + 41 \cdot 5 - 45 : 9 + 28 : 7 + 81 : 3 - 2 \cdot 6$;

c) $10 \cdot \{2 + 10 \cdot [126 + 10 \cdot (24 + 24 : 2 - 6)]\} - 42\,600$.

b) $\{7 + 7 \cdot [7 + 3 \cdot (5 + 225 : 15 - 15)]\} - 161$;

PE APLICARE ȘI EXERSARE ♦ ♦

8. Calculați:

- a) $(589 + 146) : 15 + (287 - 269) : 3$; b) $(307 + 533) : 14 - 85 : 17 + 945 : 21$;
c) $22 \cdot 50 - 10\,800 : 45 + (11\,000 - 8\,000) : 50$; d) $[(5\,008 : 4 + 199 \cdot 2) : 25 + 17] \cdot 1\,095 - 1\,127 : 23$.

9. Știind că:

- a) $b + c = 21$ și $a = 7$, calculați $a \cdot b + a \cdot c$; b) $b - c = 31$ și $a \cdot b - a \cdot c = 837$, calculați a ;
c) $a \cdot b - a \cdot c = 1\,440$ și $a = 45$, calculați $b - c$;
d) $a + b - c = 48$ și $d = 144 : (95 - 83)$, calculați $a \cdot d + b \cdot d - c \cdot d$;
e) $b - c = 7$, $a = 14$, $b = 21$, calculați $a \cdot (b - c) + a \cdot b$.

10. Determinați numerele naturale a, b, c , știind că:

- a) $a + b = 100$, $b + c = 110$, $a + c = 90$; b) $a + b = 84$, $b + c = 64$, $a + c = 34$.

11. Calculați diferența dintre produsul și suma numerelor x și y , unde:

$$x = 3z, y = t : 6, z = 5 \cdot (126 - 8 \cdot 7 : 14) - 210, t = 60 \cdot 25 - [190 \cdot 5 - (4 \cdot 35 + 27 \cdot 14) : 7] \cdot 37 : 74.$$

12. Stabiliți care dintre următoarele relații sunt adevărate și care sunt false:

- a) $[530 + 3 \cdot (95 - 5 \cdot 15) : 12] - 14 \cdot 25 = 29$; b) $[(63 + 991 \cdot 7) : 100 + (37 \cdot 111 - 56 \cdot 37) \cdot 2] : 11 = 37$;
c) $\{[(40 \cdot 20 + 50 \cdot 16) : 200 + 72 : 8] : 17 - 1\} \cdot [2 + 7 \cdot 10 - (30 - 5 \cdot 6) : 2] = 0$.

13. Comparați numerele a și b , unde $a = 1\,001 \cdot 27 + 1\,001 \cdot 23$ și $b = 2\,002 \cdot 13 + 2\,002 \cdot 12$.

14. Efectuați:

- a) $1\,320 + [48 \cdot 23 + (340 \cdot 11 - 60 \cdot 5) - 235 \cdot 7]$; b) $2\,307 + \{3\,702 + [270 : 3 + 3 \cdot (280 \cdot 5 - 3 \cdot 230)]\}$;
c) $31\,975 + 200 \cdot [8 \cdot (1\,270 - 2 \cdot 350) + 2\,340 : 5]$.

15. Efectuați:

- a) $785 + 115 + 37 \cdot (15 + 23 \cdot 12)$; b) $624 - 120 + 2\,025 : (266 - 17 \cdot 13)$;
c) $145 + 47 \cdot [215 \cdot 110 - 83 \cdot (405 - 18 \cdot 16)]$;
d) $512 - 287 + 10 \cdot \{15 + 2 \cdot 3 + [105 : 15 + (120 - 5 \cdot 19) \cdot 10] \cdot 2\}$;
e) $\{123 \cdot 35 + 10 \cdot [47 + 10 \cdot (407 + 2\,405 : 65)] - 2\,785\} \cdot 10$.

PE APROFUNDARE ȘI PERFORMANȚĂ ♦ ♦ ♦

16. Stabiliți dacă numărul $(3x + 2)(x + 3)$ este număr natural par, oricare ar fi x număr natural.

17. Calculați:

- a) $2\,017 + 2\,017 \cdot 3$; b) $2\,017 + 2\,017 \cdot 2\,017 + 2\,018$;
c) $2\,001 \cdot 25 + 75 \cdot (5\,001 - 3\,000)$; d) $2\,017 + 2\,017 \cdot 2\,018 - 2\,019 \cdot 2\,016$.

18. Calculați: $5a - 3(b + c) + 145 : 5 - 8$ dacă $3a - 2b = b - 2a + 3c$.

19. Ținând cont de ordinea operațiilor, calculați:

- a) $10\,657 : \{[(21\,024 : 4 + 255 : 17) \cdot 2 + 2\,119] - 2\,004\} + 4 \cdot 4 : 4$;
b) $7\,747 : [17 + 24 \cdot 3 - (36 : 2 + 893 : 19) + 10 \cdot 3 + 7] - 127$;
c) $4 \cdot (222 \cdot 2 + 555 \cdot 2) - 12 \cdot [(16\,967 : 19 - 34 \cdot 12) - (100 - 75) : 5]$.

PE-PP SUPERMATE ♦ ♦ ♦ ♦

20. Arătați că pentru orice număr natural x are loc egalitatea:

$$[756 - (485 - 23 \cdot 21 + x) : (x + 2) - 1] : 377 = 2.$$

21. Aflați x din egalitatea: $128 - 4\,320 : x = 8[485 - a : (239 - 8\,126 : 34 + a) - 480]$, unde a este număr natural nenul.

UNITATEA: PUTERI

PE-PP 1. PUTERI CU EXPONENT NATURAL ALE UNUI NUMĂR NATURAL



Dacă n este un număr natural, $n \geq 2$, atunci **puterea a n -a** a numărului natural a se notează cu a^n (citim „ a la puterea n ”) și este prin definiție: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factori}}$ unde a este **baza puterii**, iar n , **exponentul puterii**.

Puterea zero a numărului natural nenul a este prin definiție 1, notăm $a^0 = 1$ și citim „ a la puterea zero este egal cu unu”.

Puterea întâi a numărului natural a este a , notăm $a^1 = a$ și citim „ a la puterea întâi este egal cu a ”.

OBSERVAȚIE: Nu se definește 0^0 sau, altfel spus, 0^0 nu are sens.

Operația prin care se obține puterea unui număr natural se numește **ridicarea la putere**. Oricare ar fi numerele naturale a , m și n , $a \neq 0$, au loc următoarele **reguli de calcul**:



1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	←	– Cum se înmulțesc două puteri care au aceeași bază? – Se scrie baza și se adună exponenții.
2. $a^m : a^n = a^{m-n}$	←	– Cum se împart două puteri care au aceeași bază? – Se scrie baza și se scade exponenții.
3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	←	– Cum se ridică o putere la altă putere? – Se scrie baza și se înmulțesc exponenții.
4. $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$	←	– Cum se ridică un produs la o putere? – Se ridică fiecare factor al produsului la puterea respectivă.
5. $(a : b)^m = a^m : b^m$	←	– Cum se ridică un cât la o putere? – Se ridică fiecare factor al câtului la puterea respectivă.

OBSERVAȚII:

Folosirea parantezelor și alte reguli de calcul

- Dacă nu sunt paranteze, operațiile se efectuează de la stânga la dreapta, în următoarea ordine:
 - ridicările la putere;
 - înmulțirile și împărțirile, în ordinea în care sunt scrise;
 - adunările și scăderile, în ordinea în care sunt scrise.
- Dacă sunt paranteze, se fac calculele din parantezele rotunde, apoi calculele din parantezele pătrate și în final se efectuează calculele din acolade.
- Pentru efectuarea rapidă a unor calcule se recomandă memorarea unor puteri ale numerelor 2, 3, 4 și 5.



$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$
$3^1 = 3$	$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$
$4^1 = 4$	$4^2 = 16$	$4^3 = 64$	$4^4 = 256$
$5^1 = 5$	$5^2 = 25$	$5^3 = 125$	$5^4 = 625$

EXEMPLU: Arătați că $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100} < 2^{101}$.

Rezolvare:

Fie $x = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$.

Se calculează: $2x = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{100} + 2^{101}$.

Se efectuează $2x - x = 2^{101} - 1 \Rightarrow x = 2^{101} - 1$ și cum $2^{101} - 1 < 2^{101} \Rightarrow x < 2^{101}$, adică $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100} < 2^{101}$.

OBSERVAȚIE: Analog se calculează sumele de forma: $1 + a + a^2 + \dots + a^n$, unde a și n sunt numere naturale nenule.

ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE

PE ÎNȚELEGERE ♦

1. a) Calculați: 2^4 ; 3^3 ; 7^3 ; 8^2 ; 1^{2023} ; $2\ 024^0$; 5^4 ; $2\ 025^1$; 11^3 ; 12^2 ; 10^3 ; 101^2 ; 17^2 ; 5^3 ; 2^7 ; 45^2 ; 67^2 ; 11^2 .

b) Calculați: $2^3 + 5^2$; $3^2 - 2^3$; $2^4 \cdot 5^2$; $4^3 : 2^2$; $3^2 \cdot 7 - 1$.

c) Scrieți ca putere a lui 2 numerele: 4, 64, 16, 1, 8, 4^2 , 8^3 , 64^5 .

d) Scrieți ca putere a lui 3 numerele: 1, 81, 9, 27^5 , 9^{16} , 81^{14} .

2. Scrieți sub formă de putere:

a) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^0 \cdot 2$;

b) $5^3 \cdot 5^5 \cdot 5 \cdot 5^{10}$;

c) $27 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 81 \cdot 3^0$;

d) $4^2 \cdot 8^3 \cdot 2^5 \cdot 16$;

e) $47 \cdot 47^2 \cdot 47^5$;

f) $5^0 \cdot 5^1 \cdot 5^2 \cdot 125 \cdot 625$.

3. Calculați:

a) $2^5 + 6^3$;

b) $5^2 - 3^2$;

c) $2^3 + 2^4 + 2^1$;

d) $14^2 - 10^2 - 8^2$;

e) $2^5 - 2^3 + 9^0$;

f) $7^3 - 14^2 - 7^1$;

g) $5^0 + 5^1 + 5^2$;

h) $4^3 - 3^3 + 5^0$;

i) $2^3 + 5^3 + 2 \cdot 3$.

4. Efectuați:

a) $(7 - 3)^3$;

b) $(2 + 3)^2$;

c) $12^2 - 5^2$;

d) $40^2 + 30^2$;

e) $50^2 - 30^2$;

f) $2^4 + 3^2 \cdot 2 \cdot 5^0$;

g) $5^2 - 3^2 + 4^2$;

h) $15^2 - 2^2 \cdot 3^2$;

i) $5^2 + 2 \cdot 5 \cdot 3 + 3^2$.

5*. Calculați:

a) $2^{17} \cdot 2^{21}$;

b) $3^{45} \cdot 3^{87} \cdot 3^{55}$;

c) $7^{19} \cdot 7^{83} \cdot 7$;

d) $2^{47} : 2^{39}$;

e) $5^{108} : 5^{72}$;

f) $2^{37} \cdot 2^{47} : 2^{50}$;

g) $(10^{12})^{15}$;

h) $(2^{17})^8 \cdot 2^{31}$;

i) $3^{108} : (3^{15})^6$;

j) $(3^7 \cdot 5^{12})^2$;

k) $(2^{10} \cdot 3^7)^9 : (2^5 \cdot 3^6)^{10}$.

6*. Efectuați:

a) $(5^{17} \cdot 5^{18} + 7^{23} : 7^{15}) : (7 \cdot 7^2 \cdot 7^5 + 5^{50} : 5^{15})$;

b) $\left[(2^{10})^8 + 6^5 \cdot 3^7 + 2^{3^2} \right] : \left[(2^5)^{16} + 6^{12} : 2^7 + 2^9 \right]$.

7. Pentru $x = 5$ și $y = 3$, verificați dacă fiecare din următoarele egalități este adevărată:

a) $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$;

b) $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$;

c) $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$.

8. Fie egalitatea $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$. Verificați egalitatea pentru:

a) $x = y = z = 10$;

b) $x = 2$; $y = 3$; $z = 4$.

* Exercițiile marcate cu * sunt facultative.

9. Știind că $a \cdot b = 2^3 \cdot 3^5$, $b \cdot c = 3^3 \cdot 5^2$ și $a \cdot c = 2^5 \cdot 5^6$, scrieți folosind proprietățile puterilor $a \cdot b \cdot c : 81^2$.

10. Calculați:

a) $(2^{2027} - 2^{2026} - 2^{2025}) : 16^{506} - 2024^0 + 1^{2025}$;

b) $27^2 : (9^2 \cdot 3) + 125^{10} : (5^3)^9 - (2^{11} \cdot 5^{10}) : (2^{10} \cdot 5^9)$.

