Nume: ....

Prenume: ....

Clasă:..

Şcoală:...

....

Colecţia MATE 2000 +

PARALELA 45 EDITURA

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3022/08.01.2018.
Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a VIII-a, aprobată prin O.M.E.C.I. nr. 5097/09.09.2009.

Referinţă ştiinţifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuţia şi recomandările Comisiei ştiinţifice şi metodice a publicaţiilor Societăţii de Ştiinţe Matematice din România. Aceasta şi-a dat avizul favorabil în ceea ce priveşte alcătuirea şi conţinutul matematic.

Redactare: Amalia Mărăşescu
Tehnoredactare: Carmen Rădulescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Ionuţ Broştianu

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
NEGRILĂ, ANTON
Matematică, Algebră, Geometrie : clasa a VIII-a / Anton Negrilă, Maria Negrilă. - Ed. a 6-a. - Piteşti : Paralela 45, 2017
2 vol.
ISBN 978-973-47-2649-3
Partea 2. - 2018. - ISBN 978-973-47-2654-7

I. Negrilă, Maria

51

Anton NEGRILĂ
Maria NEGRILĂ

algebră
geometrie

Soluțiile testelor de autoevaluare pot fi consultate la adresa: http://www.edituraparalela45.ro/download/solutii_teste_de_autoevaluare_consolidare_clasa8_p2_2018.pdf

clasa a VIII-a

partea a II-a

ediția a VI-a

mate 2000 – consolidare

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE®
antrenament

Algebră

Capitolul I
Funcții

PP **Competenţe specifice**

C1. Recunoaşterea unor corespondenţe care sunt funcţii

C2. Utilizarea valorilor unor funcţii în rezolvarea unor ecuaţii şi a unor inecuaţii

C3. Reprezentarea în diverse moduri a unor corespondenţe şi/sau a unor funcţii în scopul caracterizării acestora

C4. Exprimarea prin reprezentări grafice a unor noţiuni de geometrie plană

PE-PP

Fie A şi B două mulțimi. Dacă printr-un procedeu oarecare facem ca *fiecărui* element din mulțimea A să-i corespundă *un singur* element din mulțimea B, vom spune că am definit o funcție de la A la B.

Mulțimea A se numeşte **domeniu de definiție** al funcției, iar mulțimea B se numeşte **codomeniul** sau mulțimea în care funcția ia valori. În general, o funcție f definită pe A cu valori în mulțimea B va fi notată $\boldsymbol{f : A \to B}$. Citim „f definită pe A cu valori în B”. Funcțiile se notează de obicei cu f, g, h, …

Fie dată o funcție $f : A \to B$. Dacă ea face ca elementului $a \in A$ să-i corespundă elementul $b \in B$, se scrie $f(a) = b$; spunem că b este valoarea funcției în a.

Legătura pe care o stabileşte funcția între elementele $x \in A$ şi valorile corespunzătoare $f(x)$ din B se numeşte **lege de corespondență**. O funcție se descrie prin trei componente:
- domeniul de definiție;
- codomeniul;
- legea de corespondență.

Legea de corespondență a unei funcții poate fi dată în mai multe moduri:

a) se poate exprima prin indicarea într-un **tabel** a valorilor corespunzătoare elementelor din domeniul de definiție;

b) se poate descrie cu ajutorul unei **formule** prin care se precizează valoarea $f(x)$ pentru oricare x din domeniul de definiție;

c) se poate descrie cu ajutorul diagramelor.

Fiind dată o funcție $f: A \to B$, mulțimea de puncte din plan având coordonatele (x, y), unde x este un element oarecare din A, iar $y = f(x)$, va fi numită **graficul funcției**. Această mulțime se scrie $G_f = \{(x, y) | \; y = f(x), x \in A\}$.

Egalitatea $y = f(x)$, adevărată pentru fiecare element x din A, va fi numită **ecuația graficului** funcției f. Se obișnuiește să se noteze funcția în felul următor: $y = f(x)$, $x \in A$.

Fie $f: A \to B$ o funcție. **Imaginea** (sau mulțimea valorilor) funcției f este mulțimea $\mathrm{Im}\, f = \{f(x) \mid x \in A\}$. În mod evident, $\mathrm{Im}\, f \subset B$.

