Nume: ....

Prenume: ....

Clasă: ....

Şcoală: ....

....

Colecţia MATE 2000 +
Iniţiere, ameliorare şi dezvoltare

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3022/08.01.2018.
Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a VIII-a, aprobată prin O.M.E.C.I. nr. 5097/09.09.2009.

Referinţă ştiinţifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuţia şi recomandările Comisiei ştiinţifice şi metodice a publicaţiilor Societăţii de Ştiinţe Matematice din România. Aceasta şi-a dat avizul favorabil în ceea ce priveşte alcătuirea şi conţinutul matematic.

Redactare: Cristina Miron, Bianca Vişan
Tehnoredactare: Adriana Vlădescu
Design copertă: Ionuţ Broştianu
Pregătire de tipar: Marius Badea

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
TUDOR, ION
Matematică - iniţiere : algebră, geometrie : caiet de lucru : clasa a VIII-a / Ion Tudor. - Piteşti : Paralela 45, 2017 -
2 vol.
ISBN 978-973-47-2598-4
Semestrul 2. - 2018. - ISBN 978-973-47-2674-5

51

COMENZI – CARTEA PRIN POŞTĂ

EDITURA PARALELA 45
Piteşti, jud. Argeş, cod 110174, str. Fraţii Goleşti 130
Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444
0721 247 918
Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492.
E-mail: **comenzi@edituraparalela45.ro**
sau accesaţi **www.edituraparalela45.ro**

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*
E-mail: tipografie@edituraparalela45.ro

Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

• Modalităţi de lucru diferenţiate
• Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Semestrul al II-lea

8

ÎNVĂȚARE DE INIȚIERE ®
susținere, remediere

Editura Paralela 45

ALGEBRĂ

Capitolul V

FUNCȚII

PP **Competenţe specifice**

- **Recunoaşterea unor corespondenţe care sunt funcţii**
- **Utilizarea valorilor unor funcţii în rezolvarea unor ecuaţii şi a unor inecuaţii**
- **Reprezentarea în diverse moduri a unor corespondenţe şi/sau a unor funcţii în scopul caracterizării acestora**
- **Exprimarea prin reprezentări grafice a unor noţiuni de geometrie plană**

PP Lecția 1. Noțiunea de funcție

PE Ce trebuie să ştim

Definiţii:

Fie A şi B două mulţimi nevide. O lege (un procedeu) f prin care se asociază fiecărui element din A un singur element din B se numeşte **funcţie** definită pe mulţimea A cu valori în mulţimea B.

Notăm $f : A \to B$ şi citim „funcţia f este definită pe mulţimea A cu valori în mulţimea B".

Mulţimea A se numeşte **domeniul de definiţie** al funcţiei, mulţimea B se numeşte **codomeniul** sau **domeniul de valori** al funcţiei, iar legea (procedeul) f se numeşte **legea de corespondenţă** a funcţiei.

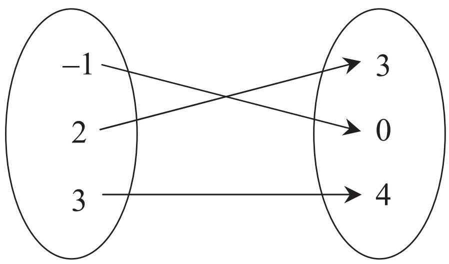
Dacă $x \in A$, elementul $f(x) \in B$ se numeşte **imaginea lui x prin funcţia f** sau **valoarea funcţiei f în punctul x**.

Moduri de definire a unei funcţii

O funcţie poate fi definită:

1. printr-o diagramă

Exemplu:



2. printr-un tabel
Exemplu:

x	-1	2	3
$f(x)$	0	3	4

3. printr-o formulă analitică
Exemplu:

$$f : \{-1, 2, 3\} \to \{0, 3, 4\}, f(x) = x + 1$$

Definiţie:
Fie $f : A \to B$ o funcţie. Mulţimea $\text{Im } f = \{f(x) \mid x \in A\}$ se numeşte **imaginea funcţiei** f sau **mulţimea valorilor funcţiei** $\boldsymbol{f}$. $\text{Im } f \subset B$.

