

Nume:

Prenume:

Clasă:

Școală:

.....

EDITURA PARALELA 45

Colecția MATE 2000 +



Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 4696/02.08.2019.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Andreea Roșca, Daniel Mitran

Tehnoredactare: Iuliana Ene

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

ZAHARIA, DAN

Matematică : algebră, geometrie : clasa a VI-a / Dan Zaharia, Maria

Zaharia. - Ed. a 8-a. - Pitești : Paralela 45, 2019

2 vol.

ISBN 978-973-47-3005-6

Partea 2. - 2019. - ISBN 978-973-47-3093-3

I. Zaharia, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2019

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate, iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

Dan ZAHARIA
Maria ZAHARIA

Soluțiile testelor de autoevaluare
pot fi consultate la adresa:
[https://www.edituraparelela45.ro/
download/solutii_teste_de_autoevaluare_
consolidare_clasa6_p2_2019-2020.pdf](https://www.edituraparelela45.ro/download/solutii_teste_de_autoevaluare_consolidare_clasa6_p2_2019-2020.pdf)



matematică

algebră

geometrie

clasa a VI-a

partea a II-a

ediția a VIII-a

mate 2000 – consolidare

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE®

antrenament



Algebră

Capitolul I

Mulțimea numerelor întregi

PP Competențe specifice

- C1. Identificarea caracteristicilor numerelor întregi în contexte variate
- C2. Utilizarea operațiilor cu numere întregi pentru rezolvarea ecuațiilor și a inecuațiilor
- C3. Aplicarea regulilor de calcul și folosirea parantezelor în efectuarea operațiilor cu numere întregi
- C4. Redactarea etapelor de rezolvare a ecuațiilor și a inecuațiilor studiate în mulțimea numerelor întregi
- C5. Interpretarea unor date din probleme care se rezolvă utilizând numerele întregi
- C6. Transpunerea, în limbaj algebric, a unei situații date, rezolvarea ecuației sau inecuației obținute și interpretarea rezultatului

PE-PP 1.1. Număr întreg. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg. Reprezentarea pe axă a numerelor întregi

La televizor sau la radio auziți zilnic „buletinul meteo”.

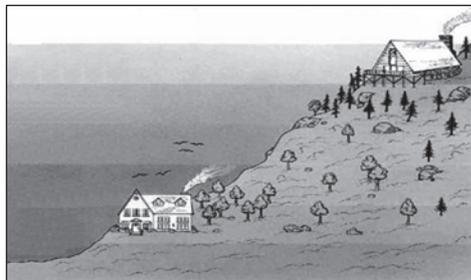
Temperaturile pot fi **pozitive**, **zero** sau **negative**.

- +3° C se citește „plus 3 grade Celsius”
- +28° C se citește „plus 28 de grade Celsius”
- 5° C se citește „minus 5 grade Celsius”
- 14° C se citește „minus 14 grade Celsius”

Temperaturile negative, zero sau pozitive se înregistrează cu ajutorul **termometrului**.

Dacă dorim să știm înălțimea unui munte sau reperaile unei epave de pe fundul oceanului, înseamnă că dorim să știm **altitudinea**. Altitudinea se măsoară luând ca reper **nivelul mării**, care este considerat zero (0) metri.

Vârful unui deal sau înălțimea unui munte se exprimă **printr-un număr precedat de**



semnul „+”, iar un punct de pe fundul unui ocean se exprimă **printr-un număr precedat de semnul „-”**.

În cadrul firmelor comerciale se folosesc noțiunile de **credit**, **debit** și **sold**.

Exemple:

1. În luna septembrie, o firmă a încasat 10 000 lei pe marfa vândută (**creditul** este +10 000 lei) și a cheltuit 5000 lei (**debitul** este -5000 lei). **Soldul** acestei luni este pozitiv, adică +5000 lei, deoarece s-a încasat mai mult cu 5000 lei decât s-a cheltuit.

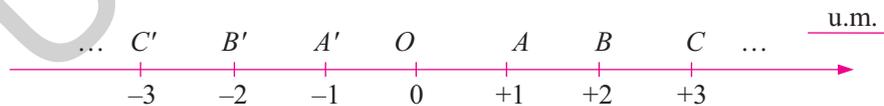
2. În luna octombrie, o firmă a încasat 300 000 lei (**creditul** este +300 000 lei) și a cheltuit 400 000 lei (**debitul** este -400 000 lei). **Soldul** acestei luni este negativ, adică -100 000 lei, deoarece s-a încasat mai puțin cu 100 000 lei decât s-a cheltuit.