PE APLICARE ȘI EXERSARE ♦ ♦

11. Aflați numerele naturale x și y care verifică egalitatea: $2^x + 2^y = 24$.

12. Aflați numerele naturale x , y și z care verifică egalitatea: $2^x + 2^y + 2^z = 28$.

13. Aflați numerele naturale nenule x , y și z care verifică egalitatea: $2^x + 3^y + 5^z = 68$.

14. Aflați numărul natural x , știind că:

a) $2^x = 8$;

b) $2^x \cdot 4 = 32$;

c) $8^x \cdot 16 = 128$.

15. Calculați:

a) $(3^4 + 4^3) : 29$;

b) $1^3 \cdot 3^1 + 2^2 \cdot 25 - 2025^0$;

c) $[(2^2 \cdot 3)^2 + 5^2] : 169$.

16. Calculați:

a) $(600 \cdot 125) \cdot (16 \cdot 5)^2 : (5^2 \cdot 10 : 25)^7$;

b) $(3 \cdot 5)^2 + 45^{70} : 9^{70} : 5^{69} - 2^3 \cdot 5^2$.

17. Calculați:

a) $(4 + 3)^3 - (4 - 3)^{10}$;

b) $(10^3 - 125 \cdot 2^3) : 123^{123}$;

c) $[(10^3 : 5^2 : 8 + 3^2 \cdot 5^2) : 3^0] \cdot 2^{2^0}$;

d) $\{[(12^2 + 5^2) : 13]^2 - 2^7 - 2^0\} : 2^3$.

18. Descompuneți în produs, folosind factorul comun:

a) $4^5 + 4^8 - 4^4$;

b) $3^3 + 6^5 + 3^4$;

c) $x^2 + x^3 + x^4$;

d) $5^3 \cdot 6 + 5^4 \cdot 7$;

e) $3x^2y + 2xy^2 + 4xy$;

f) $7^5 \cdot x + 7^4 \cdot y + 49z$.

19. Calculați:

a) $(16 \cdot 12^{10} - 4 \cdot 12^{10}) : 12^{11}$;

b) $15^2 - (14 \cdot 15 + 15) : 15^2$;

c) $10^3 \cdot 85 - 10^3 \cdot 61 - 3\,000$;

d) $5^{11} - (6 \cdot 5^{10} - 2 \cdot 5^{10})$.

20. Calculați:

a) $(2^2)^{10} : 64^3$;

b) $(3^5)^{16} \cdot (81)^{10} : (27^4)^{10}$;

c) $(5^2)^{10} \cdot 25^7 : (125^5)^2$.

PE APROFUNDARE ȘI PERFORMANȚĂ ♦ ♦ ♦

21. Calculați:

a) $(2^{2027} - 2^{2026} - 2^{2025}) : 2^{15} : (256)^{250} - 10^3 + 1^{2025} \cdot 2025^0$;

b) $9^2 : (4^3 - 6^2 - 24^0) + 2^3 : 4^3 + [(3^3)^{27} : 9^{40} + 2^0]^{50} : 32^{20}$.

22. Calculați suma cifrelor numărului:

a) $5^{2027} \cdot 16^{507}$;

b) $8^{675} \cdot 25^{1014}$.

23. Determinați numărul natural x care verifică egalitatea:

a) $x^2 : 2^2 = 3^2$;

b) $25^2 - x = 24^2$;

c) $x : 10^3 = 10^0$;

d) $441 : x = 21^2$;

e) $x - 2^5 = 5^3$;

f) $324 : x = (3^2 \cdot 2)^2$.

24*. Determinați numărul natural x care verifică egalitatea:

a) $(4^x)^2 = 2^8$;

b) $(10^x)^5 \cdot 100 = (2^4 \cdot 5^4)^8$;

c) $(5^2)^{x+3} = 5^{4x} \cdot 5^2$;

d) $x : (2^3)^0 = 1$;

e) $(3^x)^5 = 3^{10} \cdot 3^5$;

f) $(7^4)^x = (7^5)^{2^2}$;

g) $x : (2^2 \cdot 2^3) = 4$;

h) $x + (2^2)^5 = 2^3 \cdot 2^7$.

25. Determinați numărul natural x care verifică egalitatea:

a) $3^x + 3^{x-1} = 4$;

b) $3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 40$;

c) $5 \cdot 3^x - 2 \cdot 3^x = 81$;

d) $3^{2x+1} - 3^{2x} - 3^{2x-1} - 3^{2x-2} - 3^{2x-3} = 123$.

26. Arătați că $2(1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{50}) < 3^{51}$.

27. Arătați că $a = b$, știind că $a = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100} + 2^{101}$ și $b = 3(1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{50})$.

28. Arătați că $(a - 1)(a^{n-1} + a^{n-2} + \dots + a + 1) = a^n - 1$.

29. Scrieți numărul $2^{10} - 1$ ca o sumă de 10 puteri consecutive ale lui 2.

PE-PP SUPERMATE ♦ ♦ ♦ ♦

30. Calculați:

a) $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2027}$;

b) $2(1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2027})$;

c) $1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{2027}$;

d) $1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{2027}$.

31. Arătați că oricare ar fi numărul natural n , au loc egalitățile:

a) $2^{n+1} - 2^n = 2^n$;

b) $3^{n+1} - 3^n = 2 \cdot 3^n$;

c) $2^{n+1} - (2^n + 2^{n-1} + \dots + 2^2 + 2^1 + 2^0) = 1$.

32. Determinați numerele naturale x, y și z , știind că $x < y < z$ și $3^x + 2 \cdot 3^y + 2 \cdot 3^z = 225$.

33. Determinați numerele naturale a, b și c care verifică egalitatea $2^{2a+1} + 2^{3b} + 2^{2c} = 112$.

34. Dacă a și b sunt cifre consecutive în baza zece și $a > b$, arătați că:

$$\overline{aaa} + 333^2 = 111\overline{bbb}.$$

PE-PP 2. COMPARAREA ȘI ORDONAREA PUTERILOR. REGULI DE COMPARARE

O problemă care se pune este aceea de a compara două puteri, a^m și b^n , unde a, b, m și n sunt numere naturale.

Se folosesc următoarele două reguli:

1. $m < n \Rightarrow a^m < a^n$	← Dintre două puteri care au aceeași bază, este mai mică cea care are exponentul mai mic.
2. $a < b \Rightarrow a^m < b^m$	← Dintre două puteri care au același exponent, este mai mică cea care are baza mai mică.

Pentru a compara două puteri care au baze diferite și exponenți diferiți, dacă este posibil, se aduc puterile fie la același exponent, fie la aceeași bază, și apoi se compară după regulile enunțate mai sus.

EXAMPLE:

1. Ordonăți crescător numerele: 27^9 ; 9^{13} și 243^5 .

Rezolvare:

Descompunem bazele: $27 = 3^3$; $9 = 3^2$; $243 = 3^5$.

Rezultă: $27^9 = (3^3)^9 = 3^{3 \cdot 9} = 3^{27}$; $9^{13} = (3^2)^{13} = 3^{26}$; $243^5 = (3^5)^5 = 3^{25}$.

Având aceeași bază, comparăm exponenții. Deoarece $25 < 26 < 27 \Rightarrow 3^{25} < 3^{26} < 3^{27}$, deci $243^5 < 9^{13} < 27^9$.

TESTUL 3

I. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

(1,5 puncte)

- (0,5p) 1. Diferența a două numere este 82. Dacă împărțim numărul mare la cel mic, se obțin câtul 3 și restul 8. Numărul mic este
- (0,5p) 2. Sergiu a primit o cutie cu bomboane. În prima zi a mâncat, împreună cu prietenii lui, jumătate din bomboane, a doua zi a mâncat o treime din numărul bomboanelor rămase, iar a treia zi a mâncat o pătrime din numărul bomboanelor rămase. Dacă în cutie mai sunt 6 bomboane, atunci inițial în cutie au fost
- (0,5p) 3. Dacă $[2 \cdot (x + 19) + 4] \cdot 3 - 90 = 162$, atunci x este egal cu

II. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

(1,5 puncte)

- (0,5p) 1. Știind că 43 kg de caise costă 258 de lei, cu 102 lei se pot cumpăra:
A. 19 kg; B. 17 kg; C. 21 kg; D. 12 kg.
- (0,5p) 2. Dacă 6 tractoare ară un teren în 4 ore, atunci cele 6 tractoare vor ara într-o oră:
A. o treime din teren; B. o doime din teren;
C. o pătrime din teren; D. o cincime din teren.
- (0,5p) 3. Dacă la triplul unui număr se adună 543, se obține 765. Numărul este:
A. 74; B. 47; C. 72; D. 78.

III. Scrieți în căsuța alăturată litera A, dacă afirmația este adevărată, sau litera F, dacă afirmația este falsă.

(1,5 puncte)

- (0,5p) 1. Suma a două numere este 1291, iar diferența lor este 297. Cel mai mare dintre numere este 497. ☐
- (0,5p) 2. Ioana cumpără 7 caiete și 3 pixuri pentru care plătește 87 de lei. Dacă 5 caiete costă cât 2 pixuri, atunci un pix costă 15 lei. ☐
- (0,5p) 3. Însușind jumătatea, sfertul și optimea unui număr, se obține 119. Numărul este 136. ☐

IV. Uniți, prin săgeți, fiecare enunț aflat în coloana din stânga cu răspunsul corespunzător aflat în coloana din dreapta.

(1,5 puncte)

Se știe că 14 caiete costă 98 de lei.

A

B

- | | |
|--|-------------|
| (0,5p) 1. Un caiet costă ... | a) 117 lei; |
| (0,5p) 2. Douăzeci și nouă de caiete costă ... | b) 203 lei; |
| (0,5p) 3. Șaptesprezece caiete costă ... | c) 7 lei; |
| | d) 119 lei. |

V. Scrieți rezolvările complete.

(3 puncte)

- (1,5p) 1. Punem 40 ℓ de apă în 12 vase, unele de 1 ℓ și altele de 5 ℓ.
a) Este posibil ca numărul vaselor de 5 ℓ să fie 8?
b) Calculați numărul vaselor de 1 ℓ și al celor de 5 ℓ.
- (1,5p) 2. Un croitor vinde într-o zi 7 fuste și 5 sacouri și încasează 4 120 de lei. În altă zi croitorul vinde o fustă și 3 sacouri și încasează 1 800 de lei.
a) Cât costă 8 fuste și 8 sacouri? b) Cât costă o fustă?
c) Cât costă un sacou?

UNITATEA: DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

PE-PP 1. DIVIZOR. MULTIPLU. DIVIZOR COMUN. MULTIPLU COMUN



Fie a și b două numere naturale. Spunem că b este **divizor** al lui a dacă există un număr natural c astfel încât $a = b \cdot c$.

În această situație, despre a se spune că este un **multiplu** al lui b și se utilizează una dintre următoarele scrieri:

$$b \mid a$$

$$a : b$$

citim: b divide a

citim: a este divizibil cu b

Se mai folosesc simbolurile: $\nmid$ (nu divide); $\nmid$ (nu este divizibil cu).

EXAMPLE:

1. $2 \mid 12$ deoarece există numărul natural c , astfel încât $12 = 2 \cdot c$ (numărul natural c este 6). Deci, 2 este divizor al lui 12 și 12 este multiplu al lui 2.

2. Fie a un număr natural oarecare; $a \mid 0$ deoarece există numărul natural c , astfel încât $0 = a \cdot c$ (numărul natural c este 0).

3. $0 \mid 0$ deoarece există numărul natural c , astfel încât $0 = 0 \cdot c$ (numărul natural c poate fi orice număr natural).

OBSERVAȚIE: Pentru a și b două numere naturale, cu $b \neq 0$, se spune că b divide pe a sau că a este divizibil cu b dacă a se împarte exact la b .

EXAMPLE:

1. $4 \mid 32$ deoarece $32 : 4 = 8$.

2. $6 \nmid 27$ deoarece împărțind pe 27 la 6, restul împărțirii nu este 0. Altfel spus, $27 : 6$ nu este număr natural.

OBSERVAȚIE: Reținem următoarele exprimări echivalente:

- b este divizor al lui a ;
- b divide pe a ;
- a se împarte exact la b (numai pentru $b \neq 0$).
- a este un multiplu al lui b ;
- a este divizibil cu b ;

Cum se află multiplii unui număr natural?

Pentru a afla multiplii unui număr natural a , **multiplicăm** numărul a , adică înmulțim pe rând numărul a cu toate numerele naturale.

EXEMPLU: Multiplii numărului 3 sunt: $3 \cdot 0, 3 \cdot 1, 3 \cdot 2, 3 \cdot 3, 3 \cdot 4, 3 \cdot 5, 3 \cdot 6, 3 \cdot 7, \dots$. Prin urmare, multiplii numărului 3 sunt: 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...