Definiţie:
Fie $f : A \to B$ o funcţie. Dacă $A \subset \mathbb{R}$ şi $B \subset \mathbb{R}$, atunci funcţia f se numeşte **funcţie numerică**.

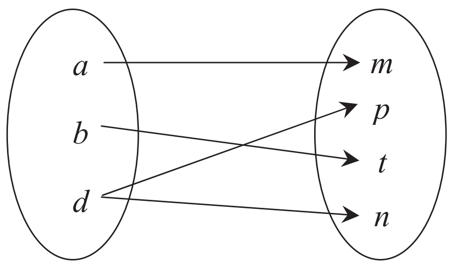
Definiţie:
Două funcţii $f : A \to B$ şi $g : C \to D$ se numesc **egale** dacă $A = C$, $B = D$ şi $f(x) = g(x)$, oricare ar fi $x \in A$.
Notăm $f = g$ şi citim „funcţiile f şi g sunt egale".

PE Ştim să răspundem?

Propoziţia „Dacă $f : A \to B$ este o funcţie şi $f(a) = f(b)$, atunci $a = b$." este
....

PE Să rezolvăm împreună

1. Stabiliţi dacă diagrama următoare defineşte o funcţie.



Soluţie: Diagrama nu defineşte o funcţie, deoarece elementul d are două imagini.

2. Se consideră funcţia $f : \{-2, -1, 0, 2\} \to \{0, 1, 2, 4\}, f(x) = x^2$. Determinaţi mulţimea Im f.
Soluţie: $f(-2) = 4, f(-1) = 1, f(0) = 0, f(2) = 4$, prin urmare Im $f = \{0, 1, 4\}$.

3. Se consideră funcţia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{3}x - \sqrt{2}$. Calculaţi media aritmetică şi media geometrică a numerelor $g(\sqrt{6})$ şi $g(3\sqrt{6})$.
Soluţie: $g(\sqrt{6}) = \sqrt{18} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$;
$g(3\sqrt{6}) = 3\sqrt{18} - \sqrt{2} = 9\sqrt{2} - \sqrt{2} = 8\sqrt{2}$.

$$m_a = \frac{g(\sqrt{6}) + g(3\sqrt{6})}{2} = \frac{2\sqrt{2} + 8\sqrt{2}}{2} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2};$$

$$m_g = \sqrt{g(\sqrt{6}) \cdot g(3\sqrt{6})} = \sqrt{(2\sqrt{2}) \cdot (8\sqrt{2})} = \sqrt{16\sqrt{4}} = \sqrt{4^2 \cdot 2} = 4\sqrt{2}.$$

PE Să exersăm singuri

1* Citiţi următoarele propoziţii:
a) $f : E \to F, f(x) = 3x$;
b) $g : \{-1, 1\} \to \{1, 4\}, g(x) = x^2$;
c) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, h(x) = |x|$.

2* Se consideră funcţia $f : A \to B, f(x) = 5x$. Numiţi:
a) domeniul de definiţie al funcţiei f;
b) domeniul de valori al funcţiei f;
c) legea de corespondenţă a funcţiei f.

3* Se consideră funcţia $f : A \to B$, definită prin tabelul următor:

x	1	2	3	5
$f(x)$	2	3	4	6

a) Scrieţi mulţimea care reprezintă domeniul de definiţie al funcţiei f.
b) Scrieţi mulţimea care reprezintă domeniul de valori al funcţiei f.
c) Determinaţi legea de corespondenţă (exprimată printr-o formulă) a funcţiei f.

GEOMETRIE

Capitolul IV
POLIEDRE

PP **Competenţe specifice**

- **Recunoaşterea şi descrierea unor proprietăţi ale unor figuri geometrice plane în configuraţii date în spaţiu sau pe desfăşurări ale acestora**
- **Identificarea unor elemente ale figurilor geometrice plane în configuraţii geometrice spaţiale date**
- **Folosirea instrumentelor geometrice adecvate pentru reprezentarea prin desen, în plan, a corpurilor geometrice**
- **Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării descrierii configuraţiilor spaţiale**
- **Utilizarea proprietăţilor referitoare la drepte şi unghiuri în spaţiu pentru analizarea poziţiilor relative ale acestora**
- **Exprimarea prin reprezentări geometrice a noţiunilor legate de drepte şi unghiuri în plan şi în spaţiu**
- **Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării descrierii configuraţiilor spaţiale şi în vederea optimizării calculelor de lungimi de segmente şi de măsuri de unghiuri**
- **Interpretarea reprezentărilor geometrice şi a unor informaţii deduse din acestea, în corelaţie cu determinarea unor lungimi de segmente şi a unor măsuri de unghiuri**
- **Clasificarea corpurilor geometrice după anumite criterii date sau alese**
- **Transpunerea unei situaţii-problemă în limbaj geometric, rezolvarea problemei obţinute şi interpretarea rezultatului**

