

Nume:

Prenume:

Clasă:

Școală:

.....

EDITURA PARALELA 45

Colecția **MATE 2000 +**
Inițiere, ameliorare și dezvoltare

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programă școlară în vigoare pentru clasa a VII-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Ramona Rossall
Tehnoredactare: Iuliana Ene
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
TUDOR, ION

Matematică : algebră, geometrie : modalități de lucru diferențiate,
pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru : 7 /

Ion Tudor. - Ed. a 3-a, reviz. și adăug.. - Pitești : Paralela 45, 2019

2 vol.

ISBN 978-973-47-2999-9

Partea 2. - 2019. - ISBN 978-973-47-3090-2

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2019

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea a II-a

7

Ediția a III-a,
revizuită și adăugită

ÎNVĂȚARE DE INIȚIERE[®]

sustinere, remediere



Editura Paralela 45

ALGEBRĂ

Capitolul II

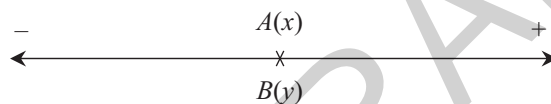
ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE

Lecția 1. Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă. Identități



Citesc și rețin

Numerele reale x și y sunt egale, dacă punctele de pe axa numerelor care au coordonatele x , respectiv y sunt identice ($A(x) = B(y)$).



Pe mulțimea numerelor reale, relația de egalitate are următoarele proprietăți:

1. Reflexivitate: $x = x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
2. Simetrie: dacă $x = y$, atunci și $y = x$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
3. Tranzitivitate: dacă $x = y$ și $y = z$, atunci $x = z$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$.

În \mathbb{R} , o egalitate se transformă într-o egalitate echivalentă, dacă:

– se adună sau se scade din ambii membri ai egalității același termen:

$$x = y \Leftrightarrow x + z = y + z; x = y \Leftrightarrow x - z = y - z;$$

– se înmulțesc sau se împart ambii membri ai egalității cu același factor nenul:

$$x = y \Leftrightarrow x \cdot z = y \cdot z; x = y \Leftrightarrow x : z = y : z.$$

De asemenea, dacă se adună, se scad, se înmulțesc sau se împart membru cu membru două egalități, se obține tot o egalitate.

Dacă $x = y$ și $z = t$, atunci $x + z = y + t$, $x - z = y - t$, $x \cdot z = y \cdot t$ și $x : z = y : t$ ($z \neq 0$, $t \neq 0$).



Cum se aplică?

1. Știind că $x, y \in \mathbb{R}$, astfel încât $x = y$, arătați că $x \cdot 2\sqrt{3} - 31 = y \cdot 2\sqrt{3} - 31$.

Soluție:

$$x = y \Leftrightarrow x \cdot 2\sqrt{3} = y \cdot 2\sqrt{3} \Leftrightarrow x \cdot 2\sqrt{3} - 31 = y \cdot 2\sqrt{3} - 31.$$

2. Se consideră numerele reale a , b , c și d , care îndeplinesc condițiile $4a = 3b$ și $25c = 10d$. Arătați că $12a - 5c = 9b - 2d$.

Soluție:

$$4a = 3b \Leftrightarrow 3 \cdot 4a = 3 \cdot 3b \Leftrightarrow 12a = 9b; \quad 25c = 10d \Leftrightarrow 25c : 5 = 10d : 5 \Leftrightarrow 5c = 2d.$$

Din $12a = 9b$ și $5c = 2d$ rezultă că $12a - 5c = 9b - 2d$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Dacă $x, y \in \mathbb{R}$, astfel încât $x = y$, stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $x + 3 = y + 3$;

b) $x - 8 = y - 8$;

c) $x - 1, (3) = y - 1, (3)$;

d) $x + \sqrt{2} = \sqrt{2} + y$.

2. Dacă $x, y \in \mathbb{R}$, astfel încât $x = y$, stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $x \cdot 27 = y \cdot 27$;

b) $x : \sqrt{5} = y : \sqrt{5}$;

c) $x \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot y$;

d) $x : (-23) = y : (-23)$.

3. Dacă x și y sunt două numere reale care îndeplinesc condiția $24x = 36y$, arătați că:

a) $6x = 9y$;

b) $4x = 6y$;

c) $2x = 3y$.

c)

4. Dacă x și y sunt două numere reale, astfel încât $x = y$, arătați că:

a) $x \cdot \frac{1}{2} + 53 = y \cdot \frac{1}{2} + 53$;

b) $x \cdot \sqrt{2} - 41 = y \cdot \sqrt{2} - 41$.

b)

5. Se consideră numerele reale z și t , care îndeplinesc condiția $2z = 5t$. Arătați că:

a) $20z = 50t$;

b) $\frac{z}{5} = \frac{t}{2}$;

c) $2\sqrt{7}z = 5\sqrt{7}t$.

b)

Exerciții și probleme de dificultate medie

6. Se consideră numerele $x, y \in \mathbb{R}$, cu proprietatea $6x = 2\sqrt{3}y$. Arătați că:

a) $2\sqrt{3}x = 2y$; b) $\sqrt{3}x = y$; c) $\sqrt{6}x = \sqrt{2}y$.