Se mai poate scrie și astfel:

$$\mathrm{Im}\, f = \{y \in B \mid (\exists)\, x \in A \text{ astfel încât } y = f(x)\}.$$

O funcție al cărei domeniu de definiție și codomeniu sunt submulțimi ale lui $\mathbb{R}$ (mulțimi de numere) se numește **funcție numerică**.

Două funcții $f: A \to B$ și $g: C \to D$ sunt **egale** dacă $A = C$, $B = D$ și $f(x) = g(x)$, oricare ar fi $x \in A$. Se notează $f = g$.

În general, o funcție $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ descrisă de formula $f(x) = ax + b$ (unde a și b sunt numere reale) se numește **funcție liniară**. Reprezentarea geometrică a mulțimii grafic pentru o funcție liniară este o dreaptă.

Pentru a trasa graficul unei funcții liniare, este suficient să dăm variabilei x două valori distincte.

Observații:

1. Pentru $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, dacă $a \neq 0$ și $b = 0$, se obține funcția liniară $f(x) = ax$, al cărei grafic conține originea axelor de coordonate.

2. Pentru $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, dacă $a = 0$ și $b \neq 0$, se obțin funcțiile liniare de forma $f(x) = b$, ale căror grafice sunt drepte paralele cu axa Ox. Funcțiile de acest fel sunt numite funcții constante nenule.

3. Pentru $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, dacă $a = b = 0$, obținem o funcție $f(x) = 0$, al cărei grafic coincide cu axa Ox.

4. Uneori, pentru trasarea graficului este mai comod să se stabilească punctele în care graficul intersectează axele de coordonate.

$$G_f \cap Oy = A(0; f(0)) \Leftrightarrow G_f \cap Oy = A(0;\, b);\; G_f \cap Ox = B\left(-\frac{b}{a};\; 0\right).$$

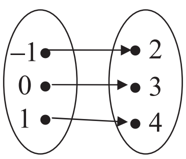
PE-PP 1. Noţiunea de funcţie. Funcţii definite pe mulţimi finite

Exemple:

1. Descrieți printr-o diagramă, apoi printr-un tabel funcția următoare:

$$f: \{-1; 0; 1\} \to \{2; 3; 4\},\; f(x) = x + 3.$$

Soluție: $f(-1) = -1 + 3 = 2$, $f(0) = 0 + 3 = 3$, $f(1) = 1 + 3 = 4$.



x	-1	0	1
$f(x)$	2	3	4

2. Explicitați domeniul de definiție pentru funcția

$$f: A \to \mathbb{R},\ f(x) = \frac{2}{x} \text{ şi } A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \le x < 3\}.$$

Soluție: Cum $x \neq 0 \Rightarrow A = \{-1, 1, 2\}$.

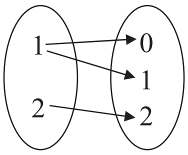
3. Fie funcția $f: A \to \mathbb{R}, f(x) = ax + 2$ şi $A = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid |x| \le 2\}$. Determinați valoarea lui $a \in \mathbb{Z}$ pentru care punctul $B(1; -1)$ aparține graficului funcției.

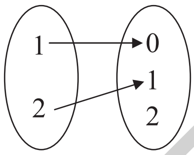
Soluție: $A = \{-2, -1, 1, 2\}$. Dacă $B(1; -1) \in G_f \Rightarrow f(1) = -1$, dar $f(1) = a + 2 \Rightarrow a + 2 = -1$, $a = -3$.

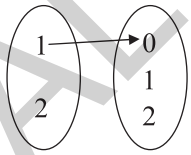
● ● ● activități de învățare ● ● ●

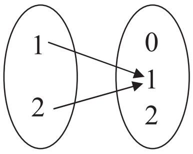
PE Înțelegere *

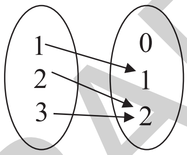
1. Care dintre diagramele de mai jos descrie o funcție?

