

Nume: .....

Prenume: .....

Clasă: .....

Școală: .....

.....

Colecția **MATE 2000 +**



*Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3022/08.01.2018.*

*Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VIII-a, aprobată prin O.M.E.C.I. nr. 5097/09.09.2009.*

**Referință științifică:** Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Amalia Mărășescu  
Tehnoredactare: Carmen Rădulescu  
Pregătire de tipar: Marius Badea  
Design copertă: Mirona Pintilie

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**  
**NEGRILĂ, ANTON**

**Matematică : algebră, geometrie : clasa a VIII-a** / Anton Negrilă,  
Maria Negrilă. - Ed. a 8-a. - Pitești : Paralela 45, 2019  
2 vol.

ISBN 978-973-47-3009-4

**Partea 2.** - 2019. - ISBN 978-973-47-3095-7

I. Negrilă, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2019

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,  
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

Anton NEGRILĂ  
Maria NEGRILĂ

**matematică**  
**algebră**  
**geometrie**

Soluțiile testelor de autoevaluare  
pot fi consultate la adresa:  
[https://www.edituraparela45.ro/  
download/solutii\\_teste\\_de\\_autoevaluare  
\\_consolidare\\_clasa8\\_p2\\_2019-2020.pdf](https://www.edituraparela45.ro/download/solutii_teste_de_autoevaluare_consolidare_clasa8_p2_2019-2020.pdf)

**clasa a VIII-a**

**partea a II-a**

ediția a VIII-a



**mate 2000 – consolidare**

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE®

*antrenament*



# Algebră

## Capitolul I Funcții

### PP Competențe specifice

- C1. Recunoașterea unor corespondențe care sunt funcții
- C2. Utilizarea valorilor unor funcții în rezolvarea unor ecuații și a unor inecuații
- C3. Reprezentarea în diverse moduri a unor corespondențe și/sau a unor funcții în scopul caracterizării acestora
- C4. Exprimarea prin reprezentări grafice a unor noțiuni de geometrie plană

### PE-PP

Fie  $A$  și  $B$  două mulțimi. Dacă printr-un procedeu oarecare facem ca *fiecărui* element din mulțimea  $A$  să-i corespundă *un singur* element din mulțimea  $B$ , vom spune că am definit o funcție de la  $A$  la  $B$ .

Mulțimea  $A$  se numește **domeniu de definiție** al funcției, iar mulțimea  $B$  se numește **codomeniul** sau mulțimea în care funcția ia valori. În general, o funcție  $f$  definită pe  $A$  cu valori în mulțimea  $B$  va fi notată  $f: A \rightarrow B$ . Citim „ $f$  definită pe  $A$  cu valori în  $B$ ”. Funcțiile se notează de obicei cu  $f, g, h, \dots$

Fie dată o funcție  $f: A \rightarrow B$ . Dacă ea face ca elementului  $a \in A$  să-i corespundă elementul  $b \in B$ , se scrie  $f(a) = b$ ; spunem că  $b$  este valoarea funcției în  $a$ .

Legătura pe care o stabilește funcția între elementele  $x \in A$  și valorile corespunzătoare  $f(x)$  din  $B$  se numește **lege de corespondență**. O funcție se descrie prin trei componente:

- domeniul de definiție;
- codomeniul;
- legea de corespondență.

Legea de corespondență a unei funcții poate fi dată în mai multe moduri:

- a) se poate exprima prin indicarea într-un **tabel** a valorilor corespunzătoare elementelor din domeniul de definiție;
- b) se poate descrie cu ajutorul unei **formule** prin care se precizează valoarea  $f(x)$  pentru oricare  $x$  din domeniul de definiție;
- c) se poate descrie cu ajutorul diagramelor.

Fiind dată o funcție  $f: A \rightarrow B$ , mulțimea de puncte din plan având coordonatele  $(x, y)$ , unde  $x$  este un element oarecare din  $A$ , iar  $y = f(x)$ , va fi numită **graficul funcției**. Această mulțime se scrie  $G_f = \{(x, y) \mid y = f(x), x \in A\}$ .