În exemplele date s-au întâlnit numere precedate de semnul „+” sau de semnul „-”. Aceste numere sunt **numere întregi**.

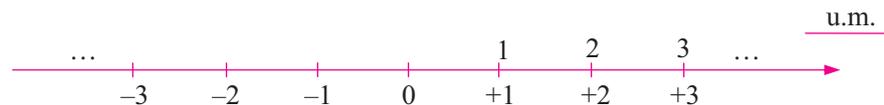
Se numește **număr întreg** numărul natural 0 sau orice număr natural diferit de 0 precedat fie de semnul „+” (plus), fie de semnul „-” (minus).

Observații:

- Mulțimea numerelor întregi se notează cu \mathbb{Z} .
- Mulțimea $\{+1, +2, +3, \dots\}$ este o submulțime a mulțimii numerelor întregi, se notează cu \mathbb{Z}_+^* și se numește **mulțimea numerelor întregi pozitive**.
- Mulțimea $\{-1, -2, -3, \dots\}$ este o submulțime a mulțimii numerelor întregi, se notează cu \mathbb{Z}_-^* și se numește **mulțimea numerelor întregi negative**.
- Mulțimea numerelor întregi negative împreună cu mulțimea numerelor întregi pozitive și cu numărul natural 0 formează mulțimea numerelor întregi, adică, avem: $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_-^* \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+^*$ și notăm $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.
- Mulțimea $\{0; +1; +2; +3; \dots\}$ se numește **mulțimea numerelor întregi nenegative**.
- Se numește **opusul unui număr întreg diferit de zero** acel număr întreg care se obține din numărul întreg considerat prin schimbarea semnului acestuia. Opusul numărului întreg 0 este numărul întreg 0. Opusul numărului întreg +2 este numărul întreg -2, iar opusul numărului întreg -5 este numărul întreg +5.
- Numerele întregi pot fi reprezentate pe axa numerelor. **Axa numerelor** este o dreaptă pe care am fixat: un punct numit **origine**, un **sens pozitiv** și o **unitate de măsură**.



Să reprezentăm pe axa numerelor și numerele naturale.



Se observă că orice număr natural n coincide cu numărul întreg $+n$ și notăm $+n = n$. Astfel, se poate scrie $\mathbb{N}^* = \mathbb{Z}_+$ sau $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

- **Numărul 0 nu este nici pozitiv și nici negativ.**
- **Numerele întregi negative** sunt folosite pentru a descrie: adâncimi sub nivelul mării, temperaturi exprimate în grade Celsius sub limita de îngheț, datorii.

Exemple:

1. În ziua de 2 februarie 2009, la ora 6 dimineața, temperatura a fost de -9°C (minus 9 grade Celsius).
2. În Oceanul Atlantic s-a găsit, la adâncimea de 4375 m, o epavă. Adâncimea poate fi exprimată ca fiind -4375 m, raportată la nivelul mării.
3. Pasul Predeal se află la înălțimea de 1040 m. Altitudinea Pasului Predeal, raportată la nivelul mării, poate fi exprimată ca fiind $+1040$ m.
4. Dacă încasările unei societăți comerciale au fost de 5 milioane lei și plățile au fost de 3 milioane lei, atunci soldul este de 2 milioane lei ($+2$ milioane lei).
5. Dacă încasările unei societăți comerciale au fost de 2 milioane lei și plățile au fost de 3 milioane lei, atunci soldul este negativ (-1 milion lei), adică societatea are o datorie de 1 milion de lei.

Priviți axa numerelor și observați că există puncte egal depărtate de origine. Punctele A și A' , punctele B și B' sunt egal depărtate de originea axei. Dacă două numere nenule corespund pe axă la două puncte egal depărtate de punctul O (originea axei), atunci cele două numere sunt **opuse**.

Exemple:

1. Numerele -1 și 1 corespund punctelor A' și A sunt opuse.
2. Numerele -3 și 3 corespund punctelor C' și C sunt opuse.

În general, dacă notăm cu a un număr natural nenul, atunci:

- **opusul** numărului întreg pozitiv $+a$ este numărul întreg negativ $-a$;
- **opusul** numărului întreg negativ $-a$ este numărul întreg pozitiv $+a$.

Atenție!