Relația de divizibilitate are următoarele proprietăți:	EXAMPLE:
– este reflexivă : oricare ar fi numărul natural a , acesta este divizibil cu el însuși, adică $a \mid a$;	$7 \mid 7$ deoarece există numărul natural 1, astfel încât $7 = 7 \cdot 1$.
– este antisimetrică : dacă a și b sunt numere naturale, atunci din $a \mid b$ și $b \mid a$ rezultă $a = b$;	Dacă $17 \mid x$ și $x \mid 17$, atunci $17 = x$.
– este tranzitivă : dacă a, b, c sunt numere naturale, atunci din $a \mid b$ și $b \mid c$ rezultă $a \mid c$.	Dacă $37 \mid 111$ și $111 \mid 777$, atunci $37 \mid 777$.

REȚINEM!

1. Numărul natural 0 este multiplu al oricărui număr natural ($0 : a$, oricare ar fi numărul natural a , deoarece $0 = a \cdot 0$).
2. Numărul natural 1 este divizor al oricărui număr natural ($a : 1$, oricare ar fi numărul natural a , deoarece $a = 1 \cdot a$).
3. Numărul natural 0 nu este divizor al niciunui număr natural nenul (dacă $a \neq 0$, atunci $a \not\vdots 0$).
4. Dacă $a = b \cdot c$, atunci a este multiplu atât al numărului b , cât și al numărului c , iar b și c sunt divizori ai numărului a ($12 = 2 \cdot 6$, atunci 12 este multiplu al lui 2 și al lui 6, iar 2 și 6 sunt divizori ai lui 12).
5. Orice număr natural a este divizibil la el însuși ($a : a$, oricare ar fi numărul natural a , deoarece $a = a \cdot 1$).
6. Numerele 1 și a se numesc **divizori improprii** ai numărului a . Orice divizor al numărului a , diferit de 1 și a se numește **divizor propriu** al numărului a (12 are ca divizori improprii pe 1 și pe el însuși, iar ca divizori proprii pe 2, 3, 4 și 6).
7. Numărul natural a , $a \neq 0$, se numește **divizor comun** al numerelor naturale b și c dacă $b : a$ și $c : a$. Numărul natural d , $d \neq 0$, este **cel mai mare divizor comun** al numerelor naturale nenule a și b , dacă îndeplinește condițiile:
a) d divide pe a și d divide pe b ;
b) d se divide cu orice divizor comun al numerelor a și b .
8. Numărul natural a se numește **multiplu comun** al numerelor naturale nenule b și c dacă $a : b$ și $a : c$. Numărul natural m , $m \neq 0$, este **cel mai mic multiplu comun** al numerelor naturale a și b dacă îndeplinește condițiile:
a) m se divide cu a și m se divide cu b ;
b) orice multiplu comun al numerelor naturale nenule a și b se divide cu m .



Problemă:

- | | |
|---|---|
| a) Scrieți divizorii numărului 18. | d) Scrieți multiplii numărului 18. |
| b) Scrieți divizorii proprii ai numărului 30. | e) Scrieți multiplii numărului 30. |
| c) Aflați cel mai mare divizor comun al numerelor 18 și 30. | f) Aflați cel mai mic multiplu comun al numerelor 18 și 30. |

Rezolvare:

- a) Divizorii numărului 18 sunt: 1, 2, 3, 6, 9 și 18 (numerele la care se împarte exact 18).
- b) Divizorii numărului 30 sunt: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 și 30. Divizorii proprii sunt: 2, 3, 5, 6, 10, 15. Divizorii improprii sunt: 1 și 30.
- c) Din a) și b) rezultă că cel mai mare divizor comun al numerelor 18 și 30 este 6.
- d) Multiplicând numărul 18, obținem: $18 \cdot 0$, $18 \cdot 1$, $18 \cdot 2$, $18 \cdot 3$, $18 \cdot 4$, $18 \cdot 5$, $18 \cdot 6$, $18 \cdot 7$, Deci, multiplii numărului 18 sunt: 0, 18, 36, 54, 72, 90, 108,
- e) Multiplicând numărul 30, obținem: 0, 30, 60, 90, 120, 150,
- f) Din d) și e) rezultă că cel mai mic multiplu comun al numerelor 18 și 30 este 90.

OBSERVAȚII:

- Dacă d este divizor comun al numerelor naturale a și b , atunci d este și divizor al numerelor $a + b$ și $a - b$ (din $6 \mid 12$ și $6 \mid 18$ rezultă că $6 \mid 30$ și $6 \mid 6$).
- Divizorii unui număr natural sunt numere naturale mai mici sau egale cu numărul dat. Un număr natural are un număr finit de divizori.
- Multiplii nenuli ai unui număr natural sunt numere naturale mai mari sau egale cu numărul dat. Un număr natural are un număr infinit de multipli.

ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE

PE ÎNȚELEGERE ◆

1. Scrieți toți divizorii numerelor: 12, 27, 31.
2. Scrieți cinci divizori ai numărului 100.
3. Scrieți trei multipli ai numărului 6 mai mari decât 6.
4. a) Scrieți toți multiplii mai mici decât 50 ai numărului 7.
b) Scrieți toți multiplii lui 7 cuprinși între 15 și 65.
5. Scrieți trei multipli comuni pentru numerele 12 și 18.
6. Aflați toți divizorii comuni ai numerelor 12 și 18 și precizați care este cel mai mare dintre ei.
7. Care este cel mai mic număr natural nenul, multiplu comun pentru numerele 6 și 9?
8. Care este cel mai mic număr natural nenul, multiplu comun pentru numerele 2, 3 și 5?
9. Care este cel mai mare număr natural, divizor comun al numerelor 42 și 70?
10. Câți divizori are numărul 18? Dar 28?
11. Care este cel mai mic număr natural care are exact doi divizori?
12. Care este cel mai mic număr natural care are exact trei divizori?
13. Care este cel mai mic număr natural care are exact patru divizori?
14. Câte numere naturale de două cifre se divid cu 7?

PE APLICARE ȘI EXERSARE

- 15.** Aflați cel mai mare număr natural de trei cifre care este multiplu de 23.
- 16.** Aflați cel mai mic număr natural de patru cifre care este multiplu de 47.
- 17.** Care este cel mai mic număr natural care are exact trei divizori?
- 18.** Un număr natural a este divizibil cu 12. Scrieți trei divizori diferiți ai numărului a .
- 19.** Folosind cifrele 0, 5 și 4 scrieți toate numerele de trei cifre divizibile cu:
a) 2; **b)** 5; **c)** 10.
- 20.** Numerele naturale nenule a și b au divisor comun numai pe 1. Care este cel mai mic număr nenul, multiplu comun pentru numerele a și b ?
- 21.** Scrieți numerele de forma $\overline{2xy}$ divizibile cu 17.

PE APROFUNDARE ȘI PERFORMANȚĂ ◆ ◆ ◆

- 22.** Un număr natural nenul a are printre divizorii săi numerele 3, 5 și 7. Scrieți încă patru divizori diferiți de aceștia ai numărului a .
- 23. a)** Știind că $a \mid b$ și $b \mid c$, arătați că $a \mid c$. **b)** Știind că $a \mid b$ și $b \mid a$, arătați că $a = b$.
- 24. a)** Știind că a, b și d sunt numere naturale nenule, $a > b$, $d \mid a$ și $d \mid b$, arătați că $d \mid (a - b)$.
b) Știind că a, b, d sunt numere naturale nenule, $d \mid (a + b)$ și $d \mid a$, arătați că $d \mid b$.
- 25.** Determinați numerele naturale n , știind că $2n + 1$ este un divizor al numărului 15.

26. Determinați numerele naturale n , știind că 17 este un divizor al numărului $3n + 2$.
27. Demonstrați că numărul $N = 5^0 + 5^1 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2027}$ este divizibil cu 6.
28. Restul împărțirii numărului natural n la 75 este 6. Arătați că n este multiplu de 3.
29. Determinați numerele naturale n care verifică simultan relațiile:
- a) $31 \mid (n + 2)$; b) $60 \leq n \leq 153$.

PE-PP SUPERMATE ♦ ♦ ♦ ♦

30. Demonstrați că toate numerele de forma $\overline{abcabc}$ sunt divizibile cu 7, cu 11 și cu 13.
31. a) Calculați câte numere de trei cifre divizibile cu 37 există.
b) Calculați suma tuturor numerelor de trei cifre divizibile cu 37.
c) Arătați că suma calculată la punctul b) se divide cu 375.
32. a) Arătați că suma a trei numere naturale consecutive este divizibilă cu 3.
b) Arătați că produsul a trei numere naturale consecutive este divizibil cu 6.
33. Pe o tablă sunt scrise toate numerele naturale de la 1 la 100. Ileana și Tudor șterg pe rând, începând cu Tudor, câte un număr. Pierde copilul care este obligat să șteargă primul un multiplu al lui 2 sau al lui 5. Cine câștigă?
34. Determinați numărul natural n , știind că $(3 \cdot n + 4) \mid (2 \cdot n + 21)$ și $(2 \cdot n + 21) \mid (3 \cdot n + 4)$.
35. Arătați că oricum am alege 5 numere naturale, există printre ele cel puțin două a căror diferență este divizibilă cu 4.

PE-PP 2. APLICAȚII ALE DIVIZIBILITĂȚII (NUMERE PARE ȘI NUMERE IMPARE)



Din teorema împărțirii cu rest rezultă că oricare ar fi n un număr natural, restul împărțirii lui n la 2 este 0 sau 1. Deci, orice număr natural este de forma $2r$ sau $2r + 1$, unde r este un număr natural. Numerele de forma $2r$ se împart exact la 2 și se numesc **numere pare**, iar cele de forma $2r + 1$ dau la împărțirea cu 2 restul 1 și se numesc **numere impare**.

Șirul numerelor pare este: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ..., 100, 102, 104, ..., 1 000, 1 002, 1 004, ...

Șirul numerelor impare este: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ..., 99, 101, 103, ..., 999, 1 001, 1 003, ...

Pentru a obține un număr natural par, este suficient să luăm un număr natural r oarecare și să calculăm $2r$; dacă vom calcula $2r + 1$ vom obține un număr natural impar.

Dacă a și b sunt două numere naturale de aceeași paritate sau de parități diferite, paritatea sumei, diferenței și produsului rezultă din următorul tabel:

a	b	$a + b$	$a - b$	$a \cdot b$
par	par	par	par	par
par	impar	impar	impar	par
impar	par	impar	impar	par
impar	impar	par	par	impar

OBSERVAȚII:

- Despre paritatea câtului $a : b$ (dacă împărțirea se face exact) nu se poate spune nimic.
- Suma și diferența au aceeași paritate.

Capitolul

FRAȚȚII ORDINARE.

FRAȚȚII ZECIMALE

PP Competențe specifice. Exemple de activități de învățare

1.2. Identificarea fracțiilor ordinare sau zecimale în contexte variate

- Utilizarea unor reprezentări grafice variate pentru ilustrarea fracțiilor echivalente, subunitare, supraunitare
- Verificarea echivalenței a două fracții prin diferite reprezentări
- Scrierea unui procent sub formă de fracție ordinară (de exemplu, 20% se scrie $20/100$)
- Identificarea unor date statistice din diagrame, tabele sau grafice

2.2. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora

- Efectuarea de calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice
- Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție ordinară
- Înmulțirea și împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule cu 10, 100, 1 000
- Scrierea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule ca un produs dintre un număr zecimal și o putere a lui 10; scrierea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule ca un cât dintre un număr zecimal și o putere a lui 10
- Calcularea unei fracții echivalente cu o fracție dată, prin amplificare sau simplificare
- Simplificarea unei fracții ordinare în vederea obținerii unei fracții ireductibile (prin simplificări succesive, dacă este cazul)
- Efectuarea de operații cu numere raționale exprimate sub formă de fracție zecimală și/sau ordinară

3.2. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale

- Aplicarea algoritmilor de împărțire a unei fracții zecimale la un număr natural sau la o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule
- Transformarea fracțiilor ordinare în fracții zecimale și invers
- Aplicarea metodelor aritmetice pentru rezolvarea unor probleme cu fracții

4.2. Utilizarea limbajului specific fracțiilor/procentelor în situații date

- Încadrarea unei fracții zecimale între două numere naturale consecutive
- Utilizarea limbajului specific pentru determinarea unei fracții dintr-un număr natural n , multiplu al numitorului fracției
- Utilizarea limbajului adecvat pentru exprimarea unor transformări monetare (inclusiv schimburi valutare)

5.2. Analizarea unor situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule

- Reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule folosind aproximarea acestora

UNITATEA: FRAȚII ORDINARE

PE-PP

1. FRAȚII ORDINARE.

REPREZENTAREA FRAȚIILOR PRIN DESENE



Fracția ordinară (pe scurt fracția) este o pereche de numere naturale m și n , cu $n \neq 0$, scrisă sub forma $\frac{m}{n}$, unde m este **numărătorul** fracției și n este **numitorul** fracției.