Egalitatea  $y = f(x)$ , adevărată pentru fiecare element  $x$  din  $A$ , va fi numită **ecuația graficului** funcției  $f$ . Se obișnuiește să se noteze funcția în felul următor:  $y = f(x), x \in A$ .

Fie  $f: A \rightarrow B$  o funcție. **Imaginea** (sau mulțimea valorilor) funcției  $f$  este mulțimea  $\text{Im } f = \{f(x) \mid x \in A\}$ . În mod evident,  $\text{Im } f \subset B$ .

Se mai poate scrie și astfel:

$$\text{Im } f = \{y \in B \mid (\exists) x \in A \text{ astfel încât } y = f(x)\}.$$

O funcție al cărei domeniu de definiție și codomeniu sunt submulțimi ale lui  $\mathbb{R}$  (mulțimi de numere) se numește **funcție numerică**.

Două funcții  $f: A \rightarrow B$  și  $g: C \rightarrow D$  sunt **egale** dacă  $A = C, B = D$  și  $f(x) = g(x)$ , oricare ar fi  $x \in A$ . Se notează  $f = g$ .

În general, o funcție  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  descrisă de formula  $f(x) = ax + b$  (unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale) se numește **funcție liniară**. Reprezentarea geometrică a mulțimii grafic pentru o funcție liniară este o dreaptă.

Pentru a trasa graficul unei funcții liniare, este suficient să dăm variabilei  $x$  două valori distincte.

### Observații:

1. Pentru  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ , dacă  $a \neq 0$  și  $b = 0$ , se obține funcția liniară  $f(x) = ax$ , al cărei grafic conține originea axelor de coordonate.

2. Pentru  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ , dacă  $a = 0$  și  $b \neq 0$ , se obțin funcțiile liniare de forma  $f(x) = b$ , ale căror grafice sunt drepte paralele cu axa  $Ox$ . Funcțiile de acest fel sunt numite funcții constante nenule.

3. Pentru  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ , dacă  $a = b = 0$ , obținem o funcție  $f(x) = 0$ , al cărei grafic coincide cu axa  $Ox$ .

4. Uneori, pentru trasarea graficului este mai comod să se stabilească punctele în care graficul intersectează axele de coordonate.

$$G_f \cap Oy = A(0; f(0)) \Leftrightarrow G_f \cap Oy = A(0; b); G_f \cap Ox = B\left(-\frac{b}{a}; 0\right).$$

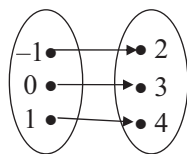
## 1. Noțiunea de funcție. Funcții definite pe mulțimi finite

### Exemple:

1. Descrieți printr-o diagramă, apoi printr-un tabel funcția următoare:

$$f: \{-1; 0; 1\} \rightarrow \{2; 3; 4\}, f(x) = x + 3.$$

**Soluție:**  $f(-1) = -1 + 3 = 2, f(0) = 0 + 3 = 3, f(1) = 1 + 3 = 4$ .



$x$	-1	0	1
$f(x)$	2	3	4

2. Explicitați domeniul de definiție pentru funcția

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2}{x} \text{ și } A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x < 3\}.$$

**Soluție:** Cum  $x \neq 0 \Rightarrow A = \{-1, 1, 2\}$ .

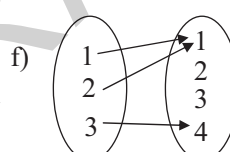
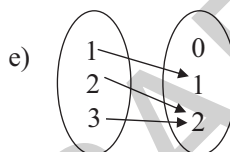
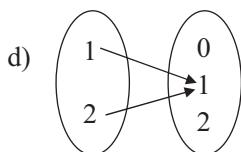
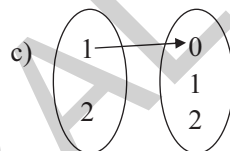
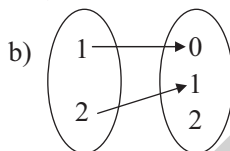
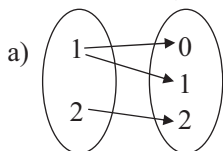
3. Fie funcția  $f: A \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + 2$  și  $A = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid |x| \leq 2\}$ . Determinați valoarea lui  $a \in \mathbb{Z}$  pentru care punctul  $B(1; -1)$  aparține graficului funcției.