7. Dacă a, b, c și d sunt numere reale care îndeplinesc condițiile $10a = 15b$ și $35c = 28d$, arătați că $2a + 5c = 3b + 4d$.

8. Se consideră numerele $a, b \in \mathbb{R}$, care îndeplinesc condițiile $\sqrt{3}a^3 = \sqrt{6}b$ și $2\sqrt{3}a = \sqrt{6b^3}$. Arătați că $|a| = |b|$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

9. Se consideră numerele $a, b, c \in \mathbb{R}^*$, care îndeplinesc condițiile $a + b + c = 1$ și

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = 0. \text{ Arătați că } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3.$$

10. Se consideră numerele $x, y, z \in \mathbb{R}$, care îndeplinesc condițiile $x \cdot y \cdot z = 1$ și

$$\frac{x^2 + yz}{1 + x^3} + \frac{y^2 + zx}{1 + y^3} + \frac{z^2 + xy}{1 + z^3} = 0. \text{ Arătați că: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0.$$



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Se consideră numerele $x, y \in \mathbb{R}$, astfel încât $x = y$. Arătați că:

a) $x\sqrt{2} - 1 = y\sqrt{2} - 1$; b) $\frac{x}{2} + 3 = \frac{y}{2} + 3$.

(3p) 2. Se consideră numerele reale z și t , care îndeplinesc condiția $\sqrt{10}x = \sqrt{14}y$. Arătați că $\sqrt{5}x + 2 = \sqrt{7}y + 2$.

(3p) 3. Se consideră numerele reale $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, care îndeplinesc condițiile $4a = 5b$ și $14c = 10d$. Arătați că $12a + 7c = 15b + 5d$.

GEOMETRIE

Capitolul III

ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR

Lecția 1. Segmente proporționale. Teorema paralelelor echidistante



Citesc și rețin

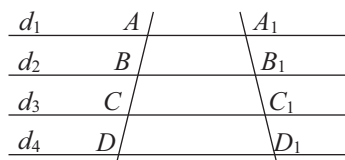
Definiție: Raportul a două segmente este **raportul lungimilor** lor exprimate în aceleași unități de măsură.

Definiție: Segmentele $[A_1B_1]$, $[A_2B_2]$, ..., $[A_nB_n]$ și $[E_1F_1]$, $[E_2F_2]$, ..., $[E_nF_n]$ se numesc **proporționale** dacă rapoartele lungimilor lor, exprimate cu aceleași unități de măsură, formează șirul de rapoarte egale:

$$\frac{A_1B_1}{E_1F_1} = \frac{A_2B_2}{E_2F_2} = \dots = \frac{A_nB_n}{E_nF_n}.$$

Teorema paralelelor echidistante: Dacă trei sau mai multe drepte paralele determină pe o secantă segmente congruente, atunci acestea determină pe orice secantă segmente congruente.

$$d_1 \parallel d_2 \parallel d_3 \parallel d_4, [AB] \equiv [BC] \equiv [CD] \Rightarrow \\ \Rightarrow [A_1B_1] \equiv [B_1C_1] \equiv [C_1D_1].$$



Cum se aplică?

1. Determinați raportul segmentelor $[AB]$ și $[EF]$ cu lungimile de 4 cm, respectiv 140 mm.

Soluție:

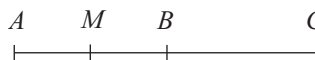
Exprimăm lungimea segmentului $[EF]$ în centimetri: $EF = 140 \text{ mm} = 140 : 10 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$, deci $\frac{AB}{EF} = \frac{4 \text{ cm}}{14 \text{ cm}} = \frac{2}{7}$.

2. Pe o dreaptă considerăm punctele A , B și C , în această ordine, astfel încât $[AB] \equiv [BC]$ și notăm cu M mijlocul segmentului $[AB]$. Arătați că segmentele $[AM]$, $[MB]$, $[AB]$ și $[BC]$ sunt proporționale.

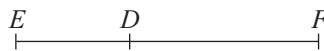
Soluție:

Notăm $AB = 2x$, deci $BC = 2x$, $AM = x$ și $MB = x$;

$$\frac{AM}{AB} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \text{ și } \frac{MB}{BC} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}, \text{ prin urmare } \frac{AM}{AB} = \frac{MB}{BC}.$$



3. Se consideră segmentul $[EF]$ și punctul $D \in (EF)$, astfel încât $\frac{DE}{DF} = \frac{3}{5}$. Aflați rapoartele: $\frac{DF}{DE}$, $\frac{DE}{EF}$ și $\frac{EF}{DF}$.