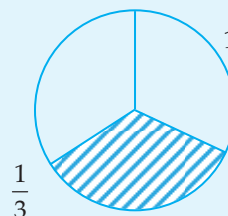
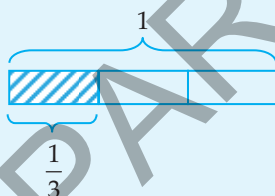
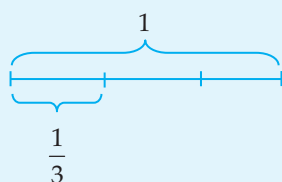
Numărătorul este separat de **numitor** prin **linia de fracție**.

Numitorul unei fracții arată în câte părți egale a fost împărțit întregul (numește părțile), iar **numărătorul** arată câte părți au fost luate din întreg (numără părțile).

OBSERVAȚIE: Fracția $\frac{m}{n}$ este definită dacă și numai dacă $n \neq 0$.

Oricare ar fi n un număr natural, avem: $\frac{0}{n} = 0$ ($n \neq 0$) și $\frac{n}{1} = n$.

Fracțiile pot fi reprezentate cu ajutorul unor desene. De exemplu, fracția $\frac{1}{3}$ din următoarele desene:



ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE

PE ÎNȚELEGERE

1. Scrieți fracțiile corespunzătoare pentru:

a) două treimi;

b) cinci pătrimi;

c) o doime;

d) patru cincimi;

e) trei doimi;

f) opt zecimi;

g) trei șesimi;

h) șapte doimi;

i) nouă treimi.

2. Scrieți cu ajutorul fracțiilor ce parte din întreg reprezintă partea hașurată în figurile:

a)



Fig. 1



Fig. 2



Fig. 3

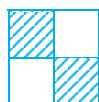


Fig. 4

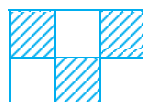


Fig. 5

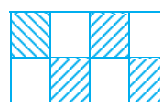


Fig. 6

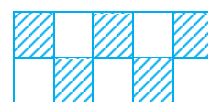


Fig. 7

b)



Fig. 1

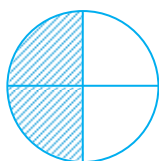


Fig. 2

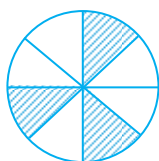


Fig. 3



Fig. 4

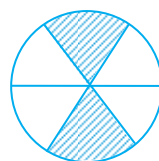


Fig. 5

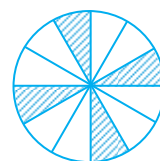


Fig. 6

3. Scrieți fracțiile reprezentate în următoarele desene:

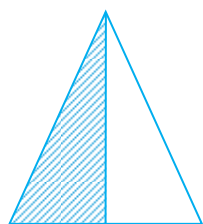


Fig. 1

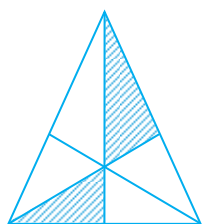


Fig. 2

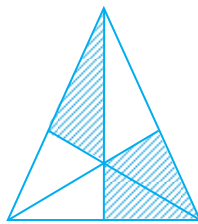


Fig. 3

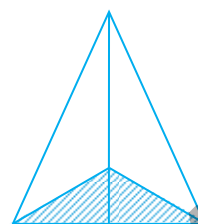


Fig. 4

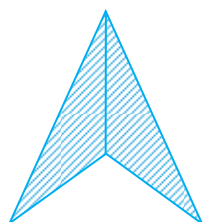


Fig. 5

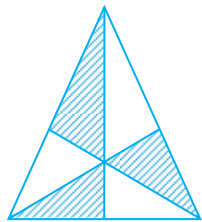


Fig. 6

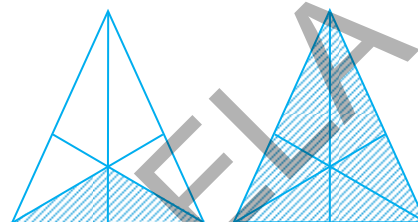


Fig. 7

4. Reprezentați cu ajutorul unor desene următoarele fracții:

- a) $\frac{5}{8}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{3}{7}$; d) $\frac{2}{5}$; e) $\frac{1}{3}$; f) $\frac{2}{7}$; g) $\frac{3}{4}$; h) $\frac{1}{2}$; i) $\frac{3}{5}$; j) $\frac{2}{3}$.

5. Completați spațiile libere pentru a obține un întreg în scrierile:

$$\frac{\quad}{17}; \frac{\quad}{23}; \frac{7}{\quad}; \frac{29}{\quad}; \frac{\quad}{57}; \frac{19}{\quad}.$$

6. Desenați segmente de dreaptă cu următoarele lungimi:

- a) $\frac{1}{5}$ dm; b) $\frac{5}{2}$ cm; c) $\frac{1}{4}$ dm; d) $\frac{1}{10}$ dm.

7. Câte cincimi sunt în:

- a) un întreg; b) trei întregi; c) cinci întregi?

PE APLICARE ȘI EXERSARE ◆ ◆

8. Ce parte dintr-o oră reprezintă:

- a) un minut; b) 10 minute; c) 45 de minute;
d) 20 de minute; e) 50 de minute; f) 90 de minute?

9. Ce parte dintr-o săptămână reprezintă:

- a) o zi; b) trei zile; c) cinci zile; d) 28 de zile?

10. Ce parte dintr-un an reprezintă:

- a) o lună; b) 4 luni; c) 6 luni?

11. Scrieți toate fracțiile de forma $\frac{a}{b}$, știind că a este egal cu 1, cu 3 sau cu 5, iar b este egal cu 2 sau cu 7.

12. Scrieți fracțiile care au numitorul 18, iar numărătorii sunt divizorii naturali ai lui 18.

13. Scrieți fracțiile care au:

- a) numitorul pătrat perfect de două cifre și numărătorul cu 7 mai mic decât acesta;
- b) numitorul 10 și numărătorul de o cifră impară;
- c) numărătorul de forma $\overline{x2}$, unde $\overline{x2} : 3$ și numitorul cu 5 mai mare decât acesta.

14. Precizați:

- a) câte doimi conțin 5 întregi;
- b) câte treimi conțin 2 întregi;
- c) câte cincimi conțin 3 întregi.

15. Precizați câți întregi sunt în:

- a) 10 cincimi;
- b) 18 noimi;
- c) 12 treimi.

PE APROFUNDARE ȘI PERFORMANȚĂ ♦ ♦ ♦

16. Determinați toate fracțiile de forma $\frac{\overline{1x}}{\overline{3y}}$, $x \neq y$, unde $\overline{1x}$, $\overline{3y}$ sunt prime.

17. Determinați $x \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $\frac{18}{x}$ să fie număr natural.

18. Scrieți toate fracțiile de forma $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere naturale nenule, $a \leq 3$ și $b < 4$.

19. Determinați toate fracțiile de forma $\frac{\overline{3x}}{\overline{47}}$, unde $5 \mid \overline{3x}$.

20. Determinați toate fracțiile cu numărătorul 3 și numitorul de forma $\overline{x5}$, unde $2 < x \leq 7$.

21. Determinați toate fracțiile de forma $\frac{\overline{2x0}}{\overline{35y}}$, unde $x \neq y$, $2 \mid \overline{2x0}$ și $3 \mid \overline{35y}$.

22. Determinați numerele naturale x pentru care sunt definite fracțiile:

$$\frac{18}{x-3}; \frac{1}{x+1}; \frac{35}{x}; \frac{24}{12-x}; \frac{17}{2x-2}; \frac{57}{x(x-1)}; \frac{19}{(x+7)(x-2)}.$$

PE-PP SUPERMATE ♦ ♦ ♦ ♦

23. Scrieți toate fracțiile de forma:

- a) $\frac{a-1}{a+1}$, unde a este număr natural și $3 \leq a \leq 9$;
- b) $\frac{a}{b}$, unde a este egal cu 1 sau 2 și b este egal cu 5 sau 7.

24. Fie fracția $a_n = \frac{2^n - 1}{2^n + 1}$. Scrieți a_1 , a_2 , a_3 și a_{100} .

25. Se consideră șirul de fracții: $\frac{1}{3}; \frac{3}{5}; \frac{5}{7}; \dots$.

- a) Scrieți următoarele trei fracții din șir.
- b) Scrieți a 100-a fracție din șir.
- c) Scrieți fracția aflată pe locul n în șirul dat.



Nume _____

Clasa _____

TEST DE AUTOEVALUARE

- Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru 50 de minute.

I. Completați pe fișa de evaluare spațiile punctate cu răspunsul corect.**(2 puncte)**

(0,5p) 1. Scriind sub formă ireductibilă fracția ordinară $\frac{45}{75}$, obținem fracția

(0,5p) 2. Cel mai mic numitor comun al fracțiilor ordinare $\frac{7}{12}$ și $\frac{11}{15}$ este egal cu

(0,5p) 3. Dacă $\frac{84^n}{96} = \frac{7}{8}$, atunci numărul natural n este egal cu

(0,5p) 4. Fracția ordinară $\frac{2^n}{32}$ este echiunitară pentru n egal cu

II. Încercuiți pe fișă doar răspunsul corect, știind că numai unul dintre cele patru răspunsuri este corect.**(2 puncte)**

(0,5p) 1. Fracția ordinară $\frac{2^{x+2} - 3^y}{3^{y+1} + 2^x}$, unde x și y sunt numere naturale, este echiunitară pentru:

A. $x = 2$ și $y = 0$;**B.** $x = 1$ și $y = 1$;**C.** $x = 2$ și $y = 1$;**D.** $x = 1$ și $y = 2$.

(0,5p) 2. Fracția ordinară $\frac{2^{2026} + 2^{2024}}{2^{2028} - 2^{2024}}$ este echivalentă cu fracția:

A. $\frac{1}{3}$;**B.** $\frac{5}{12}$;**C.** $\frac{3}{1}$;**D.** $\frac{1}{15}$.

(0,5p) 3. Dacă $\frac{2n+3}{n+11} = \frac{13}{16}$, atunci numărul natural n este egal cu:

A. 2;**B.** 5;**C.** 3;**D.** 1.

(0,5p) 4. Scriind în ordine crescătoare fracțiile $\frac{15}{19}$, $\frac{6}{11}$ și $\frac{10}{17}$, obținem:

A. $\frac{6}{11}, \frac{15}{19}, \frac{10}{17}$;**B.** $\frac{15}{19}, \frac{6}{11}, \frac{10}{17}$;**C.** $\frac{6}{11}, \frac{10}{17}, \frac{15}{19}$;**D.** $\frac{15}{19}, \frac{10}{17}, \frac{6}{11}$.**III. Uniți prin săgeți fiecare enunț, aflat în coloana din stânga, cu răspunsul corespunzător, aflat în coloana din dreapta.****(1,5 puncte)**

(0,5p) a) Simplificând fracția $\frac{21\ 021}{33\ 033}$, obținem fracția ...

1. $\frac{4}{5}$;

(0,5p) b) Simplificând fracția $\frac{1\ 485}{1\ 815}$, obținem fracția ...

2. $\frac{7}{11}$;

(0,5p) c) Simplificând fracția $\frac{3^{2025} - 3^{2023}}{3^{2025} + 3^{2023}}$, obținem fracția ...

3. $\frac{9}{11}$;**4.** $\frac{5}{9}$.

(3,5 punte)

a) $\frac{37}{5} = n\frac{2}{5};$

b) $11\frac{n}{7} = \frac{81}{7};$

c) $n < \frac{37}{11} < n + 1$.

ÁREA 4.5

a) Comparați fracțiile ordinare f_1 și f_2 și reprezentați-le pe axa numerelor, notând cu O originea axei, cu A punctul a cărui coordonată este fracția f_2 și cu B punctul a cărui coordonată este fracția f_1 .

[illegible]

Subiectul	I.1	I.2	I.3	I.4	II.1	II.2	II.3	II.4	III.	IV.	V.
Punctajul											
Nota											

UNITATEA: OPERAȚII CU FRAȚII ORDINARE

PE-PP

1. ADUNAREA ȘI SCĂDEREA FRAȚIILOR ORDINARE



Fracții cu același numitor

Pentru a aduna două fracții ordinare care au același numitor, se adună numărătorii și se păstrează numitorul comun. Frația obținută se aduce la forma ireductibilă.

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}.$$

EXEMPLU: $\frac{3}{10} + \frac{5}{10} = \frac{3+5}{10} = \frac{8^{(2)}}{10} = \frac{4}{5}.$

Pentru a scădea două fracții ordinare care au același numitor, se scad numărătorii și se păstrează numitorul comun. Frația obținută se aduce la forma ireductibilă.

$$\frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}.$$

EXEMPLU: $\frac{7}{16} - \frac{3}{16} = \frac{7-3}{16} = \frac{4^{(4)}}{16} = \frac{1}{4}.$

Fracții cu numitori diferiți

Pentru a aduna sau scădea două fracții care au numitorii diferiți se aduc mai întâi fracțiile la același numitor și apoi se aplică regula de adunare, respectiv scădere de mai sus.

