

Nume:

Prenume:

Clasă:

Școală:

.....



45

EDITURA PARALELA 45

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a VIII-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Daniel Mitran
Tehnoredactare: Carmen Rădulescu
Pregătire de tipar & design copertă: Marius Badea

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
TUDOR, ION

Matematică : algebră, geometrie : modalități de lucru diferențiate,
pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru : 8 /

Ion Tudor. - Ed. a 4-a, rev.. - Pitești : Paralela 45, 2020

2 vol.

ISBN 978-973-47-3236-4

Partea 2. - 2020. - ISBN 978-973-47-3306-4

51

COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ

EDITURA PARALELA 45
Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,
jud. Argeș, cod 110177

Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918

Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492

E-mail: comenzi@edituraparelela45.ro

sau accesați www.edituraparelela45.ro

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*

E-mail: tipografie@edituraparelela45.ro

Copyright © Editura Paralela 45, 2020

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

www.edituraparelela45.ro

Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea a II-a

8

Ediția a IV-a,
revizuită



Editura Paralela 45

Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebită plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul aplicației MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

Scanează codul QR pentru a accesa aplicația MATE 2000+



ALGEBRĂ

Capitolul II

CALCUL ALGEBRIC ÎN \mathbb{R}

Lecția 1. Adunarea și scăderea fracțiilor algebrice



Citesc și rețin

Adunarea și scăderea fracțiilor algebrice se efectuează la fel ca adunarea și scăderea fracțiilor ordinare.

1. $\frac{A(x)}{B(x)} \pm \frac{C(x)}{B(x)} = \frac{A(x) \pm C(x)}{B(x)}$, $B(x) \neq 0$.

2. $\frac{A(x)}{B(x)} \pm \frac{C(x)}{D(x)}$, $B(x) \neq 0$, $D(x) \neq 0$, se efectuează astfel:

– se aduc la același numitor comun fracțiile algebrice $\frac{A(x)}{B(x)}$ și $\frac{C(x)}{D(x)}$;

– cu fracțiile aduse la același numitor comun se efectuează adunarea (scăderea) ca la punctul 1.

Observație: Proprietățile adunării fracțiilor ordinare se transferă și la adunarea fracțiilor algebrice.



Cum se aplică?

1. Calculați:

a) $\frac{x-1}{4x} + \frac{3x-5}{4x}$;

b) $\frac{3x^2+1}{6x^2} - \frac{x+2}{2x}$.

Soluție:

a) $\frac{x-1}{4x} + \frac{3x-5}{4x} = \frac{x-1+3x-5}{4x} = \frac{4x-6}{4x} = \frac{2(2x-3)}{4x} = \frac{2x-3}{2x}$;

b) $\frac{3x^2+1}{6x^2} - \frac{x+2}{2x} = \frac{3x^2+1}{6x^2} - \frac{3x(x+2)}{6x^2} = \frac{3x^2+1}{6x^2} - \frac{3x^2+6x}{6x^2} = \frac{3x^2+1-(3x^2+6x)}{6x^2} =$
 $= \frac{3x^2+1-3x^2-6x}{6x^2} = \frac{1-6x}{6x^2}$.

2. Calculați: $\frac{4x^2-1}{4x^2-6x} - \frac{6x-1}{6x-9}$.

Soluție:

$$\begin{aligned} \frac{4x^2-1}{4x^2-6x} - \frac{6x-1}{6x-9} &= \frac{4x^2-1}{2x(2x-3)} - \frac{6x-1}{3(2x-3)} = \frac{3(4x^2-1) - 2x(6x-1)}{6x(2x-3)} = \\ &= \frac{12x^2-3-12x^2+2x}{6x(2x-3)} = \frac{2x-3}{6x(2x-3)} = \frac{1}{6x}. \end{aligned}$$

3. Aduceți la forma cea mai simplă expresia $E(x) = \frac{7x+3}{x^2-1} - \frac{x-1}{x^2+x} - \frac{1}{x-x^2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

Soluție:

$$\begin{aligned} E(x) &= \frac{7x+3}{(x-1)(x+1)} - \frac{x-1}{x(x+1)} + \frac{1}{x(x-1)} = \frac{x(7x+3) - (x-1)^2 + x+1}{x(x-1)(x+1)} = \\ &= \frac{7x^2+3x-x^2+2x-1+x+1}{x(x-1)(x+1)} = \frac{6x^2+6x}{x(x-1)(x+1)} = \frac{6x(x+1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{6}{x-1}. \end{aligned}$$