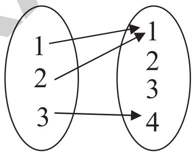
a) 

b) 

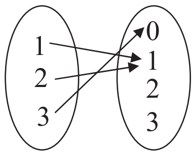
c) 

d) 

e) 

f) 

2. Diagrama alăturată descrie funcția f. Stabiliți domeniul şi codomeniul lui f. Determinați $f(2)$ şi $f(3)$.



3. Descrieți printr-o diagramă, apoi printr-un tabel, funcțiile următoare:

a) $f: \{0, 1, 2\} \to \{0, 2, 4, 6\}, f(x) = 2x + 2$;

b) $g: \{-2, -1, 0, 1, 2\} \to \{0, 1, 2, 3, 4\}, g(x) = x^2$.

4. Care dintre tabelele de mai jos descrie o funcție?

a)

x	0	1	2
$f(x)$	1	3	3

b)

x	1	2	1
$f(x)$	2	4	5

c)

x	−1	2	4
$f(x)$	0	4	6

d)

x	−2	−1	0	1	−1
$f(x)$	4	5	3	2	1

5. Explicitați domeniul de definiție şi legea de asociere pentru funcția $f: A \to \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$, unde $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \le 3\}$. Care este mulțimea valorilor funcției f? Care este probabilitatea ca, alegând numărul n din domeniul de definiție al funcției f, să obținem $f(n) \le 0$?

6. Care dintre următoarele relații nu reprezintă o funcție?

a) $f: \{-1, 0, 1, 2\} \to \{0, 1\}, f(x) = x^2$;

b) $g: \{0, 1, 2, 3\} \to \mathbb{N}, g(x) = x^2$;

c) $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, h(x) = \frac{2}{x}$.

Geometrie

Capitolul I
Prisma dreaptă

PP **Competenţe specifice**

- C_1. Recunoaşterea şi descrierea unor proprietăţi ale unor figuri geometrice plane în prisme sau pe desfăşurările acestora
- C_2. Folosirea instrumentelor geometrice adecvate pentru reprezentarea prin desen, în plan, a prismelor
- C_3. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării descrierii prismelor şi în vederea optimizării calculelor de lungimi de segmente şi de măsuri de unghiuri dintr-o prismă
- C_4. Calcularea ariilor şi volumului unei prisme
- C_5. Clasificarea prismelor după anumite criterii date sau alese
- C_6. Transpunerea unor situaţii-problemă în limbaj geometric; rezolvarea problemei obţinute şi interpretarea rezultatului

PE-PP 1. Prisma patrulateră regulată dreaptă. Paralelipipedul dreptunghic

O dreaptă care alunecă pe un poligon oarecare şi rămâne paralelă cu o dreaptă fixă (care nu este paralelă cu planul poligonului director) descrie o suprafaţă prismatică.

Dreapta mobilă se numeşte generatoarea suprafeței, iar poligonul se numeşte director.

Când tăiem o suprafață prismatică cu două plane paralele α şi β care să nu fie paralele cu generatoarea, delimităm un corp numit prismă.

O **prismă** este un corp limitat de o suprafață prismatică şi două plane paralele care taie generatoarele ei. Suprafața prismatică determină, pe cele două plane paralele, două poligoane numite **bazele prismei**. **Fețele prismei**, deosebite de baze, se numesc **fețe laterale** ale prismei. Ele sunt paralelograme.

Segmentele după care se taie câte două fețe laterale ale prismei se numesc muchiile laterale ale prismei. Când muchiile laterale ale prismei sunt perpendiculare pe planul bazei, **prisma este dreaptă**.

Distanța dintre bazele prismei reprezintă înălțimea prismei. La prisma dreaptă, muchia laterală este egală cu înălțimea.

O prismă dreaptă care are baza un poligon regulat se numeşte prismă regulată.

O prismă care are ca bază un paralelogram se numeşte paralelipiped.

Toate fețele unui paralelipiped sunt paralelograme.