REȚINEM!

Pentru a aduce fracțiile la același numitor se parcurg următoarele etape:

- se calculează cel mai mic multiplu comun al numitorilor;
- se stabilește numitorul comun care este cel mai mic multiplu comun al numitorilor;
- se amplifică fiecare fracție cu câtul dintre numitorul comun determinat și numitorul fracției respective.

EXEMPLU: Pentru a calcula suma $\frac{17}{20} + \frac{7}{15}$ sau diferența $\frac{17}{20} - \frac{7}{15}$ se procedează astfel:

- se calculează cel mai mic multiplu comun al numitorilor:
 - multiplii lui 20 sunt: 20, 40, 60, 80, ...;
 - multiplii lui 15 sunt: 15, 30, 45, 60, 75, ...Rezultă că cel mai mic multiplu comun al numitorilor este 60. Așadar numitorul comun este 60.

- se amplifică fracția $\frac{17}{20}$ cu câtul dintre 60 și 20, adică cu 3, și se obține $\frac{17}{20} = \frac{51}{60}$;
- se amplifică și fracția $\frac{7}{15}$ cu câtul dintre 60 și 15, adică cu 4, și se obține $\frac{7}{15} = \frac{28}{60}$.

Atunci:

- suma fracțiilor $\frac{17}{20}$ și $\frac{7}{15}$ este $\frac{17}{20} + \frac{7}{15} = \frac{51}{60} + \frac{28}{60} = \frac{79}{60}$;
- diferența fracțiilor $\frac{17}{20}$ și $\frac{7}{15}$ este $\frac{17}{20} - \frac{7}{15} = \frac{51}{60} - \frac{28}{60} = \frac{23}{60}$.

OBSERVAȚII:

- Dacă fracțiile care se adună sau se scad nu sunt ireductibile, este preferabil să se simplifice până devin ireductibile și apoi să se aducă la același numitor.

- Rezultatul adunării sau scăderii trebuie, de asemenea, să fie exprimat printr-o fracție ireductibilă.
- Să remarcăm că, pentru două fracții oarecare $\frac{a}{m}$ și $\frac{b}{n}$, dacă amplificăm prima fracție cu numitorul celei de a doua și pe a doua cu numitorul primei fracții, obținem două fracții care au același numitor $m \cdot n$. Într-adevăr:

$${}^n) \frac{a}{m} = \frac{a \cdot n}{m \cdot n} \text{ și } {}^m) \frac{b}{n} = \frac{m \cdot b}{m \cdot n}.$$

Această remarcă poate fi utilizată la adunarea și scăderea fracțiilor, doar că se lucrează cu numere mai mari decât atunci când luăm ca numitor comun pe cel mai mic multiplu comun al numitorilor.

EXEMPLU:

$$\begin{aligned} \frac{17}{20} + \frac{7}{15} &= \frac{17}{20} + \frac{7}{15} = \frac{17 \cdot 15}{20 \cdot 15} + \frac{7 \cdot 20}{20 \cdot 15} = \\ &= \frac{255}{300} + \frac{140}{300} = \frac{395}{300} \stackrel{(5)}{=} \frac{79}{60}. \end{aligned}$$

EXEMPLU:

$$\begin{aligned} \frac{17}{20} - \frac{7}{15} &= \frac{17}{20} - \frac{7}{15} = \frac{17 \cdot 15}{20 \cdot 15} - \frac{7 \cdot 20}{20 \cdot 15} = \\ &= \frac{255}{300} - \frac{140}{300} = \frac{115}{300} \stackrel{(5)}{=} \frac{23}{60}. \end{aligned}$$

PROPRIETĂȚILE ADUNĂRII

Adunarea fracțiilor ordinare are aceleași proprietăți ca adunarea numerelor naturale.

1. Adunarea fracțiilor ordinare este **comutativă** (putem schimba ordinea termenilor fără ca rezultatul să se modifice), adică:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}, \text{ oricare ar fi fracțiile } \frac{a}{b} \text{ și } \frac{c}{d}, b \neq 0, d \neq 0.$$

EXEMPLU: $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{3}{5} + \frac{2}{3}.$

Calculăm $\stackrel{(5)}{)} \frac{2}{3} + \stackrel{(3)}{)} \frac{3}{5} = \frac{10}{15} + \frac{9}{15} = \frac{19}{15}$ și $\stackrel{(3)}{)} \frac{3}{5} + \stackrel{(5)}{)} \frac{2}{3} = \frac{9}{15} + \frac{10}{15} = \frac{19}{15}$. Am obținut același rezultat, $\frac{19}{15}$.

2. Adunarea fracțiilor ordinare este **asociativă** (putem asocia, grupa termenii în mod diferit fără ca rezultatul să se modifice), adică:

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f} \right), \text{ oricare ar fi fracțiile } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \text{ și } \frac{e}{f} (b \neq 0, d \neq 0, f \neq 0).$$

EXEMPLU: $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right) + \frac{1}{5} = \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right).$

Calculăm $\left(\stackrel{(3)}{)} \frac{1}{2} + \stackrel{(2)}{)} \frac{2}{3} \right) + \frac{1}{5} = \left(\frac{3}{6} + \frac{4}{6} \right) + \frac{1}{5} = \stackrel{(5)}{)} \frac{7}{6} + \stackrel{(6)}{)} \frac{1}{5} = \frac{35}{30} + \frac{6}{30} = \frac{41}{30}$ și $\frac{1}{2} + \left(\stackrel{(5)}{)} \frac{2}{3} + \stackrel{(3)}{)} \frac{1}{5} \right) = \frac{1}{2} + \left(\frac{10}{15} + \frac{3}{15} \right) = \stackrel{(15)}{)} \frac{1}{2} + \stackrel{(2)}{)} \frac{13}{15} = \frac{15}{30} + \frac{26}{30} = \frac{41}{30}$, deci am obținut același rezultat.

3. Numărul 0 este **element neutru** la adunarea fracțiilor ordinare (adunarea cu numărul 0 nu modifică rezultatul), adică:

$$\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}, \text{ oricare ar fi fracția } \frac{a}{b} (b \neq 0).$$

EXEMPLU: $\frac{3}{5} + 0 = 0 + \frac{3}{5} = \frac{3}{5}.$

OBSERVAȚII:

- Dacă într-un exercițiu apar adunări și scăderi, operațiile se realizează în ordinea în care sunt scrise.
- Dacă cel puțin unul dintre termenii adunării conține întregi în fața fracției, putem să introducem întregii în fracție și apoi să efectuăm adunarea sau putem aduna doar fracțiile, păstrând numărul de întregi în fața rezultatului.
- Proprietățile adunării nu sunt adevărate pentru operația de scădere, dar avem:
 - $\frac{a}{b} - 0 = \frac{a}{b}$;
 - $\frac{a}{b} - \frac{a}{b} = 0$, oricare ar fi fracția $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$;
 - $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} - \frac{e}{f} = \frac{a}{b} - \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$, oricare ar fi fracțiile $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{f}$, $b \neq 0, d \neq 0, f \neq 0$.
- Egalitatea $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ ($c \neq 0$) reprezintă scrierea fracției $\frac{a+b}{c}$ ca o sumă de două fracții distribuind numitorul fiecăruia din termenii sumei de la numărător.

EXAMPLE: a) $\frac{11+7}{19} = \frac{11}{19} + \frac{7}{19}$; b) $\frac{19}{43} = \frac{10+9}{43} = \frac{10}{43} + \frac{9}{43}$.

4. Adunarea respectiv scăderea dintre un număr natural și o fracție ordinară se efectuează scriind numărul natural ca fracție ordinară cu numitorul 1, astfel:

$$n + \frac{a}{b} = \overset{b)}{\frac{n}{1}} + \frac{a}{b} = \frac{n \cdot b + a}{b} \text{ și } n - \frac{a}{b} = \overset{b)}{\frac{n}{1}} - \frac{a}{b} = \frac{n \cdot b - a}{b}.$$

EXAMPLE:

$$5 + \frac{2}{3} = \overset{3)}{\frac{5}{1}} + \frac{2}{3} = \frac{15+2}{3} = \frac{17}{3} = 5\frac{2}{3} \text{ și } 5 - \frac{2}{3} = \frac{5}{1} - \frac{2}{3} = \frac{15-2}{3} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}.$$

5. Egalitatea $\frac{a-b}{c} = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$ ($c \neq 0$) reprezintă scrierea fracției $\frac{a-b}{c}$ ca o diferență de două fracții distribuind numitorul fiecăruia dintre termenii diferenței de la numărător.

EXAMPLE: a) $\frac{11-7}{19} = \frac{11}{19} - \frac{7}{19}$; b) $\frac{19}{43} = \frac{20-1}{43} = \frac{20}{43} - \frac{1}{43}$.

ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE

PE ÎNȚELEGERE ♦

1. Efectuați adunările:

a) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5}$;

b) $\frac{37}{53} + \frac{69}{53}$;

c) $\frac{17}{40} + \frac{3}{40}$;

d) $\frac{93}{137} + \frac{44}{137}$.

2. Efectuați scăderile:

a) $\frac{11}{7} - \frac{4}{7}$;

b) $\frac{48}{74} - \frac{11}{74}$;

c) $\frac{50}{91} - \frac{43}{91}$;

d) $\frac{219}{107} - \frac{5}{107}$.

3. Calculați:

a) $\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{4}{7}$;

d) $\frac{29}{77} - \frac{13}{77} - \frac{5}{77}$;

b) $\frac{1}{63} + \frac{3}{63} + \frac{5}{63}$;

e) $\frac{11}{4} - \frac{1}{4} - \frac{3}{4} - \frac{5}{4}$;

c) $\frac{17}{152} + \frac{49}{152} + \frac{86}{152}$;

f) $\frac{137}{371} - \frac{35}{371} - \frac{49}{371} - \frac{51}{371}$.

4. Calculați:

a) $\frac{a}{19} + \frac{11a}{19} + \frac{7a}{19}$;

d) $\frac{15b}{7} - \frac{3b}{7} - \frac{5b}{7}$;

b) $\frac{3a}{23} + \frac{17a}{23} + \frac{26a}{23}$;

e) $\frac{21y}{11} - \frac{7y}{11} - \frac{3y}{11}$;

c) $\frac{11x}{49} + \frac{13x}{49} + \frac{25x}{49}$;

f) $\frac{29c}{47} - \frac{21c}{47} - \frac{8c}{47}$.

5. Calculați și exprimați rezultatul printr-o fracție ireductibilă:

a) $\frac{1}{2} + \frac{5}{4}$;

e) $\frac{1}{5} + \frac{7}{15} + \frac{5}{8}$;

i) $\frac{1}{5} - \frac{1}{7}$;

b) $\frac{1}{9} + \frac{3}{7}$;

f) $\frac{1}{4} + \frac{7}{24} + \frac{5}{8}$;

j) $\frac{7}{20} - \frac{5}{18}$;

c) $\frac{1}{6} + \frac{3}{8}$;

g) $3 + \frac{1}{4} + \frac{2}{5}$;

k) $\frac{8}{13} - \frac{5}{39}$;

d) $\frac{10}{39} + \frac{9}{117}$;

h) $\frac{3}{11} + \frac{4}{3} + \frac{7}{12}$;

l) $3 - \frac{2}{5}$.

6. Calculați și exprimați rezultatul printr-o fracție ireductibilă:

a) $5\frac{1}{4} + 6\frac{1}{10}$;

b) $6\frac{1}{4} + 5\frac{2}{3} + 1\frac{17}{24}$;

c) $4\frac{5}{6} - 2\frac{1}{4}$;

d) $4\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3}$.

PE APLICARE ȘI EXERSARE ♦ ♦

7. Efectuați calculele:

a) $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b}$, $a+b \neq 0$;

b) $\frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+c} + \frac{c}{a+b+c}$, $a+b+c \neq 0$.

8. Scrieți ca o sumă de fracții ordinare cu același numitor:

a) $\frac{7}{11}$;

b) $\frac{5}{9}$;

c) $\frac{24}{17}$;

d) $\frac{6a}{23}$;

e) $\frac{2a+5}{5a}$;

f) $\frac{a+9}{a+1}$, $a \in \mathbb{N}^*$.

9. a) Calculați fracția cu $\frac{2}{3}$ mai mare decât fracția $\frac{4}{3}$.

b) Calculați fracția cu $\frac{19}{29}$ mai mică decât fracția $\frac{49}{29}$.

10. Scrieți fracțiile $\frac{5}{6}$, $\frac{37}{54}$, $\frac{109}{324}$ ca:

a) sumă de fracții ordinare cu același numitor; găsiți trei posibilități;

b) diferență de fracții ordinare cu același numitor; găsiți trei posibilități.