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Calculați:

a) $\frac{4x-1}{5x^4} + \frac{7-6x}{5x^4}$; b) $\frac{6x-5}{7x^2} + \frac{8-3x}{7x^2}$; c) $\frac{7x-2}{2x^3} - \frac{3x-1}{2x^3}$; d) $\frac{6x-5}{4x^2} - \frac{8-2x}{4x^2}$.

b)

2. Calculați:

a) $\frac{7x^2-3x}{x-1} + \frac{x^2-5x}{x-1}$; b) $\frac{2x^2+x}{x+2} + \frac{x^2+5x}{x+2}$;
 c) $\frac{3x^2+x}{x-3} - \frac{x^2+7x}{x-3}$; d) $\frac{5x^2-x}{x+1} - \frac{x^2-5x}{x+1}$.

d)

3. Calculați:

a) $\frac{3x-1}{2x} + \frac{4x+3}{4x}$; b) $\frac{1-6x}{3x} + \frac{2x+1}{9x}$; c) $\frac{4x-7}{3x^2} + \frac{1-6x}{4x^2}$; d) $\frac{7x+8}{5x^2} + \frac{1-4x}{3x^2}$.

d)

4. Calculați:

a) $\frac{4x-3}{4x} - \frac{1-6x}{8x}$; b) $\frac{1-7x}{9x} - \frac{2-4x}{3x}$; c) $\frac{5x+1}{6x^2} - \frac{4x-5}{9x^2}$; d) $\frac{3-4x}{8x^2} - \frac{3x-2}{6x^2}$.

d)

5. Calculați:

a) $\frac{6x-5}{3x} + \frac{1-2x^2}{x^2}$; b) $\frac{x^4+1}{2x^4} + \frac{3-2x}{4x}$; c) $\frac{2x^3-5}{2x^5} + \frac{1-3x}{3x^3}$.

c)

6. Calculați:

a) $\frac{4x-4}{3x} - \frac{8x^3-5}{6x^3}$; b) $\frac{4x+1}{2x^2} - \frac{10x^2+7}{5x^3}$; c) $\frac{2x+7}{4x^2} - \frac{3x^4-5}{6x^5}$.

c)

Exerciții și probleme de dificultate medie

7. Calculați:

$$a) \frac{4-3x^2}{x^2-2x} + \frac{3x-1}{x-2};$$

$$b) \frac{4x+1}{4x-4} + \frac{2-3x^2}{3x^2-3x};$$

$$c) \frac{6x-5}{4x+2} + \frac{7-3x^3}{2x^3+x^2}.$$

8. Calculați:

$$a) \frac{6x^2+1}{4x^2} - \frac{6x+3}{4x+2};$$

$$b) \frac{4x-1}{8x^2} - \frac{3x-1}{6x^2+2x};$$

$$c) \frac{3x-7}{9x^2-3x} - \frac{2x-5}{6x^2}.$$

9. Calculați:

$$a) \frac{5x^2-2x^3}{x^5} - \frac{4x-x^2}{x^4} + \frac{x+4}{x^3};$$

$$b) \frac{2-x}{x^2} + \frac{x^2-5x}{x^3} - \frac{7x-3x^2}{x^4}.$$

10. Calculați:

$$a) \frac{x^2+2}{6x^2-4x} - \frac{x-5}{9x-6} + \frac{x-1}{3x};$$

$$b) \frac{x-3}{6x-3} - \frac{x-2}{6x} + \frac{x^2+2x}{8x^2-4x}.$$

11. Calculați:

$$a) \frac{x}{x^2-6x+9} - \frac{x+3}{x^2-3x};$$

$$b) \frac{2-x}{x^2+2x} + \frac{x}{x^2+4x+4};$$

$$c) \frac{3x-1}{3x^2+x} - \frac{9x}{9x^2+6x+1};$$

$$d) \frac{1-2x}{2x^2+x} + \frac{4x}{4x^2+4x+1}.$$

12. Calculați:

$$a) \frac{3x}{x+2} + \frac{6x+4}{x^2-4} - \frac{2x}{x-2};$$

$$b) \frac{9-15x}{x^2-9} + \frac{4x}{x-3} - \frac{3x}{x+3};$$

$$c) \frac{4x}{x-5} - \frac{4x^2+10x}{x^2-25} + \frac{x}{x+5};$$

$$d) \frac{3x}{2x+1} + \frac{x-2}{1-2x} - \frac{4x+1}{4x^2-1}.$$

13. Calculați:

$$a) \frac{4x+8}{x^2-9} - \frac{x+1}{x^2+3x} - \frac{3x}{x^2-3x};$$

$$b) \frac{1-x}{x^2+2x} + \frac{x-3}{2x-x^2} + \frac{2x}{x^2-4}.$$

14. Aduceți la forma cea mai simplă expresiile:

$$a) E(x) = \frac{x+1}{4x^2-1} - \frac{x^2+2}{2x^3+x^2} + \frac{x+5}{x^2-2x^3}, \text{ unde } x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2} \right\};$$