**Soluție:**  $A = \{-2, -1, 1, 2\}$ . Dacă  $B(1; -1) \in G_f \Rightarrow f(1) = -1$ , dar  $f(1) = a + 2 \Rightarrow a + 2 = -1, a = -3$ .

## ● ● ● activități de învățare ● ● ●

### PE Înțelegere \*

1. Care dintre diagramele de mai jos descrie o funcție?

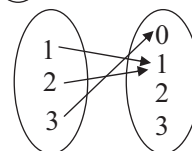


2. Diagrama alăturată descrie funcția  $f$ . Stabiliți domeniul și codomeniul lui  $f$ . Determinați  $f(2)$  și  $f(3)$ .

3. Descrieți printr-o diagramă, apoi printr-un tabel, funcțiile următoare:

a)  $f: \{0, 1, 2\} \rightarrow \{0, 2, 4, 6\}, f(x) = 2x + 2$ ;

b)  $g: \{-2, -1, 0, 1, 2\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4\}, g(x) = x^2$ .



4. Care dintre tabelele de mai jos descrie o funcție?

a) 

$x$	0	1	2
$f(x)$	1	3	3

b) 

$x$	1	2	1
$f(x)$	2	4	5

c) 

$x$	-1	2	4
$f(x)$	0	4	6

d) 

$x$	-2	-1	0	1	-1
$f(x)$	4	5	3	2	1

5. Explicitați domeniul de definiție și legea de asociere pentru funcția  $f: A \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ , unde  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\}$ . Care este mulțimea valorilor funcției  $f$ ? Care este probabilitatea ca, alegând numărul  $n$  din domeniul de definiție al funcției  $f$ , să obținem  $f(n) \leq 0$ ?

6. Care dintre următoarele relații nu reprezintă o funcție?

a)  $f: \{-1, 0, 1, 2\} \rightarrow \{0, 1\}, f(x) = x^2$ ;

b)  $g: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{N}, g(x) = x^2$ ;

c)  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \frac{2}{x}$ .

# Geometrie

## Capitolul I Prisma dreaptă

### PP Competențe specifice

- C1. Recunoașterea și descrierea unor proprietăți ale unor figuri geometrice plane în prisme sau pe desfășurările acestora
- C2. Folosirea instrumentelor geometrice adecvate pentru reprezentarea prin desen, în plan, a prismelor
- C3. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării descrierii prismelor și în vederea optimizării calculelor de lungimi de segmente și de măsuri de unghiuri dintr-o prismă
- C4. Calcularea ariilor și volumului unei prisme
- C5. Clasificarea prismelor după anumite criterii date sau alese
- C6. Transpunerea unor situații-problemă în limbaj geometric; rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului

### PE-PP 1. Prisma patrulateră regulată dreaptă. Paralelipipedul dreptunghic

O dreaptă care alunecă pe un poligon oarecare și rămâne paralelă cu o dreaptă fixă (care nu este paralelă cu planul poligonului director) descrie o suprafață prismatică.

Dreapta mobilă se numește generatoarea suprafeței, iar poligonul se numește director.

Când tăiem o suprafață prismatică cu două plane paralele  $\alpha$  și  $\beta$  care să nu fie paralele cu generatoarea, delimităm un corp numit prismă.

O **prismă** este un corp limitat de o suprafață prismatică și două plane paralele care taie generatoarele ei. Suprafața prismatică determină, pe cele două plane paralele, două poligoane numite **bazele prisme**. **Fețele prisme**, deosebite de baze, se numesc **fețe laterale** ale prisme. Ele sunt paralelograme.

Segmentele după care se taie câte două fețe laterale ale prisme se numesc muchiile laterale ale prisme. Când muchiile laterale ale prisme sunt perpendiculare pe planul bazei, **prisma este dreaptă**.

Distanța dintre bazele prisme reprezintă înălțimea prisme. La prisma dreaptă, muchia laterală este egală cu înălțimea.

**O prismă dreaptă care are baza un poligon regulat se numește prismă regulată.**

O prismă care are ca bază un paralelogram se numește paralelipiped.

Toate fețele unui paralelipiped sunt paralelograme.