11. a) Diferența a două fracții ordinare este $\frac{4}{19}$, iar scăzătorul este $\frac{15}{19}$. Calculați descăzutul.

b) Descăzutul a două fracții ordinare este $\frac{41}{11}$, iar diferența este $\frac{30}{11}$. Calculați scăzătorul.

12. Determinați fracția cu $\frac{119}{435}$ mai mare decât fracția:

a) $\frac{316}{435}$;

b) $\frac{55}{435}$;

c) $\frac{751}{435}$.

13. Determinați fracția cu $\frac{83}{537}$ mai mică decât fracția:

a) $\frac{620}{537}$;

b) $\frac{991}{537}$;

c) $\frac{100}{537}$.

14. Calculați suma:

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{3^5} + \frac{1}{3^6}$;

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$.

15. Efectuați:

a) $\frac{1}{3} + \frac{5}{18} + \frac{2}{9} + \frac{4}{27}$;

b) $\frac{3}{20} + \frac{47}{180} + \frac{4}{15} + \frac{7}{60}$;

c) $\frac{3}{25} + \frac{7}{60} + \frac{11}{50} + \frac{13}{100}$.

PE APROFUNDARE ȘI PERFORMANȚĂ ◆ ◆ ◆

16. Se consideră fracțiile ordinare $x = \frac{52}{2010}$; $y = \frac{27}{2010}$; $z = \frac{20}{2010}$. Calculați:

a) $x + y + z$;

b) $x + y - z$;

c) $x - y + z$;

d) $x - y - z$.

17. Un muncitor realizează într-o zi $\frac{4}{17}$ din lucrare. A doua zi realizează cu $\frac{1}{17}$ mai mult decât în prima zi. Cât din lucrare mai are de realizat muncitorul?

18. Găsiți cinci posibilități de a scrie fracția $\frac{11}{57}$ ca o sumă de fracții ordinare cu numitorul 57.

19. Calculați:

a) $\frac{1}{946} + \frac{2}{946} + \frac{3}{946} + \dots + \frac{43}{946}$;

b) $\frac{2}{255} + \frac{4}{255} + \frac{6}{255} + \dots + \frac{100}{255}$.

20. Un muncitor lucrând singur termină o lucrare în 24 de ore, al doilea în 40 de ore, iar al treilea în 15 ore.

a) Cât lucrează într-o oră fiecare muncitor?

b) Cât lucrează într-o oră cei trei muncitori împreună?

c) Calculați în câte ore termină lucrarea cei trei muncitori lucrând împreună.

PE-PP SUPERMATE ◆ ◆ ◆ ◆

21. Calculați:

a) $\frac{1}{7} + \frac{11}{77} + \frac{111}{777} + \frac{1111}{7777} + \dots + \frac{1111111}{7777777}$;

b) $\frac{57}{75} + \frac{5757}{7575} + \frac{575757}{757575} + \frac{57575757}{75757575} + \frac{5757575757}{7575757575}$.

22. Se consideră numerele:

$x = \frac{1}{5} + \frac{2}{10} + \frac{3}{15} + \frac{4}{20} + \dots + \frac{2014}{10070} + \frac{2015}{10075}$;

$y = \frac{3}{5} + \frac{6}{10} + \frac{9}{15} + \frac{12}{20} + \dots + \frac{6042}{10070} + \frac{6045}{10075}$.

a) Calculați cele două numere.

b) Arătați că $2x + y$ este număr natural.

PROBLEME DE MATEMATICĂ APLICATĂ ÎN VIAȚA COTIDIANĂ

1. La masa festivă organizată de ziua Alexandrei s-au așezat în fructieră 35 de fructe: struguri și caise. S-au socotit câte două caise de copil și câte un strugure la trei copii. Câți copii au participat la aniversare?

2. Doi frați au împreună 36 de ani. Calculați vârsta celor doi frați, știind că diferența vârstelor lor este de 4 ani.

3. Bogdan are o sumă de bani. Andrei îl întreabă:

— Ai 135 de lei pentru a cumpăra o minge?

— Dacă aș avea de trei ori suma pe care o am și încă 15 lei, am putea cumpăra mingea.

Calculați ce sumă de bani avea Bogdan.

4. Într-o clasă cu 35 de elevi, numărul băieților este cu 2 mai mare decât jumătate din numărul fetelor. Arătați că cel puțin 4 fete sunt născute în aceeași zi a săptămânii și cel puțin 2 băieți sunt născuți în aceeași lună a anului.

Olimpiada locală, Bihor, 2012

5. La spectacolul „Scufița Roșie” s-au vândut 170 de bilete, pentru copii biletul costând 10 lei, iar pentru adulți 20 de lei. Calculați câți copii și câți adulți au participat la spectacol, știind că s-a încasat suma de 2 200 de lei.

6. Ionuț este în vacanță la bunici. Astăzi, Ionuț și bunicul și-au propus să urce cele 300 de trepte din parcul din apropierea casei. La un moment dat Ionuț se oprește să se odihnească și bunicul îi spune că dacă mai urcă încă 5 trepte, atunci va mai avea de urcat de două ori mai multe trepte decât au rămas în urmă. Calculați pe ce treaptă se afla Ionuț.

7. Bunicul are atâția ani cât mine și părinții mei la un loc. Determinați ce vârstă are fiecare membru al familiei, dacă:

- eu am vârsta egală cu cel mai mare număr format numai din unități;
- diferența dintre vârstele părinților este a treia parte din vârsta mea;
- vârsta bunicului reprezintă cel mai mare număr de două cifre pare identice.

Gazeta Matematică nr. 5/2011

8. Placarea cu gresie a unei pardoseli

Un faianțar trebuie să placheze cu plăci pătrate de gresie pardoseala dreptunghiulară a unei bucătării. Lungimea dreptunghiului este de 360 cm, iar lățimea de 260 cm. Faianțarul are de ales între două modele de plăci, cu lungimile laturilor de 30 cm, respectiv 15 cm.

Plăcile fiecărui model se vând ambalate în cutii, fiecare cutie având câte 5 plăci de gresie.

a) Câte plăci de gresie din primul model sunt necesare pentru a acoperi lungimea pardoselii? Dar pentru a acoperi lățimea acesteia?

Câte plăci de gresie din primul model sunt necesare pentru a acoperi toată pardoseala?

Câte pachete cu plăci de gresie din primul model sunt necesare pentru a acoperi toată pardoseala?

b) Aceleași întrebări pentru plăcile din modelul al doilea.



TESTE RECAPITULATIVE

Notă (pentru testele 1-10): Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru 50 de minute.

TESTUL 1

- (0,5p) **1.** Calculați $3^2 - 2^3$.
- (0,5p) **2.** Demonstrați că dacă cifrele unui număr de trei cifre sunt consecutive, atunci numărul se divide cu 3.
- (0,5p) **3.** Comparați numerele $a = 128 : 8$ și $b = 4^2$.
- (0,5p) **4.** Știind că $4^n = 64$, aflați n .
- (0,5p) **5.** Suma a patru numere naturale consecutive este 62. Calculați numerele.
- (1p) **6.** Rotunjiți la sute numărul 12 379.
- (1p) **7.** Aflați numărul care împărțit la 7 dă câtul 10 și restul 5.
- (1p) **8.** Știind că $a \cdot (b + c) = 3\,114$ și $a \cdot b = 1\,107$, aflați $a \cdot c$.
- (1p) **9.** Rezolvați ecuația $24x - 1 = 47$.
- (1,5p) **10.** Calculați:
a) $(5^2 - 4^2) : 9$; **b)** $12 \cdot 35 - 12 \cdot 24 + 12$; **c)** $[9^2 - 2^4 \cdot 5^9 : (5^4)^2] : 2^2$.
- (1p) **11. a)** Câte numere împărțite la 6 dau câtul cel puțin 2 și cel mult 5?
b) Câte cifre se folosesc pentru paginarea unei cărți care are 160 de pagini?

TESTUL 2

- (0,5p) **1.** Aflați suma tuturor numerelor naturale de forma $\overline{2x5}$ divizibile cu 3.
- (0,5p) **2.** Determinați câtul împărțirii $459 : 17$.
- (0,5p) **3.** Determinați numărul natural x care verifică egalitatea $3x + 7 = 28$.
- (0,5p) **4.** Comparați numerele $a = 9^{15}$ și $b = 27^{11}$.
- (0,5p) **5.** Știind că $2a + b = 7$, aflați $4a + 2b$.
- (1p) **6.** Aflați valorile numărului natural x pentru care $5x + 2 \leq 7$.
- (1p) **7.** Scrieți numerele pare mai mari decât 15 și mai mici decât 22.
- (1p) **8.** Aflați cel mai mare număr natural de două cifre care este cub perfect.
- (1p) **9.** Știind că suma dintre un număr natural și triplul acestuia este 16, aflați numărul.
- (1,5p) **10.** Calculați:
a) $5 \cdot \{7 + 3 \cdot [46 + 6 \cdot (27 - 32 : 4)]\}$; **b)** $(2^8)^2 : 2^{2^4} \cdot (3^2 - 1) - 3^0 \cdot 2^2$; **c)** $(3^{19} \cdot 25^9)^2 : 15^{36}$.
- (1p) **11.** Într-un bloc sunt apartamente cu 2 și cu 3 camere, în total fiind 41 de camere și 17 apartamente.
a) Calculați câte apartamente sunt cu 3 camere. **b)** Calculați câte apartamente sunt cu 2 camere.

PROBLEME DATE LA CONCURSURI ȘCOLARE

1. a) Aflați numerele de două cifre care împărțite la 4 dau câtul de o cifră și restul trei.
b) Fie șirul de numere naturale 3, 7, 11, 15, ...
i) Verificați dacă 1 231 și 2 009 sunt numere din șir.
ii) Determinați al 100-lea termen al șirului.
2. Diferența a două numere este 3. Aflați numerele, știind că unul dintre ele este cu 11 mai mic decât triplul celuilalt.
3. Determinați a, b, c , știind că $5a + 3b = 57$, $a \cdot c = 72$, iar $b \cdot c = 108$.
4. Determinați numerele naturale a, b, c, d, e, f, g , nenule, distincte, cele mai mici posibile, din pătratul alăturat, pentru a face un pătrat magic (suma numerelor pe linii, pe coloane și pe diagonale să fie aceeași). Niciun număr nu trebuie să se repete în pătrat. Justificați fiecare alegere.
- | | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| a | 4 | 3 | b |
| 6 | 11 | c | 9 |
| d | 7 | 8 | e |
| 5 | f | g | 2 |
5. Andrei poate mânca o pizza în 30 de minute, Alex în 15 minute, iar Adrian în 10 minute. În cât timp pot mânca cei trei băieți împreună 6 pizze? Justificați răspunsul dat.
6. a) Arătați că suma a 7 numere naturale consecutive este divizibilă cu 7.
b) Arătați că dacă n este număr natural impar, atunci suma a n numere naturale consecutive este divizibilă cu n .
7. a) Numerele naturale m, n, p, x, y, z verifică relația: $2\,005^m + 2\,007^n + 2\,009^p = 2\,006^x + 2\,008^y + 2\,010^z$.
Calculați $2\,009^{mnpxyz}$.
- Ioan Miclea, TMMATE nr. 6/2009
- b) Determinați cifrele a, b, c, d, e cu proprietatea că: $\overline{abc} = 2\overline{cde}$.
- Andrei Eckstein, TMMATE nr. 6/2009
8. a) Aflați restul împărțirii numărului $B = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2\,009 + 3$ la 8.
b) Aflați restul împărțirii numărului $A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2\,009 - 3$ la 8.
- Prelucrare, Gazeta Matematică nr. 9/2008
9. a) Scrieți numărul 2 009 ca un produs în care un factor este pătrat perfect supraunitar.
b) Determinați numărul natural nenul n , știind că $n^4 - n^3 - n^2$ este un număr egal cu suma celor mai mari resturi posibile la împărțirea cu 2 000, cu 10 și, respectiv, cu 2.
- Petria-Elena Boldea
10. a) Calculați ultima cifră a numărului $C = 2^n + 4^n + 6^n + 8^n$, unde n este un număr natural nenul oarecare.
b) Fie n un număr natural nenul oarecare. Cercetați dacă numărul:
$$D = 2^n + 4^n + 6^n + \dots + 2\,008^n$$
 este divizibil cu 10.
- RMT nr. 4/2008
11. Arătați că numărul $A = 2\,000^0 + 2\,001^1 + 2\,002^2 + \dots + 2\,009^9 + 2$ este multiplu de 10.
- Nicolae Baci, ISJ Satu Mare
12. Arătați că numărul $B = (1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + 100 \cdot 101) - 5\,050$ poate fi scris ca suma pătratelor a o sută de numere naturale.
- Anca Raluca Șteț, Șc. Tășnad
13. Suma a trei numere naturale este egală cu 1 015. Dacă din fiecare număr se scade același număr, se obțin, respectiv, numerele 15, 132 și 346. Care sunt cele trei numere?