$$b) E(x) = \frac{x^3+4}{3x^4-2x^3} + \frac{6x-1}{4-9x^2} + \frac{x^3-1}{3x^4+2x^3}, \text{ unde } x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{2}{3}, 0, \frac{2}{3} \right\}.$$

15. Aduceți la forma cea mai simplă expresiile:

$$a) E(x) = \frac{13x}{x^2-6x+9} - \frac{x-1}{x^2-9} + \frac{2x}{x+3}, \text{ unde } x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\};$$

$$b) E(x) = \frac{15x}{x^2+4x+4} + \frac{x+1}{x^2-4} - \frac{4x}{x-2}, \text{ unde } x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}.$$

Exerciții și probleme de dificultate avansată

16. Se consideră expresia $E(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{(x-1)^3 - (x-1)} - \frac{x^2 - 3}{x^2 - 1} + \frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{(x+1)^3 - (x+1)}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Arătați că $E(x)$ nu depinde de x pentru orice x din domeniul de definiție.

17. Fie a , b și c lungimile laturilor unui triunghi. Știind că $\frac{a-b}{c} + \frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b} = 0$, arătați că triunghiul este isoscel.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Calculați:

a) $\frac{5x^2 - x}{x-4} - \frac{4x^2 + 3x}{x-4}$;

b) $\frac{2x+1}{6x} + \frac{4-x}{3x-9}$.

(3p) 2. Calculați $\frac{x+1}{2x^2-x} - \frac{2x+3}{4x^2-1} + \frac{1}{x}$.

(3p) 3. Se consideră expresia $E(x) = \frac{x+3}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{x-3}{x^2-2x+1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

Aduceți expresia $E(x)$ la forma cea mai simplă.

Lecția 2. Înmulțirea fracțiilor algebrice



Citesc și rețin

Înmulțirea fracțiilor algebrice $\frac{A(x)}{B(x)}$ și $\frac{C(x)}{D(x)}$, $B(x) \neq 0$, $D(x) \neq 0$, se efectuează

astfel: $\frac{A(x)}{B(x)} \cdot \frac{C(x)}{D(x)} = \frac{A(x) \cdot C(x)}{B(x) \cdot D(x)}$.

Observație: Proprietățile înmulțirii fracțiilor ordinare se transferă și la înmulțirea fracțiilor algebrice.



Cum se aplică?

1. Efectuați următoarele înmulțiri:

a) $\frac{x+2}{3x^3} \cdot \frac{4x+1}{x-2x^2}$;

b) $\frac{x-1}{x+3} \cdot \frac{x+1}{x+3}$.

GEOMETRIE

Capitolul I

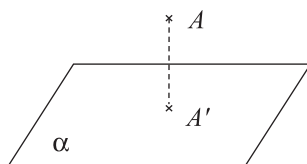
ELEMENTE ALE GEOMETRIEI ÎN SPAȚIU

Lecția 1. Proiecții de puncte, de segmente și de drepte



Citesc și rețin

Definiție: Proiecția unui punct exterior unui plan pe planul respectiv este piciorul perpendicularei construite din punctul respectiv pe acel plan.



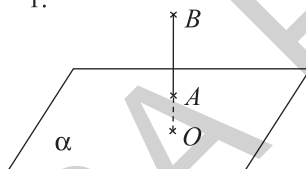
Notăm $\text{pr}_\alpha A = A'$.

Proiecția unui segment: Proiecția segmentului AB pe planul α este segmentul $A'B'$, ale cărui extremități sunt proiecțiile extremităților segmentului dat pe planul α .

Observație: Proiecția segmentului AB pe planul α este:

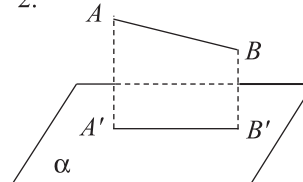
1. un punct, dacă dreapta suport a segmentului este perpendiculară pe planul α ;
2. un segment, dacă dreapta suport a segmentului nu este perpendiculară pe planul α .