Paralelipipedul cu muchiile laterale perpendiculare pe bază se numește *paralelipiped drept*.

Paralelipipedul drept ce are ca bază un dreptunghi se numește *paralelipiped dreptunghic*.

Paralelipipedul dreptunghic în care toate muchiile sunt egale se numește *cub*.

Suma ariilor fețelor laterale se numește **aria laterală a prisme**. Suma dintre aria laterală și ariile bazelor se numește **aria totală a prisme**. Dacă dimensiunile paralelipipedului dreptunghic sunt notate cu  $a, b, c$  și diagonala cu  $d$ , avem:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2, \quad V = abc, \quad \mathcal{A}_l = 2(ab + ac + bc).$$

$$\text{Cub: } d = l\sqrt{3}, \mathcal{A}_l = 6l^2, V = l^3 \text{ (} l \text{ – latura cubului)}$$

$$\text{Prismă dreaptă: } \mathcal{A}_l = \mathcal{P}_b \cdot h, \mathcal{A}_t = \mathcal{A}_l + 2\mathcal{A}_B, V = \mathcal{A}_B \cdot h,$$

unde  $\mathcal{P}_b$  – perimetrul bazei;  $h$  – înălțimea prisme;  $\mathcal{A}_B$  – aria bazei.

## ● ● ● activități de învățare ● ● ●

### PE Înțelegere \*

1. În tabelul următor am notat cu  $l, h, R, a_b, \mathcal{A}_l, \mathcal{A}_t, V$ , latura bazei, înălțimea prisme, raza cercului circumscris bazei, apotema bazei, aria laterală, aria totală și, respectiv, volumul prisme patrulater regulate drepte. Completați tabelul, știind că dimensiunile sunt măsurate în centimetri.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
$l$	8					14	10	
$h$	6	12	10	12			$8\sqrt{2}$	15
$R$		$6\sqrt{2}$						
$a_b$			8					9
$\mathcal{A}_l$				576	864	672		
$\mathcal{A}_t$					1512			
$V$								



2. În tabelul următor am notat cu  $a, b, c, d, \mathcal{A}_l, \mathcal{A}_t, \mathcal{V}$ , lungimea bazei, lățimea bazei, înălțimea paralelipipedului, diagonala paralelipipedului, aria laterală, aria totală și volumul paralelipipedului. Completați tabelul, știind că dimensiunile sunt măsurate în centimetri.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
$a$	6	12	9		24	12	6	10
$b$	$6\sqrt{3}$	16	12	5	12	24		
$c$	9	15		20			10	
$d$			25	21				
$\mathcal{A}_l$					792			264
$\mathcal{A}_t$								504
$\mathcal{V}$						6048	480	

**PE** Aplicare și exersare \*\*

3. Fie  $ABCD A'B'C'D'$  o prismă dreaptă cu baza un pătrat  $ABCD$ . Lungimile laturilor  $AB$  și  $AA'$  sunt direct proporționale cu numerele 3 și 4. Aria totală a prisme este egală cu  $594 \text{ cm}^2$ . Calculați:

- lungimile laturilor  $AB$  și  $AA'$ ;
- volumul prisme;
- sinusul unghiului format de  $AD'$  cu planul  $(BDD')$ .

4. Fie  $ABCD A'B'C'D'$  o prismă dreaptă cu baza  $ABCD$  un pătrat. Lungimile laturilor  $AB$  și  $AA'$  sunt direct proporționale cu numerele 4 și 8. Volumul prisme este egal cu  $1024 \text{ cm}^3$ . Calculați:

- dimensiunile prisme;
- aria totală a prisme;
- distanța de la  $D$  la planul  $(D'AC)$ ;
- sinusul unghiului format de diagonala  $D'B$  cu planul  $(ADD')$ .

5. O prismă patrulateră regulată dreaptă are latura bazei de 10 cm și înălțimea egală cu  $10\sqrt{2}$  cm. Aflați:

- diagonala prisme;
- măsura unghiului format de diagonala prisme cu planul bazei;
- aria totală a prisme;
- volumul prisme.