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

SOLUȚIILE TESTELOR DE AUTOEVALUARE POT FI CONSULTATE AICI:
(Scațați codul QR cu camera telefonului, nu din aplicația Mate2000+)



RECAPITULARE ȘI EVALUARE ÎNȚIALĂ

1. Exerciții și probleme recapitulative

1. a) 414 090; 88 006; 200 205; 703 023; b) 6 405; 500 032; 9 007; 51 008. 2. a) 7; 20 347; b) 4; 2 034; c) 3; 203; d) 0; 20; e) 2; 2. 3. a) <; b) >; c) <; d) >; e) <; f) =. 4. 99; 97. 5. a) 102; b) 111; c) 123; d) 106. 6. 741; 147. 7. 20; 25; 50; 52. 8. 77; 75; 72; 57; 55; 52; 27; 25; 22. 9. a) 245 190; 245 100; 245 000; 69 320; 69 300; 69 000; 137 250; 137 200; 137 000; b) 245 200; 245 200; 246 000; 69 330; 69 400; 70 000; 137 260; 137 300; 138 000; c) 245 200; 245 200; 245 000; 69 330; 69 300; 69 000; 137 250; 137 300; 137 000. 10. 876. 11. 102 și 104. 12. 72, 73 și 74. 13. a) 56 973; b) 1 836; c) 13 754; d) 10 725. 14. 1 644; 8 725; 24 794. 15. $c = 135$, $r = 3$ și $948 = 7 \times 135 + 3$; $c = 179$, $r = 2$ și $897 = 5 \times 179 + 2$; $c = 93$, $r = 4$ și $562 = 93 \times 6 + 4$. 16. a) $8 \times (30 + 20) = 8 \times 50 = 400$ și $8 \times (30 + 20) = 8 \times 30 + 8 \times 20 = 240 + 160 = 400$; b) $24 \times 32 + 24 \times 18 - 24 \times 10 = 24(32 + 18 - 10) = 24 \times 40 = 960$ și $24 \times 32 + 24 \times 18 - 24 \times 10 = 768 + 432 - 240 = 1\,200 - 240 = 960$. 17. a) 608; b) 3 942; c) 7. 18. a) 369; b) 4 499; c) 2 508; d) 390. 19. a) 1 300; b) 30 060; c) 8 309; d) 39 877; e) 15; f) 3 366 501; g) 24; h) 21. 20. a) 7 235, 7 253, 7 325, 7 352, 7 523, 7 532; 6 numere; b) $7\,235 < 7\,253 < 7\,325 < 7\,352 < 7\,523 < 7\,532$. 21. 2 177. 22. 3 978. 23. 1 950. 24. Alexandra 100 de lei și Costin 70 de lei. 25. Caietul costă 6 lei, cartea costă 36 de lei și stiloul costă 48 de lei. 26. Pentru cărți 940 de lei și pentru caiete 1 034 de lei. 27. 106. 28. 968. 29. 520. 30. I, V, L, VI, IV, LV, LI, LIV, LVI. 31. a) XLIX, LXV, LXXXIV; b) CCCLVII, DLXVIII, CMLXXVI; c) MCCC, MMII, MMMXXV. 32. 4 bancnote de 100 de lei sau 2 bancnote de 200 de lei. 33. 1 119. 34. 15 lei. 35. 30 de lei. 36. 12 000 și 12 375. 37. 18 fete și 6 băieți. 38. a) 36 m; b) 34 m. 39. $\overline{ab} = 84$. 40. 7 și 35. 41. a) 75; b) 14. 42. 17 048; 51 144; 4 262. 43. 5 zile. 44. 15 lei; 17 lei. 45. 60 de meri; 40 de pruni; 70 de piersici. 46. 250 garoafe albe și 750 garoafe roșii. 47. 5 ani fiul și 30 de ani tatăl. 48. 6 portocale. 49. 120 de elevi de la ciclul primar și 360 de elevi de la ciclul gimnazial. 50. 24 de pachete și, respectiv, 16 pachete. 51. 37 de volume, 41 de volume și 27 de volume. 52. 160 mere și 84 portocale. 53. Primul are 20 de timbre; al doilea are 141 de timbre, iar al treilea are 27 de timbre. 54. 468. 55. 15 pagini. 56. a) 13 min; b) 30 min; c) 14 400 s; d) 15 min; e) 420 min; f) 1 200 s; g) 2 zile; h) 45 min. 57. 375 kl. 58. 8 600; 17 200; 17 457. 59. a) 610 dg; b) 560 g; c) 35 cg; d) 580 dag; e) 47 q; f) 449 hg; g) 45 t; h) 18 dg. 60. a) 123; b) 621; c) 68. 61. 2 elevi au primit nota 9 și 10 elevi au primit nota 7. 62. $a = 91$; $b = 204$; $c = 168$ și a) 893; b) 513; c) 340. 63. $a = 50$; $b = 5$; $c = 1$ și $5 \cdot a + 4 \cdot b - 3 \cdot c + 33 = 300$. 64. $D = 529$; $B = 1\,710$; $A = 6\,416$; $C = 7\,922$. 65. a) $2(a + b) + 3(b + c) = 55$; b) $3(a + b) + 2(b + c) = 60$; c) $(a + b) + 7(b + c) = 77$. 66. a) 10; b) 6; c) 7; d) 1 010. 67. Adi avea 45 de lei, Alexandra 25 de lei, iar Andreea 30 de lei. Le-au rămas: Alexandrei 20 de lei; Andreei 26 de lei; lui Adi 40 de lei. 68. 256 de pagini. 69. 160 de probleme rezolvate de Andreea și 280 de probleme rezolvate de Mihaela. 70. a) LXIII; b) 28.

2. Recapitulare și sistematizare prin teste

TESTUL 1: I. 1. 100. 2. 1 810. 3. 75. II. 1. C. 2. A. 3. A. III. 1. A. 2. A. 3. F. IV. 1. $\rightarrow$ c). 2. $\rightarrow$ a). 3. $\rightarrow$ b). V. 1. $a = 18$, $b = 0$ și $c = 126$. 2. a) CCCLXV; b) MCDXLII; c) MCMLXXIV.

TESTUL 2: I. 1. 25. 2. 987. 3. 18. II. 1. D. 2. B. 3. A. III. 1. A. 2. A. 3. A. IV. 1. $\rightarrow$ d). 2. $\rightarrow$ c). 3. $\rightarrow$ a). V. 1. a) 960 m; b) 570 m; c) 504 m. 2. a) 4 802 ℓ ; b) 517 cg; c) 79 080 m.

TESTUL 3: I. 1. 16. 2. 97. 3. DCCXLVI. II. 1. D. 2. B. 3. A. III. 1. F. 2. F. 3. A. IV. 1. $\rightarrow$ d). 2. $\rightarrow$ b). 3. $\rightarrow$ c). V. 1. $a = 25$, $b = 5$, $c = 392$ și $a + b + c = 422$. 2. a) 90 ℓ ; b) 2 700 m; c) 1 112 kg.

4. Numere prime. Numere compuse

1. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. 2. a) Da; b) Da; c) Nu, deoarece $2\,023 = 7 \cdot 17^2$. 3. a) 2, 4, 7, 11, 14, 22, 28, 44, 77, 154; b) 3 și 263; c) 13, 23, 97, 299, 1 261, 2 231. 4. a) $a = 1$ sau $a = 7$; b) $b = 1$, $b = 3$ sau $b = 9$; c) $c = 7$. 5. a) $a = 7$, $b = 37$; b) $a = 2$, $b = 11$; c) $a = 11$, $b = 5$. 6. a) 11 și 43; 13 și 41; 17 și 37; 23 și 31; b) 61 și 17; 67 și 23; 73 și 29; 97 și 53; c) 19 și 53. 7. 2 și 74. 8. 2 și 369. 9. a) $2 \cdot 11$; b) $3 + 19$; c) $2 + 20$; $7 + 15$; $13 + 9$. 10. 137 și 2. 11. $3 + 97$; $11 + 89$; $17 + 83$; $29 + 71$; $41 + 59$. 12. c) 47; f) 97. 13. a) 4; c) 27; d) 45; e) 57; f) 69. 14. a) $17 = 8 + 9$; b) $23 = 8 + 15 = 9 + 14$; c) $37 = 4 + 33 = 9 + 28 = 10 + 27 = 12 + 25 = 15 + 22 = 16 + 21$; d) $47 = 8 + 39 = 9 + 38 = 12 + 35 = 14 + 33 = 15 + 32 = 20 + 27 = 21 + 26 = 22 + 25$; e) $71 = 6 + 65 = 8 + 63 = 9 + 62 = 14 + 57 = 15 + 56 = 16 + 55 = 20 + 51 = 21 + 50 = 22 + 49 = 25 + 46 = 26 + 45 = 27 + 44 = 32 + 39 = 33 + 38 = 35 + 36$. 15. a) $(a, b) = (7, 29)$; b) $(a, b) \in \{(3, 173); (13, 163); (19, 157); (37, 139); (67, 109); (73, 103); (79, 97)\}$; c) $(a, b) = (2, 37)$; d) $(a, b) = (3, 37)$. 16. 19, 41, 53, 89. 17. 50, 51, 52, 54, 55, 56, 57, 58. 18. a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47; b) 4, 9, 25, 49. 19. a) 251, 521; b) 523; c) 257. 20. a) $x = 3$ și $x = 9$; b) $x = 1$, $x = 3$ și $x = 7$; c) $x = 1$ și $x = 3$; d) $x = 1$ și $x = 7$. 21. $0 + 1 + 2 = 3$. 22. a) $n = 2^4 \cdot (1 + 2 + 2^2) = 2^4 \cdot 7$ și $7 \mid n$; b) Suma conține 2 027 termeni care pot fi grupați câte 3 termeni, adică $2 \cdot (1 + 2 + 2^2) + 2^4 \cdot (1 + 2 + 2^2) + \dots + 2^{2025} \cdot (1 + 2 + 2^2) = 2 \cdot 7 + 2^4 \cdot 7 + \dots + 2^{2025} \cdot 7 = 7 \cdot (2 + 2^4 + \dots + 2^{2025})$ care este divizibil cu 7. 23. a) 7, 11, 13, 77, 91 și cu 143; b) Cum $\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot 1\,000 + \overline{abc} = 1\,001 \cdot \overline{abc} = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot \overline{abc}$, rezultă că $\overline{abcabc}$ este divizibil cu 7, cu 11, cu 13. 24. Pentru fiecare caz, suma cifrelor numărului este 9, deci numărul este divizibil cu 9. 25. $A = 1 + 225 + M_{1\,000} = 226 + M_{1\,000}$ deci ultimele 3 cifre vor fi 226. 26. a) $A = 2\,000\,001$; suma este 3; b) Numărul este divizibil cu 3 conform criteriului de divizibilitate cu 3. 27. $a = 2$, $b = 42$ și $c = 17$. 28. a) $A = (1 + 2) + 2^2(1 + 2) + \dots + 2^{14}(1 + 2) = 3 + 2^2 \cdot 3 + \dots + 2^{14} \cdot 3 = 3 \cdot (1 + 2^2 + \dots + 2^{14})$ este divizibil cu 3; b) $A = (1 + 2 + 2^2 + 2^3) + 2^4(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + 2^8(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + 2^{12}(1 + 2 + 2^2 + 2^3) = 15 + 2^4 \cdot 15 + 2^8 \cdot 15 + 2^{12} \cdot 15 = 15 \cdot (1 + 2^4 + 2^8 + 2^{12})$ este divizibil cu 15. 29. Cum numerele de forma $3n$ sunt divizibile cu 3, deci sunt sigur numere compuse, rezultă că cele prime sunt fie de forma $3n + 1$, fie de forma $3n + 2$. 30. $n = 1$.

5. Recapitulare și sistematizare prin teste

TESTUL 1

I. 1. are numai divizori improprii. 2. suma cifrelor numărului este divizibilă cu 3. 3. ultima cifră a numărului este 0 sau 5. II. 1. C. 2. D. 3. A. III. 1. F. 2. A. 3. F. IV. 1. $\rightarrow$ d); 2. $\rightarrow$ a); 3. $\rightarrow$ b). V. 1. a) 1; b) 3; c) 3. 2. a) 7 150, 7 152, 7 154, 7 156, 7 158; b) 9; c) 102.

TESTUL 2

I. 1. are cel puțin un divizor propriu. 2. ultima cifră a numărului este o cifră pară. 3. suma cifrelor numărului este divizibilă cu 9. II. 1. A. 2. B. 3. B. III. 1. F. 2. F. 3. F. IV. 1. $\rightarrow$ c); 2. $\rightarrow$ a); 3. $\rightarrow$ d). V. 1. a) A; b) A; suma cifrelor numărului este divizibilă cu 3, pentru orice n număr natural; c) A; 1^n și 3^n sunt numere impare, suma lor este un număr par și cum 2^n și 6^n sunt numere pare rezultă că suma tuturor acestor numere este un număr par diferit de 0, adică este un număr compus. 2. a) a este număr par; b) 2 775; c) 1, 2, 4 și 8.