1.



Notăm $\text{pr}_\alpha AB = O$.

2.



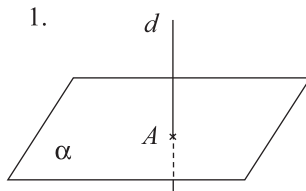
Notăm $\text{pr}_\alpha AB = A'B'$.

Proiecția unei drepte: Proiecția dreptei d pe planul α este dreapta determinată de proiecțiile pe planul α a două puncte diferite ale dreptei d .

Observație: Proiecția dreptei d pe planul α este:

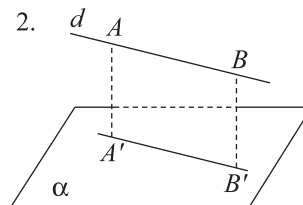
1. un punct, dacă dreapta d este perpendiculară pe planul α ;
2. o dreaptă, dacă dreapta d nu este perpendiculară pe planul α .

1.



Notăm $\text{pr}_\alpha d = A$.

2.



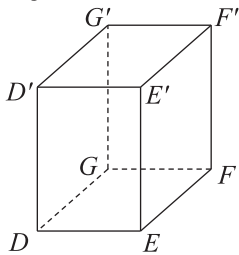
Notăm $\text{pr}_\alpha d = A'B'$.



Cum se aplică?

1. Se consideră prisma patrulateră regulată $DEFGD'E'F'G'$. Determinați:
- $\text{pr}_{(DEF)} D'$;
 - $\text{pr}_{(D'DG)} F'$.

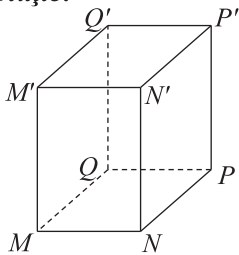
Soluție:



- Deoarece $D'D \perp (DEF)$, rezultă că proiecția punctului D' pe planul (DEF) este punctul D ;
- Deoarece $F'G' \perp (D'DG)$, rezultă că proiecția punctului F' pe planul $(D'DG)$ este punctul G' .

2. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $MNPQM'N'P'Q'$. Determinați:
- $\text{pr}_{(MNP)} N'P'$;
 - $\text{pr}_{(M'MN)} NQ'$.

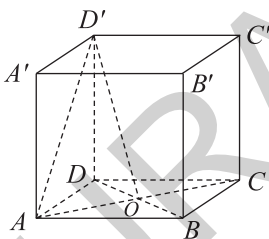
Soluție:



- Observăm că $\text{pr}_{(MNP)} N' = N$ și $\text{pr}_{(MNP)} P' = P$, deci $\text{pr}_{(MNP)} N'P' = NP$;
- Observăm că $\text{pr}_{(M'MN)} N = N$ și $\text{pr}_{(M'MN)} Q' = M'$, deci $\text{pr}_{(M'MN)} NQ' = M'N$.

3. Se consideră cubul $ABCD A'B'C'D'$ cu muchia de 4 cm. Aflați lungimea proiecției segmentului AD' pe planul $(D'DB)$.

Soluție:



$AC \cap BD = \{O\}$. Deoarece $AC \perp BD$ și $AC \perp D'D$, rezultă că $AC \perp (B'DD)$, prin urmare $\text{pr}_{(D'DB)} A = O$ și, deoarece $\text{pr}_{(D'DB)} D' = D'$, deducem că $\text{pr}_{(D'DB)} AD' = D'O$. În $\triangle D'DO$ cu $\sphericalangle D = 90^\circ$, aplicând teorema lui Pitagora rezultă că $D'O^2 = D'D^2 + DO^2$ și după efectuarea calculelor obținem $D'O = 2\sqrt{6}$ cm.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

- Încercuțiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Dacă proiecția punctului E pe planul θ este punctul T , atunci:
 - $EF \parallel \theta$;
 - $EF \perp \theta$.
- Citiți următoarele notații:
 - $\text{pr}_\alpha A = B$;
 - $\text{pr}_{(ABC)} M = N$;
 - $\text{pr}_\beta P = E$.

3. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Dacă proiecția segmentului MN pe planul β este segmentul PQ , atunci:

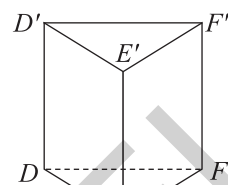
- A. $MN \not\perp \beta$; B. $MN \perp \beta$.