- **Opusul** numărului negativ -3 se notează cu $-(-3)$ și este egal cu numărul pozitiv $+3$, adică $-(-3) = +3$.
- **Opusul** numărului pozitiv $+4$ se notează cu $-(+4)$ și este egal cu numărul negativ -4 , adică $-(+4) = -4$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE **Înțelegere** *

1. Completați corect propozițiile:
 - a) Orice număr natural este
 - b) Opusul unui număr întreg diferit de zero este
 - c) Axa numerelor este
2. Reprezentați pe axa numerelor următoarele numere întregi:
 - a) $-5; +1; 0; -1; +2; -4;$
 - b) $-7; +4; -3; 0; +13; -2; +5;$
 - c) $-5; -3; 4; -7; 3; +5;$
 - d) $50; -50; 30; -20; +20; 10; -10; 0.$

Geometrie

Capitolul I Triunghiul

PP Competențe specifice

- C1. Recunoașterea unor elemente de geometrie plană asociate noțiunii de triunghi
- C2. Calcularea unor lungimi de segmente, măsuri de unghiuri în contextul geometriei triunghiului
- C3. Utilizarea criteriilor de congruență și a proprietăților unor triunghiuri particulare pentru determinarea caracteristicilor unei configurații geometrice
- C4. Exprimarea în limbaj geometric simbolic și figurativ a caracteristicilor triunghiurilor și ale liniilor importante în triunghi
- C5. Analizarea unor construcții geometrice în vederea evidențierii unor proprietăți ale triunghiurilor
- C6. Transpunerea, în limbaj specific, a unei situații date legate de geometria triunghiului, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului

PE-PP 1.1. Triunghi. Definiție. Elemente. Clasificare. Perimetrul triunghiului

Definiție: Fiind date trei puncte necoliniare A, B, C , se numește **triunghi determinat de punctele A, B, C** mulțimea formată de cele trei puncte, împreună cu mulțimea tuturor punctelor segmentelor AB, BC și CA . (fig. 1).

Observații:

- Triunghiul este o mulțime de puncte din plan, adică o **figură geometrică**, care are trei laturi, trei vârfuri și trei unghiuri.
- Triunghiul determinat de punctele A, B, C se poate nota $\triangle ABC$, $\triangle ACB$, $\triangle BAC$, $\triangle BCA$, $\triangle CAB$, $\triangle CBA$ (la citirea unui triunghi literele A, B, C pot fi așezate în orice ordine dorim).
- Punctele A, B, C se numesc **vârfurile triunghiului**. Segmentele AB, BC, CA se numesc **laturile triunghiului**. Unghiurile ABC, BCA, CAB se numesc **unghiurile triunghiului**.

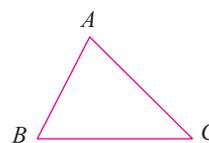


Fig. 1

• În triunghiul ABC , **latura BC se opune unghiului A** și, reciproc, **unghiul A este opus laturii BC** , iar **unghiurile B și C sunt alăturate laturii BC** .

• Pentru lungimile laturilor unui triunghi ABC , se mai folosesc notațiile: $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$.

• Dacă nu există posibilitatea unor confuzii pentru unghiurile triunghiului ABC se pot folosi și notațiile $\sphericalangle ABC = \sphericalangle B$, $\sphericalangle BAC = \sphericalangle A$, $\sphericalangle ACB = \sphericalangle C$.

Definiție: Suma lungimilor laturilor unui triunghi se numește **perimetrul triunghiului**, se notează cu \mathcal{P} și

$$\mathcal{P} = AB + BC + CA.$$

Observație:

• Semisuma lungimilor laturilor unui triunghi se numește **semiperimetrul triunghiului**, se notează cu p , unde $p = \frac{AB + BC + CA}{2}$.

Definiții: • Un punct se numește **interior unui triunghi**, dacă punctul este interior fiecărui unghi al triunghiului.

• Mulțimea tuturor punctelor interioare unui triunghi, se numește **interiorul triunghiului**.

• Un punct care nu se află pe laturile triunghiului și care nu este nici interior triunghiului se numește **punct exterior triunghiului**, iar mulțimea tuturor punctelor exterioare unui triunghi formează **exteriorul triunghiului**.

Definiție: Un triunghi care are laturile de lungimi diferite se numește **triunghi scalen** (fig. 2).

Observații:

• Triunghiul scalen se mai poate defini ca un triunghi în care oricare două laturi nu sunt congruente.