TESTUL 3

I. 1. 1, 2, 3, 4, 6, 12. 2. 23, 67 și 89. 3. ultimele două cifre ale numărului sunt zero. II. 1. C. 2. B. 3. A. III. 1. A. 2. A. 3. A. IV. 1. $\rightarrow$ c); 2. $\rightarrow$ b); 3. $\rightarrow$ a). V. 1. c). 2. a) 1 032, 1 332, 1 632, 1 932; b) Da, deoarece suma este $(20 \cdot 21) : 2 = 210$ și $7 \mid 210$; c) 1 700, 2 600, 3 500, 1 722, 2 622, 3 522, 1 744, 2 644, 3 544, 1 766, 2 666, 3 566, 1 788, 2 688, 3 588.

CAPITOLUL: FRACȚII ORDINARE. FRACȚII ZECIMALE

Unitatea: FRACȚII ORDINARE

1. Frații ordinare. Reprezentarea fracțiilor prin desene

1. a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{5}{4}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{4}{5}$; e) $\frac{3}{2}$; f) $\frac{8}{10}$; g) $\frac{3}{6}$; h) $\frac{7}{2}$; i) $\frac{9}{3}$. 2. a) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}$; b) $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{6}, \frac{2}{6}, \frac{4}{12}$. 3. $\frac{1}{2}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{6}, \frac{8}{12}$. 4. a) ; b) ; c) 

- d) ; e) ; f) ; g) ; h) ;
- i) ; j) . 5. 17, 23, 7, 29, 57, 19. 7. a) 5; b) 15; c) 25. 8. a) $\frac{1}{60}$; b) $\frac{1}{6}$; c) $\frac{3}{4}$; d) $\frac{1}{3}$; e) $\frac{5}{6}$;
- f) $\frac{3}{2}$. 9. a) $\frac{1}{7}$; b) $\frac{3}{7}$; c) $\frac{5}{7}$; d) $\frac{28}{7}$. 10. a) $\frac{1}{12}$; b) $\frac{4}{12}$; c) $\frac{6}{12}$. 11. $\frac{1}{2}, \frac{1}{7}, \frac{3}{2}, \frac{3}{7}, \frac{5}{2}, \frac{5}{7}$. 12. $\frac{1}{18}, \frac{2}{18}, \frac{3}{18}, \frac{6}{18}, \frac{9}{18}, \frac{18}{8}$.
13. a) $\frac{9}{16}, \frac{18}{25}, \frac{29}{36}, \frac{42}{49}, \frac{57}{64}, \frac{74}{81}$; b) $\frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{5}{10}, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}$; c) $\frac{12}{17}, \frac{42}{47}, \frac{72}{77}$. 14. a) 10; b) 6; c) 15. 15. a) 2; b) 2; c) 4.
16. $\frac{13}{31}, \frac{11}{37}, \frac{13}{37}, \frac{17}{31}, \frac{19}{31}, \frac{19}{37}$. 17. 1, 2, 3, 6, 9, 18. 18. $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{1}, \frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{3}{3}$. 19. $\frac{30}{47}, \frac{35}{47}$. 20. $\frac{3}{35}, \frac{3}{45}, \frac{3}{55}, \frac{3}{65}, \frac{3}{75}$.
21. $\frac{200}{351}, \frac{220}{351}, \frac{230}{351}, \frac{240}{351}, \frac{250}{351}, \frac{260}{351}, \frac{270}{351}, \frac{280}{351}, \frac{290}{351}, \frac{200}{354}, \frac{210}{354}, \frac{220}{354}, \frac{230}{354}, \frac{250}{354}, \frac{260}{354}, \frac{270}{354}, \frac{280}{354}, \frac{290}{354}, \frac{200}{357}, \frac{210}{357}, \frac{220}{357}, \frac{230}{357}, \frac{240}{357}, \frac{250}{357}, \frac{260}{357}, \frac{280}{357}, \frac{290}{357}$. 22. $x - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3$. Analog celelalte: $x \in \mathbb{N}; x \neq 0; x \neq 12; x \neq 1; x \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\};$
- $x \neq 2$. 23. a) a este egal cu 3, 4, 5, 6, 7, 8 sau 9; $a = 3 \Rightarrow x = \frac{3-1}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; $a = 4 \Rightarrow x = \frac{4-1}{4+1} = \frac{3}{5}$; $a = 5 \Rightarrow x = \frac{5-1}{5+1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$;
- $a = 6 \Rightarrow x = \frac{6-1}{6+1} = \frac{5}{7}$; $a = 7 \Rightarrow x = \frac{7-1}{7+1} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$; $a = 8 \Rightarrow x = \frac{8-1}{8+1} = \frac{7}{9}$; $a = 9 \Rightarrow x = \frac{9-1}{9+1} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$. Rezultă fracțiile
- $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{3}{4}, \frac{7}{9}, \frac{4}{5}$; b) $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}$. 24. Pentru $n = 1 \Rightarrow a_1 = \frac{2^1-1}{2^1+1} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$. Analog $a_2 = \frac{2^2-1}{2^2+1} = \frac{4-1}{4+1} = \frac{3}{5}$;
- $a_3 = \frac{2^3-1}{2^3+1} = \frac{7}{9}$; $a_{100} = \frac{2^{100}-1}{2^{100}+1}$. 25. a) $\frac{7}{9}, \frac{9}{11}, \frac{11}{13}$; b) Forma generală este $\frac{2n-1}{2n+1}$, $n = 100 \Rightarrow \frac{200-1}{200+1} = \frac{199}{201}$; c) $\frac{2n-1}{2n+1}$.

2. Frații subunitare, echiunitare și supraunitare. Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție

1. a) $\frac{1}{2}, \frac{5}{17}, \frac{24}{31}$; b) $\frac{2}{2}, \frac{7}{7}, \frac{57}{57}$; c) $\frac{29}{7}, \frac{37}{4}, \frac{123}{9}$. 2. a) $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{1}{7}, \frac{15}{17}, \frac{12^0}{5}$; b) $\frac{3^3}{27}, \frac{2^4}{16}$; c) $\frac{17}{4}, \frac{23}{6}, \frac{37}{24}$. 3. $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$.
4. $\frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{2}{6}, \frac{2}{7}, \frac{2}{8}$. 5. a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{2}{3}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}$; b) $\frac{2}{2}$; c) $\frac{5}{2}, \frac{5}{3}$. 6. a) x este egal cu 1, 2, 3 sau 4; b) x este egal cu 0, 1, 2, 3 sau 4; c) x este egal cu 2, 3 sau 4; d) x este mai mare decât 5. 7. $\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}$. 8. a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{2}{6}, \frac{3}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{5}{5}$; b) $\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}$; c) $\frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{1}, \frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}$. 9. a) $\frac{7}{6}, \frac{7}{5}, \frac{7}{4}, \frac{7}{3}, \frac{7}{2}, \frac{7}{1}$; b) $\frac{7}{7}$; c) $\frac{7}{8}, \frac{7}{9}, \frac{7}{10}$.
10. a) $\frac{4}{5}, \frac{4}{6}, \frac{4}{4}$; b) $\frac{4}{4}$; c) $\frac{4}{3}, \frac{4}{2}, \frac{4}{1}$. 11. $\frac{5}{4}, \frac{5}{3}, \frac{5}{2}, \frac{5}{1}$. 12. $\frac{8}{7}, \frac{9}{7}, \frac{10}{7}, \dots, \frac{n}{7}$. 13. a) x este egal cu 5, 4, 3 sau 2; b) x este egal cu 0 sau 1; c) x este egal cu 0, 1, 2; d) x este egal cu 5, 6, 7, ...; e) x este egal cu 2, 3, 4, 5, 6, 14. $\frac{13}{11}, \frac{12}{11}$.
15. $\overline{1x+x2} = 67 \Rightarrow 10 + x + 10x + 2 = 67 \Rightarrow 11x = 55 \Rightarrow x = 5$. 16. a) $\frac{1}{49}, \frac{5}{36}, \frac{11}{25}$; b) $\frac{16}{16}, \frac{4}{4}, \frac{1}{1}$; c) $\frac{23}{9}, \frac{15}{4}, \frac{17}{16}$.
17. a) $\frac{1}{25}, \frac{8}{37}, \frac{27}{49}$; b) $\frac{8}{8}, \frac{27}{27}, \frac{64}{64}$; c) $\frac{8}{3}, \frac{27}{5}, \frac{64}{17}$. 18. $\frac{30}{12}, \frac{30}{42}, \frac{30}{72}, \frac{35}{12}, \frac{35}{42}, \frac{35}{72}$. 19. a) $n > 6$; b) $n = 6$; c) $n < 6$. 20. r este adevărată, iar q și p sunt false. 21. $n = 45$. 22. a) $3\frac{3}{4}$; b) $18\frac{3}{11}$; c) $35\frac{62}{97}$; d) $67\frac{44}{107}$; e) $7\frac{280}{431}$. 23. a) $\frac{119}{29}$; b) $\frac{97}{43}$;
- c) $\frac{650}{57}$; d) $\frac{28\ 760}{701}$; e) $\frac{14\ 402}{119}$. 24. a) $n = 0$; b) $n = 0$; c) nu există; d) 0. 25. a) (0, 0, 1); (0, 0, 2); (0, 1, 0); (0, 2, 0); (1, 0, 0); (2, 0, 0); (0, 1, 1); (1, 1, 0); (1, 0, 1), (2, 1, 1), (1, 2, 1), (1, 1, 2); b) (2, 2, 1), (2, 1, 2), (1, 2, 2); (3, 0, 0), (0, 3, 0), (0, 0, 3).

Cuprins

RECAPITULARE ȘI EVALUARE ÎNȚIALĂ	5
1. Exerciții și probleme recapitulative	5
2. Recapitulare și sistematizare prin teste	10
Test de autoevaluare	13
Capitolul: NUMERE NATURALE	15
Unitatea: NUMERE NATURALE	17
1. Scrierea și citirea numerelor naturale	17
2. Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor. Compararea și ordonarea numerelor naturale. Estimări, aproximări	22
3. Recapitulare și sistematizare prin teste	28
Test de autoevaluare	31
Unitatea: OPERAȚII CU NUMERE NATURALE	33
1. Adunarea numerelor naturale. Proprietăți	33
2. Scăderea numerelor naturale	39
3. Probleme care se rezolvă cu ajutorul operațiilor de adunare și de scădere	42
4. Recapitulare și sistematizare prin teste	46
Test de autoevaluare	49
5. Înmulțirea numerelor naturale; proprietăți. Factor comun	51
6. Împărțirea numerelor naturale	55
7. Teorema împărțirii cu rest. Reguli de calcul	59
8. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor	63
9. Recapitulare și sistematizare prin teste	66
Test de autoevaluare	69
Unitatea: PUTERI	71
1. Puteri cu exponent natural ale unui număr natural	71
2. Compararea și ordonarea puterilor. Reguli de comparare	74
3. Pătratul și cubul unui număr natural. Pătrate perfecte	77
4. Operații cu puteri. Ordinea efectuării operațiilor	81
5. Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2	84
6. Recapitulare și sistematizare prin teste	88
Test de autoevaluare	91
Unitatea: METODE ARITMETICE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR	93
1. Metoda reducerii la unitate	93
2. Metoda comparației	95
3. Metoda figurativă	99
4. Metoda mersului invers	102
5. Metoda falsei ipoteze	105
6. Recapitulare și sistematizare prin teste	108
Test de autoevaluare	111

Unitatea: DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE	113
1. Divizor. Multiplu. Divizor comun. Multiplu comun	113
2. Aplicații ale divizibilității (Numere pare și numere impare)	116
3. Criterii de divizibilitate	118
4. Numere prime. Numere compuse	121
5. Recapitulare și sistematizare prin teste	124
Test de autoevaluare	127
Capitolul: FRACȚII ORDINARE. FRACȚII ZECIMALE	129
Unitatea: FRACȚII ORDINARE	131
1. Frații ordinare. Reprezentarea fracțiilor prin desene	131
2. Frații subunitare, echiunitare și supraunitare. Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție	134
3. Frații echivalente	137
4. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile	139
5. Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare. Compararea și ordonarea fracțiilor ordinare	141
6. Recapitulare și sistematizare prin teste	147
Test de autoevaluare	151
Unitatea: OPERAȚII CU FRACȚII ORDINARE	153
1. Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare	153
2. Înmulțirea fracțiilor ordinare	158
3. Împărțirea fracțiilor ordinare	163
4. Puterea cu exponent natural a unei fracții ordinare	166
5. Frații dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară. Procente	171
6. Recapitulare și sistematizare prin teste	175
Test de autoevaluare	179
PROBLEME DE MATEMATICĂ APLICATĂ ÎN VIAȚA COTIDIANĂ	181
TESTE RECAPITULATIVE	183
PROBLEME DATE LA CONCURSURI ȘCOLARE	192
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	195