Definiţie:

Un corp geometric care este mărginit numai de feţe plane se numeşte **poliedru**.

Definiţii:

Aria laterală a unui poliedru, notată $\mathscr{A}_l$, reprezintă suma ariilor feţelor laterale ale poliedrului.

Aria totală a unui poliedru, notată $\mathscr{A}_t$, reprezintă suma dintre aria laterală a poliedrului şi aria bazei (bazelor).

Volumul unui poliedru, notat $\mathscr{V}$, reprezintă spaţiul (geometric) pe care îl ocupă acesta.

PP

Lecţia 1. Paralelipipedul dreptunghic

PE Ce trebuie să ştim

Notaţii:
L – lungimea paralelipipedului dreptunghic, l – lăţimea paralelipipedului dreptunghic, h – înălţimea paralelipipedului dreptunghic, d – lungimea diagonalei paralelipipedului dreptunghic, $\mathscr{A}_t$ – aria totală a paralelipipedului dreptunghic, $\mathscr{V}$ – volumul paralelipipedului dreptunghic

$d = \sqrt{L^2 + l^2 + h^2}$, $\qquad \mathscr{A}_t = 2(L \cdot l + l \cdot h + h \cdot L)$, $\qquad \mathscr{V} = L \cdot l \cdot h$

PE Ştim să răspundem?

Propoziţia „Cele patru diagonale ale unui paralelipiped dreptunghic sunt segmente congruente.” este ………………………………………………………..

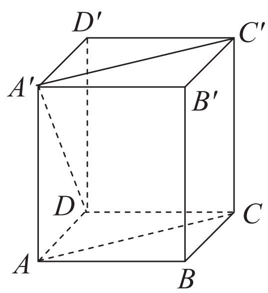
PE Să rezolvăm împreună

1. Un paralelipiped dreptunghic are $L = 3$ cm, $l = 2$ cm şi $h = 6$ cm. Aflaţi d, $\mathscr{A}_t$ şi $\mathscr{V}$.

Soluţie: $d = \sqrt{L^2 + l^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 2^2 + 6^2}$ cm $= \sqrt{49}$ cm $= 7$ cm;
$\mathscr{A}_t = 2(Ll + lh + hL) = 2(3 \cdot 2 + 2 \cdot 6 + 6 \cdot 4)$ cm^2 $= 84$ cm^2;
$\mathscr{V} = L \cdot l \cdot h = 3 \cdot 2 \cdot 6$ cm^3 $= 36$ cm^3.

2. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = \sqrt{3}$ cm, $AD = 1$ cm şi $AA' = 2\sqrt{2}$ cm. Calculaţi:
a) $\mathscr{V}$; b) d; c) $\mathscr{A}_{A'ACC'}$; d) d(A', DC).

Soluţie: a) $\mathscr{V} = L \cdot l \cdot h = \sqrt{3} \cdot 1 \cdot 2\sqrt{2}$ cm^3 $= 2\sqrt{6}$ cm^3;



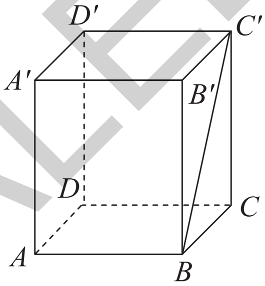
b) $d = \sqrt{L^2 + l^2 + h^2} = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 1^2 + (2\sqrt{2})^2}$ cm $=$
$= \sqrt{3+1+8}$ cm $= \sqrt{12}$ cm $= 2\sqrt{3}$ cm;