• În figura 2, $AB = 3$ cm, $AC = 2$ cm și $BC = 2,5$ cm.

Definiție: Un triunghi cu două laturi congruente se numește **triunghi isoscel**, iar cea de-a treia latură se numește **baza**¹ **triunghiului isoscel**.

Observații:

• Triunghiul ABC din figura 3 este isoscel.

• Laturile congruente sunt AB și AC ($AB = AC$)

• Latura BC este baza triunghiului isoscel ABC .

Definiție: Un triunghi cu toate laturile congruente se numește **triunghi echilateral**.

Observații:

• Triunghiul ABC din figura 4 este triunghi echilateral.

• Toate laturile sunt congruente $AB = AC = BC$.

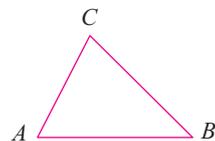


Fig. 2

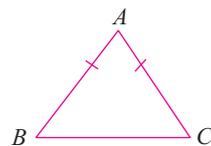


Fig. 3

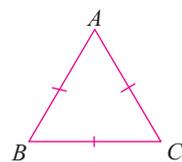


Fig. 4

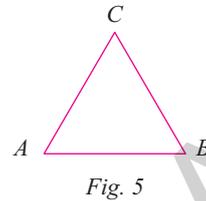
¹ Foarte probabil că denumirea de „bază” provine din preferința de a desena triunghiul isoscel cu „bază în jos”. Desigur, această preferință nu impune din punct de vedere geometric nimic. De altfel, și în această carte apar frecvent triunghiuri isoscele „cu baza în sus”.

• Un triunghi echilateral este totodată triunghi isoscel, oricare două dintre laturile lui sunt congruente ($AB = AC$, $AB = BC$, $AC = BC$).

Definiție: Un triunghi care are toate unghiurile ascuțite se numește **triunghi ascuțitunghic**.

Observații:

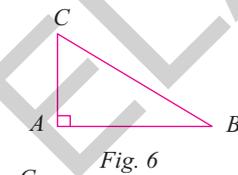
- Triunghiul ABC din figura 5 este triunghi ascuțitunghic.
- Toate unghiurile triunghiului sunt ascuțite: $A < 90^\circ$, $B < 90^\circ$, $C < 90^\circ$.



Definiție: Un triunghi care are un unghi drept se numește **triunghi dreptunghic**. Laturile care formează unghiul drept se numesc **catete**, iar latura opusă unghiului drept se numește **ipotenuză**.

Observații:

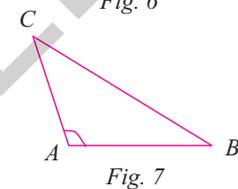
- Triunghiul ABC din figura 6 este triunghi dreptunghic ($\sphericalangle A = 90^\circ$).
- AB și AC sunt **catete**, BC este **ipotenuză**.



Definiție: Un triunghi care are un unghi obtuz se numește **triunghi obtuzunghic**.

Observație:

- Triunghiul ABC din figura 7 este triunghi obtuzunghic ($\sphericalangle A > 90^\circ$).

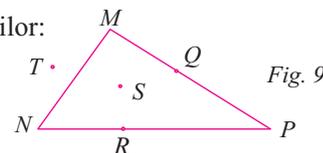
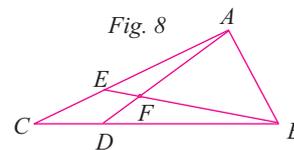


● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Desenați trei puncte necoliniare M, N, P și triunghiul determinat de cele trei puncte. Denumiți vârfurile, laturile și unghiurile triunghiului.
2. Desenați un triunghi ABC și precizați:
 - a) latura opusă unghiului A ;
 - b) unghiul opus laturii AB ;
 - c) unghiurile alăturate laturii BC .
3. Fie patru puncte P, Q, R, H astfel încât oricare trei sunt necoliniare. Câte triunghiuri determină cele patru puncte? Denumiți aceste triunghiuri.
4. Priviți figura 8. Scrieți apoi:
 - a) triunghiurile din figură care au ca latură comună pe AB ;
 - b) triunghiurile din figură care au ca unghi comun pe $\sphericalangle FBD$;
 - c) numărul triunghiurilor din figură.
5. Urmăriți figura 9 și stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $Q \in \Delta MNP$;	b) $S \in \text{int}(\Delta MNP)$;
c) $R \notin \Delta MNP$;	d) $T \in \text{int}(\Delta MNP)$;
e) $T \notin \text{ext}(\Delta MNP)$;	f) $S \in \text{ext}(\Delta MNP)$.
6. Când spunem că un triunghi este isoscel? Dar echilateral? Dar dreptunghic? Dar obtuzunghic? Dar ascuțitunghic?