6. Fie  $ABCD A'B'C'D'$  o prismă patrulateră regulată dreaptă care are latura bazei  $AB = 10\sqrt{2}$  cm și înălțimea  $AA' = 15$  cm. Aflați:

- diagonala prisme;
- distanța de la punctul  $D$  la diagonala  $BD'$ ;
- aria totală și volumul prisme.

7. Fie  $ABCD A'B'C'D'$  o prismă patrulateră regulată dreaptă care are latura bazei  $AB = 18$  cm și înălțimea prisme  $AA' = 15$  cm. Aflați:

- aria totală a prisme;
- volumul prisme;
- tangenta unghiului format de  $BC'$  cu planul  $(ABC)$ .

## Cuprins

### ALGEBRĂ

<b>Capitolul I. Funcții.....</b>	<b>5</b>
1. Noțiunea de funcție. Funcții definite pe mulțimi finite .....	6
2. Funcția liniară .....	10
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	18
<i>Test de autoevaluare</i> .....	23
<b>Capitolul II. Ecuații de gradul I.....</b>	<b>25</b>
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	30
<i>Test de autoevaluare</i> .....	33
<b>Capitolul III. Sisteme de ecuații.....</b>	<b>35</b>
1. Ecuații de gradul I cu două necunoscute .....	35
2. Sisteme de două ecuații de gradul I cu două necunoscute .....	36
3. Tipuri deosebite de sisteme .....	41
<b>Capitolul IV. Probleme rezolvate cu ajutorul ecuațiilor și al sistemelor de ecuații .....</b>	<b>43</b>
Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	46
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	47
<i>Test de autoevaluare</i> .....	49
<b>Capitolul V. Rezolvarea ecuației de gradul al doilea .....</b>	<b>51</b>
Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	56
<i>Test de autoevaluare</i> .....	57
<b>Capitolul VI. Inecuații de gradul I cu o necunoscută .....</b>	<b>59</b>
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	63
<i>Test de autoevaluare</i> .....	65
<b>Capitolul VII. Teme pentru recapitularea finală .....</b>	<b>67</b>
1. Numere naturale. Puteri cu exponent număr natural. Divizibilitate .....	67
2. Rapoarte. Proportii. Proportionalitate .....	69
3. Procente.....	70
4. Numere reale .....	71
5. Calcul algebric .....	72
6. Probleme de aritmetică ce se pot rezolva cu ajutorul ecuațiilor și al sistemelor de ecuații.....	73
7. Ecuații de gradul I cu o necunoscută.....	74
8. Funcții .....	75
9. Inecuații.....	77
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	78
<i>Test de autoevaluare 1</i> .....	81
<i>Test de autoevaluare 2</i> .....	83

## GEOMETRIE

<b>Capitolul I. Prisma dreaptă.....</b>	<b>85</b>
1. Prisma patrulateră regulată dreaptă. Paralelipipedul dreptunghic .....	85
2. Cubul .....	90
3. Prisma triunghiulară regulată .....	92
Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	95
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	97
<i>Test de autoevaluare</i> .....	99
<b>Capitolul II. Piramida regulată .....</b>	<b>101</b>
Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	107
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	108
<i>Test de autoevaluare</i> .....	111
<b>Capitolul III. Trunchiul de piramidă regulată .....</b>	<b>113</b>
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	117
<i>Test de autoevaluare</i> .....	119
<b>Capitolul IV. Corpuri rotunde.....</b>	<b>121</b>
1. Cilindrul circular drept.....	121
2. Conul circular drept.....	123
<i>Test de autoevaluare</i> .....	127
3. Trunchiul de con circular drept .....	129
<i>Test de autoevaluare</i> .....	133
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	135
4. Sfera .....	136
<b>Modele de teze semestriale .....</b>	<b>137</b>
TEZE DE TIP A .....	137
TEZE DE TIP B .....	142
<b>Recapitulare și evaluare finală.....</b>	<b>147</b>
<b>Exerciții și probleme recapitulative pentru evaluarea finală .....</b>	<b>147</b>
ALGEBRĂ .....	147
GEOMETRIE .....	150
<b>Modele de teste pentru evaluarea finală .....</b>	<b>153</b>
<b>Modele de teste pentru Evaluarea Națională.....</b>	<b>158</b>
<b>INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI.....</b>	<b>183</b>