c) Din ΔABC cu m($\sphericalangle B$) = 90°, aplicând teorema lui Pitagora rezultă că $AC^2 = AB^2 + BC^2$, deci $AC^2 = \sqrt{3}^2 + 1^2$ sau $AC^2 = 4$, prin urmare $AC = \sqrt{4}$ cm, deci $AC = 2$ cm. $A'ACC'$ este dreptunghi, prin urmare:
$\mathscr{A}_{A'ACC'} = A'A \cdot AC = 2\sqrt{2} \cdot 2$ cm^2 $= 4\sqrt{2}$ cm^2;

d) Aplicăm teorema celor 3 perpendiculare: $A'A \perp (ABC)$, $AD \subset (ABC)$, $DC \subset (ABC)$ şi $AD \perp DC$, prin urmare $A'D \perp DC$. Din $\Delta A'AD$ cu $m(\sphericalangle A) = 90°$, aplicând teorema lui Pitagora rezultă că $A'D^2 = A'A^2 + AD^2$, deci $A'D^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 + 1^2$, aşadar $A'D^2 = 9$, prin urmare $A'D = \sqrt{9}$ cm şi obţinem $A'D = 3$ cm.

3. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AD = 3$ cm, $AA' = 3\sqrt{3}$ cm şi volumul egal cu $54\sqrt{3}$ cm^3. Aflaţi:

a) $d[(A'AD), (B'BC)]$; b) $\mathcal{A}_t$; c) d; d) $m[\sphericalangle((ABC'), (ABC))]$.



Soluţie: a) $d[(A'AD), (B'BC)] = AB$. $\mathcal{V} = 54\sqrt{3}$ cm^3 sau $9\sqrt{3} \cdot AB = 54\sqrt{3}$ cm, de unde rezultă că $AB = 6$ cm;

b) $\mathcal{A}_t = 2(L \cdot l + l \cdot h + h \cdot L) = 2(6 \cdot 3 + 3 \cdot 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \cdot 6)$ cm^2 $= 2(18 + 27\sqrt{3})$ cm^2 $= 18(2 + 3\sqrt{3})$ cm^2;

c) $d = \sqrt{L^2 + l^2 + h^2} = \sqrt{6^2 + 3^2 + (3\sqrt{3})^2}$ cm $= \sqrt{72}$ cm $= \sqrt{6^2 \cdot 2}$ cm $= 6\sqrt{2}$ cm;

d) $(ABC') \cap (ABC) = AB$ şi deoarece $C'B \perp AB$ şi $CB \perp AB$, rezultă că $\sphericalangle((ABC'), (ABC)) \equiv \sphericalangle C'BC$. În $\Delta C'BC$ cu $m(\sphericalangle C) = 90°$ avem: $\text{tg} \sphericalangle B = \dfrac{C'C}{BC} = \dfrac{3\sqrt{3}\text{ cm}}{3\text{ cm}} = \sqrt{3}$, deci $m(\sphericalangle C'BC) = 60°$.

PE Să exersăm singuri

1* Utilizând notaţiile specifice paralelipipedului dreptunghic, stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) $\mathcal{A}_t = 2(Ll + lh + hL)$; b) $\mathcal{A}_t = 2(L^2 + l^2 + h^2)$.

2* Utilizând notaţiile specifice paralelipipedului dreptunghic, stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) $\mathcal{V} = Llh$; b) $\mathcal{V} = \mathcal{A}_b\, h$.

3* Se consideră un paralelipiped dreptunghic. Utilizând notaţiile specifice paralelipipedului dreptunghic, rezolvaţi problemele de mai jos.

a) Dacă $L = 3$ cm, $l = 2$ cm şi $h = 6$ cm, aflaţi $\mathcal{A}_t$, $\mathcal{V}$ şi d.

b) Dacă $L = 4$ cm, $l = 2$ cm şi $h = 6$ cm, aflaţi $\mathcal{A}_t$, $\mathcal{V}$ şi d.

c) Dacă $L = 4$ cm, $l = 3$ cm şi $\mathcal{V} = 60$ cm^3, aflaţi h, $\mathcal{A}_t$ şi d.

d) Dacă $L = 7$ cm, $h = 4$ cm şi $\mathcal{V} = 140$ cm^3, aflaţi l, $\mathcal{A}_t$ şi d.

Cuprins