Soluție:

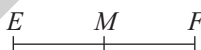
Deoarece $\frac{DE}{DF} = \frac{3}{5}$, rezultă că $\frac{DF}{DE} = \frac{5}{3}$. În continuare aplicăm proprietățile proporțiilor derivate cu alți termeni: $\frac{DE}{DF} = \frac{3}{5}$, deci $\frac{DE}{DE + DF} = \frac{3}{3 + 5}$, așadar $\frac{DE}{EF} = \frac{3}{8}$; $\frac{DE}{DF} = \frac{3}{5}$, deci $\frac{DE + DF}{DF} = \frac{3 + 5}{5}$, așadar $\frac{EF}{DF} = \frac{8}{5}$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. În figura alăturată este reprezentat segmentul $[EF]$ și punctul M , mijlocul acestuia. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:



- a) $\frac{EM}{EF} = \frac{1}{2}$; b) $\frac{EM}{MF} = 1$; c) $\frac{EF}{EM} = 2$; d) $\frac{FM}{FE} = \frac{1}{3}$.

2. În figura alăturată este reprezentat segmentul $[MN]$ și punctele P și Q interioare acestuia, astfel încât $[MP] \equiv [PQ] \equiv [QN]$. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.



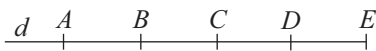
- a) $\frac{MP}{MN} = \dots$; b) $\frac{MQ}{MN} = \dots$; c) $\frac{MQ}{PN} = \dots$; d) $\frac{NQ}{NP} = \dots$.

3. Determinați raportul segmentelor $[AB]$ și $[CD]$ în următoarele cazuri:

- a) $AB = 12$ cm și $CD = 18$ cm; b) $AB = 36$ dm și $CD = 24$ dm;
c) $AB = 32$ dm și $CD = 40$ dm; d) $AB = 63$ cm și $CD = 72$ cm.

c)	
d)	

4. În figura alăturată, pe dreapta d au fost construite punctele A, B, C, D și E în această ordine, astfel încât $[AB] \equiv [BC] \equiv [CD] \equiv [DE]$. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.



- a) $\frac{AB}{BE} = \dots$; b) $\frac{AC}{BE} = \dots$; c) $\frac{EA}{EB} = \dots$; d) $\frac{DE}{DA} = \dots$.

Cuprins

ALGEBRĂ

CAPITOLUL II. ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE

Lecția 1. Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă. Identități	5
Lecția 2. Ecuatii de forma $ax + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, $x \in \mathbb{R}$	8
Lecția 3. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor	14
Lecția 4. Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute	19
Lecția 5. Probleme care se rezolvă cu ajutorul sistemelor de două ecuații liniare cu două necunoscute	27
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	32
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	34
<i>Probleme din realitatea cotidiană</i>	36

CAPITOLUL III. ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR

Lecția 6. Produsul cartezian a două mulțimi nevide	38
Lecția 7. Reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale	42
Lecția 8. Distanța dintre două puncte în plan.....	47
Lecția 9. Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice.....	51
Lecția 10. Elemente de statistică matematică. Poligonul frecvențelor.....	56
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	61
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	63
<i>Probleme din realitatea cotidiană</i>	65

GEOMETRIE

CAPITOLUL III. ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR

Lecția 1. Segmente proporționale. Teorema paralelelor echidistante.....	67
Lecția 2. Teorema lui Thales	70
Lecția 3. Reciproca teoremei lui Thales	76
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	80
Lecția 4. Triunghiuri asemenea	82
Lecția 5. Teorema fundamentală a asemănării	85
Lecția 6. Criterii de asemănare a triunghiurilor.....	90
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	96
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	98
<i>Probleme din realitatea cotidiană</i>	99

CAPITOLUL IV. RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHIIUL DREPTUNGHIIC	
Lecția 7. Proiecții ortogonale pe o dreaptă	103
Lecția 8. Teorema înălțimii.....	106
Lecția 9. Teorema catetei.....	110
Lecția 10. Teorema lui Pitagora. Reciproca teoremei lui Pitagora	114
<i>Teste de evaluare sumativă.....</i>	<i>121</i>
Lecția 11. Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic	122
Lecția 12. Rezolvarea triunghiului dreptunghic.....	129
Lecția 13. Calculul elementelor (latură, apotemă, arie) în triunghiul echilateral, în pătrat și în hexagonul regulat.....	136
<i>Teste de evaluare sumativă.....</i>	<i>141</i>
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	<i>143</i>
<i>Probleme din realitatea cotidiană.....</i>	<i>145</i>
MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ.....	148
MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL AL II-LEA	153
TESTE DE EVALUARE FINALĂ	155
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	158