Paralelipipedul cu muchiile laterale perpendiculare pe bază se numeşte *paralelipiped drept.*

Paralelipipedul drept ce are ca bază un dreptunghi se numeşte *paralelipiped dreptunghic.*

Paralelipipedul dreptunghic în care toate muchiile sunt egale se numeşte *cub.*

Suma ariilor fețelor laterale se numeşte **aria laterală a prismei**. Suma dintre aria laterală şi ariile bazelor se numeşte **aria totală a prismei**. Dacă dimensiunile paralelipipedului dreptunghic sunt notate cu a, b, c şi diagonala cu d, avem:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2, \quad \mathcal{V} = abc, \quad \mathcal{A}_t = 2(ab + ac + bc).$$

Cub: $d = l\sqrt{3}$, $\mathcal{A}_t = 6l^2$, $\mathcal{V} = l^3$ (l – latura cubului)

Prismă dreaptă: $\mathcal{A}_l = \mathcal{P}_b \cdot h$, $\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_l + 2\mathcal{A}_B$, $\mathcal{V} = \mathcal{A}_B \cdot h$,

unde $\mathcal{P}_b$ – perimetrul bazei; h – înălțimea prismei; $\mathcal{A}_B$ – aria bazei.

activităţi de învăţare

PE Înţelegere *

1. În tabelul următor am notat cu l, h, R, a_b, $\mathcal{A}_l$, $\mathcal{A}_t$, $\mathcal{V}$, latura bazei, înălțimea prismei, raza cercului circumscris bazei, apotema bazei, aria laterală, aria totală şi, respectiv, volumul prismei patrulatere regulate drepte. Completați tabelul, ştiind că dimensiunile sunt măsurate în centimetri.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
l	8					14	10	
h	6	12	10	12			$8\sqrt{2}$	15
R		$6\sqrt{2}$						
a_b			8					9
$\mathcal{A}_l$				576	864	672		
$\mathcal{A}_t$					1512			
$\mathcal{V}$								

2. În tabelul următor am notat cu a, b, c, d, $\mathcal{A}_l$, $\mathcal{A}_t$, $\mathcal{V}$ lungimea bazei, lățimea bazei, înălțimea paralelipipedului, diagonala paralelipipedului, aria laterală, aria totală și volumul paralelipipedului. Completați tabelul, știind că dimensiunile sunt măsurate în centimetri.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
a	6	12	9		24	12	6	10
b	$6\sqrt{3}$	16	12	5	12	24		
c	9	15		20			10	
d			25	21				
$\mathcal{A}_l$					792			264
$\mathcal{A}_t$								504
$\mathcal{V}$						6048	480	

PE Aplicare și exersare **

3. Fie $ABCDA'B'C'D'$ o prismă dreaptă cu baza un pătrat $ABCD$. Lungimile laturilor AB și AA' sunt direct proporționale cu numerele 3 și 4. Aria totală a prismei este egală cu 594 cm^2. Calculați:

a) lungimile laturilor AB și AA';
b) volumul prismei;
c) sinusul unghiului format de AD' cu planul (BDD').

4. Fie $ABCDA'B'C'D'$ o prismă dreaptă cu baza $ABCD$ un pătrat. Lungimile laturilor AB și AA' sunt direct proporționale cu numerele 4 și 8. Volumul prismei este egal cu 1024 cm^3. Calculați:

a) dimensiunile prismei;
b) aria totală a prismei;
c) distanța de la D la planul $(D'AC)$;
d) sinusul unghiului format de diagonala $D'B$ cu planul (ADD').

5. O prismă patrulateră regulată dreaptă are latura bazei de 10 cm și înălțimea egală cu $10\sqrt{2}$ cm. Aflați:

a) diagonala prismei;
b) măsura unghiului format de diagonala prismei cu planul bazei;
c) aria totală a prismei;
d) volumul prismei.

6. Fie $ABCDA'B'C'D'$ o prismă patrulateră regulată dreaptă care are latura bazei $AB = 10\sqrt{2}$ cm și înălțimea $AA' = 15$ cm. Aflați:

a) diagonala prismei;
b) distanța de la punctul D la diagonala BD';
c) aria totală și volumul prismei.

7. Fie $ABCDA'B'C'D'$ o prismă patrulateră regulată dreaptă care are latura bazei $AB = 18$ cm și înălțimea prismei $AA' = 15$ cm. Aflați:

a) aria totală a prismei;
b) volumul prismei;
c) tangenta unghiului format de BC' cu planul (ABC).

Cuprins

GEOMETRIE