Cuprins

ALGEBRĂ

Capitolul I. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI	5
1.1. Număr întreg. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg. Reprezentarea pe axă a numerelor întregi	5
1.2. Modulul unui număr întreg. Compararea și ordonarea numerelor întregi	10
Recapitulare și sistematizare prin teste	14
<i>Test de autoevaluare</i>	15
1.3. Adunarea numerelor întregi. Scăderea numerelor întregi	17
1.4. Proprietățile adunării numerelor întregi	20
Recapitulare și sistematizare prin teste	23
<i>Test de autoevaluare</i>	25
1.5. Înmulțirea numerelor întregi. Proprietăți	27
1.6. Împărțirea numerelor întregi	32
Recapitulare și sistematizare prin teste	35
<i>Test de autoevaluare</i>	37
1.7. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural. Reguli de calcul cu puteri	39
1.8. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor	43
Recapitulare și sistematizare prin teste	47
<i>Test de autoevaluare</i>	49
1.9. Rezolvarea unor ecuații în mulțimea numerelor întregi	51
1.10. Rezolvarea unor inecuații în mulțimea numerelor întregi	55
1.11. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și inecuațiilor în contextul numerelor întregi	58
Recapitulare și sistematizare prin teste	61
Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	62
<i>Test de autoevaluare</i>	65
Capitolul II. MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE	67
2.1. Număr rațional. Mulțimea numerelor raționale	67
2.2. Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor, opusul unui număr rațional, modulul unui număr rațional. Compararea și ordonarea numerelor raționale	72
Recapitulare și sistematizare prin teste	77
<i>Test de autoevaluare</i>	79
2.3. Adunarea și scăderea numerelor raționale. Proprietăți	81
2.4. Înmulțirea și împărțirea numerelor raționale. Proprietăți	86
2.5. Puterea cu exponent număr întreg a unui număr rațional nenul. Reguli de calcul cu puteri	91

2.6. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor	96
Recapitulare și sistematizare prin teste	99
<i>Test de autoevaluare</i>	101
2.7. Rezolvarea unor ecuații în mulțimea numerelor raționale.....	103
2.8. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor.....	107
Recapitulare și sistematizare prin teste	110
Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	112
Probleme pentru pregătirea concursurilor școlare	116
<i>Test de autoevaluare</i>	117

GEOMETRIE

Capitolul I. TRIUNGHIUL	119
1.1. Triunghi. Definiție. Elemente. Clasificare. Perimetrul triunghiului.....	119
1.2. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi. Unghi exterior unui triunghi, teorema unghiului exterior.....	123
1.3. Construcția triunghiurilor. Inegalități între elementele triunghiului.....	126
1.4. Linii importante în triunghi. Bisectoarele unghiurilor unui triunghi.....	130
1.5. Linii importante în triunghi. Mediatoarele laturilor unui triunghi.....	134
1.6. Linii importante în triunghi. Înălțimile unui triunghi.....	136
1.7. Linii importante în triunghi. Medianele unui triunghi.....	138
1.8. Congruența triunghiurilor oarecare	140
1.9. Criteriile (cazurile) de congruență a triunghiurilor	142
1.10. Metoda triunghiurilor congruente	145
Recapitulare și sistematizare prin teste	148
<i>Test de autoevaluare</i>	151
1.11. Criteriile de congruență a triunghiurilor dreptunghice	153
1.12. Aplicații. Proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi. Proprietatea punctelor de pe mediatoarea unui segment.....	156
Recapitulare și sistematizare prin teste	160
<i>Test de autoevaluare</i>	163
1.13. Proprietățile triunghiului isoscel	165
1.14. Proprietățile triunghiului echilateral.....	168
1.15. Proprietățile triunghiului dreptunghic.	170
1.16. Teorema lui Pitagora. Reciproca teoremei lui Pitagora	175
Recapitulare și sistematizare prin teste	177
<i>Test de autoevaluare</i>	179

MODELE DE TEZE SEMESTRIALE	181
MODELE DE TESTE FINALE	186
PROBLEME PENTRU PREGĂTIREA CONCURSURILOR ȘCOLARE	196
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	201

EDITURA PARALELA 45