4. Citiți următoarele notații:

- a) $\text{pr}_{\alpha} AB = PQ$; b) $\text{pr}_{(ABC)} EF = G$; c) $\text{pr}_{\theta} MN = AB$.

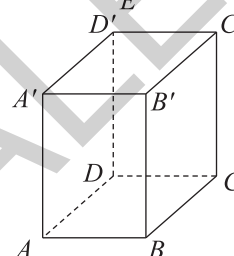
5. În figura alăturată este reprezentată prisma triunghiulară regulată $DEFD'E'F'$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor următoare:

- a) $\text{pr}_{(DEF)} D' = D$;
 b) $\text{pr}_{(DEF)} E' = F$;
 c) $\text{pr}_{(D'E'F')} F = F'$.



6. În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul $ABCD A'B'C'D'$. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect:

- a) $\text{pr}_{(ABC)} A' = \dots\dots\dots$;
 b) $\text{pr}_{(ABC)} C' = \dots\dots\dots$;
 c) $\text{pr}_{(A'B'C')} B = \dots\dots\dots$.

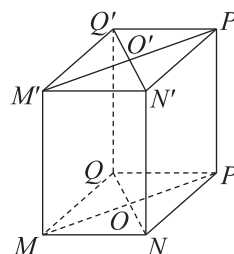


7. Pentru paralelipipedul $ABCD A'B'C'D'$ reprezentat în figura de la problema anterioară, completați spațiile punctate cu răspunsul corect:

- a) $\text{pr}_{(A'AD)} B = \dots\dots\dots$; b) $\text{pr}_{(C'CD)} A = \dots\dots\dots$;
 c) $\text{pr}_{(A'AB)} C' = \dots\dots\dots$; d) $\text{pr}_{(B'BC)} D' = \dots\dots\dots$.

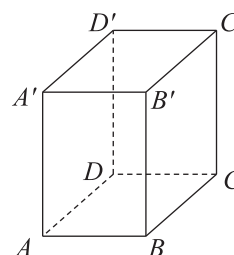
8. În figura alăturată este reprezentată prisma patrulateră regulată $MNPQM'N'P'Q'$, unde $MP \cap NQ = \{O\}$ și $M'P' \cap N'Q' = \{O'\}$. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $\text{pr}_{(N'NQ)} M = N$;
 b) $\text{pr}_{(M'MP)} N = O$;
 c) $\text{pr}_{(Q'QN)} P' = O'$;
 d) $\text{pr}_{(M'MP)} Q' = O'$.



9. În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $\text{pr}_{(ABC)} A'B' = AB$;
 b) $\text{pr}_{(A'B'C')} BC = B'C'$;
 c) $\text{pr}_{(ABC)} A'C' = AC$;
 d) $\text{pr}_{(A'B'C')} BD = B'D'$.



10. Pentru paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ reprezentat în figura de la problema anterioară, completați spațiile punctate cu răspunsul corect:

- a) $\text{pr}_{(A'B'C')} BC' = \dots\dots\dots$; b) $\text{pr}_{(ABC)} D'B = \dots\dots\dots$;
 c) $\text{pr}_{(A'AD)} A'C = \dots\dots\dots$; d) $\text{pr}_{(B'BC)} B'D = \dots\dots\dots$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Se consideră cubul $ABCD A'B'C'D'$. Determinați:
a) $\text{pr}_{(D'DB)} A'D'$; b) $\text{pr}_{(A'AC)} AB$; c) $\text{pr}_{(B'BD)} B'C$; d) $\text{pr}_{(A'AC)} AD'$.
12. Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată cu vârful în V , care are muchia bazei de $4\sqrt{2}$ cm și muchia laterală de 5 cm. Calculați:
a) lungimea proiecției segmentului AD pe planul (VBD) ;
b) lungimea proiecției segmentului VB pe planul (VAC) .
13. Fie $ABCD$ un tetraedru regulat cu muchia de 6 cm, în care notăm cu M mijlocul muchiei CD . Calculați:
a) lungimea proiecției segmentului AB pe planul (BCD) ;
b) lungimea proiecției segmentului AD pe planul (ABM) .
14. Se consideră cubul $ABCD A'B'C'D'$ cu muchia de $6\sqrt{2}$ cm. Aflați:
a) lungimea proiecției segmentului $D'B$ pe planul $(A'AD)$;
b) lungimea proiecției segmentului BC' pe planul $(B'BD)$.
15. În prisma patrulateră regulată $ABCD A'B'C'D'$, care are muchia bazei de 8 cm și înălțimea de $2\sqrt{7}$ cm, notăm cu M mijlocul muchiei $A'B'$.
a) Calculați lungimea proiecției segmentului AM pe planul $(A'AC)$.
b) Calculați lungimea proiecției segmentului CM pe planul $(B'BD)$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

16. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$. Dacă punctul B' se proiectează pe planul $(A'BC')$ în centrul de greutate al triunghiului $A'BC'$, arătați că $ABCD A'B'C'D'$ este cub.
17. Arătați că o piramidă patrulateră regulată are muchia bazei egală cu muchia laterală, dacă și numai dacă centrul bazei se proiectează pe planul unei fețe laterale în centrul cercului circumscris acesteia.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) 1. Se consideră cubul $ABCD A'B'C'D'$. Determinați:
a) $\text{pr}_{(ABC)} D'$; b) $\text{pr}_{(B'BC)} A'$; c) $\text{pr}_{(B'BD)} C$.
- (3p) 2. Se consideră prisma patrulateră regulată $MNPQM'N'P'Q'$. Determinați:
a) $\text{pr}_{(MNP')} PQ$; b) $\text{pr}_{(N'NP')} MP$; c) $\text{pr}_{(N'NQ')} MQ'$.
- (3p) 3. În piramida triunghiulară regulată $VABC$, cu vârful în V , construim înălțimea VO , $O \in (ABC)$. Știind că piramida are muchia bazei de $4\sqrt{2}$ cm și muchia laterală de 6 cm, calculați lungimea proiecției muchiei VB pe planul (VAO) .

Cuprins

ALGEBRĂ

CAPITOLUL II. CALCUL ALGEBRIC ÎN \mathbb{R}

Lecția 1. Adunarea și scăderea fracțiilor algebrice.....	5
Lecția 2. Înmulțirea fracțiilor algebrice.....	9
Lecția 3. Împărțirea fracțiilor algebrice.....	13
Lecția 4. Ridicarea la putere cu exponent natural a fracțiilor algebrice	17
Lecția 5. Ordinea efectuării operațiilor cu fracții algebrice și folosirea parantezelor.....	20
Lecția 6. Ecuații de forma $ax^2 + bx + c = 0$, $x, a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$	27
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	32
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	34

CAPITOLUL III. FUNCȚII

Lecția 7. Noțiunea de funcție. Funcții definite pe mulțimi finite	37
Lecția 8. Graficul unei funcții. Reprezentarea geometrică a graficului unor funcții numerice	42
Lecția 9. Funcții de forma $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$. Interpretare geometrică. Lecturi grafice	47
Lecția 10. Funcții de forma $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ și $D \subset \mathbb{R}$. Lecturi grafice.....	53
Lecția 11. Elemente de statistică.....	56
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	60
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	61
<i>Probleme din realitatea cotidiană</i>	63

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. ELEMENTE ALE GEOMETRIEI ÎN SPAȚIU

Lecția 1. Proiecții de puncte, de segmente și de drepte	66
Lecția 2. Unghiul dintre o dreaptă și un plan. Lungimea proiecției unui segment	70
Lecția 3. Teorema celor trei perpendiculare. Calculul distanței de la un punct la o dreaptă	74
Lecția 4. Unghi plan corespunzător diedrului. Unghiul dintre două plane.....	79
Lecția 5. Plane perpendiculare	84
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	88
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	89

CAPITOLUL II. ARII ȘI VOLUME ALE UNOR CORPURI GEOMETRICE

II.1. POLIEDRE

Lecția 6. Prisma regulată.....	91
Lecția 7. Paralelipipedul dreptunghic.....	98
Lecția 8. Cubul.....	103
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	107
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	108

Lecția 9. Piramida regulată.....	110
Lecția 10. Trunchiul de piramidă regulată	118
Teste de evaluare sumativă	125
Fișă pentru portofoliul elevului.....	126
II.2. CORPURI ROTUNDE	
Lecția 11. Cilindrul circular drept	128
Lecția 12. Conul circular drept.....	132
Lecția 13. Trunchiul de con circular drept	138
Lecția 14. Sfera	143
Teste de evaluare sumativă	148
Fișă pentru portofoliul elevului.....	149
Probleme din realitatea cotidiană.....	151
MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL AL II-LEA.....	155
TESTE DE EVALUARE FINALĂ.....	158
MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ	161
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI.....	188