

Nume:

Prenume:

Clasă:

Școală:

.....

Colecția **MATE 2000 +**
Inițiere, ameliorare și dezvoltare

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3022/08.01.2018.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VII-a, aprobată prin O.M.E.C.I. nr. 5097/09.09.2009.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Daniel Mitran

Tehnoredactare: Adriana Vlădescu

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Ionuț Broștianu

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
TUDOR, ION

Matematică : algebră, geometrie : caiet de lucru : clasa a 7-a / Ion

Tudor. - Ed. a 2-a. - Pitești : Paralela 45, 2018

2 vol.

ISBN 978-973-47-2756-8

Partea 1. - 2018. - ISBN 978-973-47-2757-5

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2018

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,

iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

7

Ediția a II-a



Editura Paralela 45

GEOMETRIE

Capitolul I PATRULATERUL

Competențe specifice:

- Identificarea patrulaterelor particulare utilizând proprietățile precizate
- Utilizarea proprietăților calitative și metrice ale patrulaterelor în rezolvarea unor probleme
- Exprimarea prin reprezentări geometrice a noțiunilor legate de patrulater
- Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculelor de lungimi de segmente, de măsuri de unghiuri și de arii
- Interpretarea informațiilor deduse din reprezentări geometrice în corelație cu anumite situații practice

Lecția 1. Patrulaterul convex



Ce trebuie să știm

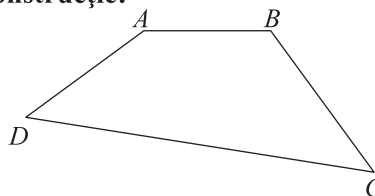
Definiție: Fie A, B, C și D patru puncte distincte care îndeplinesc condițiile:

- oricare trei dintre ele sunt necoliniare;
- $[AB] \cap [CD] = \emptyset, [BC] \cap [AD] = \emptyset$.

Numim **patrulater** de vârfuri A, B, C, D figura geometrică formată din $[AB] \cup [BC] \cup [CD] \cup [DA]$ și îl vom nota $ABCD$.

Definiție: Un **patrulater** se numește **convex** dacă dreapta determinată de oricare două vârfuri alăturate ale acestuia **nu separă** celelalte două vârfuri ale patrulaterului.

Construcție:



Elemente:

- vârfurile patrulaterului: A, B, C, D ;
- laturile patrulaterului: $[AB], [BC], [CD], [DA]$;
- unghiurile patrulaterului: $\sphericalangle A, \sphericalangle B, \sphericalangle C, \sphericalangle D$;
- diagonalele patrulaterului: $[AC], [BD]$.

Laturile $[AB]$ și $[BC]$, $[BC]$ și $[CD]$ etc. se numesc **alăturate**, iar laturile $[AB]$ și $[CD]$, respectiv $[BC]$ și $[DA]$ se numesc **opuse**.

Unghiurile $\sphericalangle A$ și $\sphericalangle B$, $\sphericalangle B$ și $\sphericalangle C$ etc. se numesc **alăturate**, iar unghiurile $\sphericalangle A$ și $\sphericalangle C$, respectiv $\sphericalangle B$ și $\sphericalangle D$ se numesc **opuse**.

Proprietăți:

Teoremă: Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este de 360° .



Știm să răspundem?

Propoziția „Perimetrul patrulaterului convex $ABCD$ este dat de formula $\mathcal{P}_{ABCD} = AB + BC + CD + DA$ ” este



Înțelegere * Identificare (Să rezolvăm împreună)

1. Fie $ABCD$ un patrulater convex. Dacă $m(\sphericalangle A) = 60^\circ$, $m(\sphericalangle B) = 73^\circ$ și $m(\sphericalangle C) = 135^\circ$, aflați $m(\sphericalangle D)$.

Soluție:

$m(\sphericalangle A) + m(\sphericalangle B) + m(\sphericalangle C) + m(\sphericalangle D) = 360^\circ$, deci $60^\circ + 73^\circ + 135^\circ + m(\sphericalangle D) = 360^\circ$ sau $268^\circ + m(\sphericalangle D) = 360^\circ$, de unde rezultă că $m(\sphericalangle D) = 360^\circ - 268^\circ$ și obținem $m(\sphericalangle D) = 92^\circ$.

2. Calculați perimetrul patrulaterului convex $DEFG$, cu $DE = 7$ cm, $EF = 5$ cm, $FG = 3$ cm și $GD = 6$ cm.

Soluție:

$P_{DEFG} = DE + EF + FG + GD = 7 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 21 \text{ cm}$.



Fixare * Însușirea cunoștințelor

1. Construiți patrulaterul convex $ABCD$ și notați cu O punctul de intersecție al diagonalelor acestuia.

2. Se consideră patrulaterul convex $MNPQ$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- | | |
|---|---|
| a) $\sphericalangle M$ și $\sphericalangle N$ sunt alăturate; | b) $\sphericalangle Q$ și $\sphericalangle P$ sunt opuse; |
| c) $\sphericalangle Q$ și $\sphericalangle N$ sunt alăturate; | d) $\sphericalangle P$ și $\sphericalangle M$ sunt opuse. |

3. Fie patrulaterul convex $DEFG$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------|
| a) $[DE]$ și $[GF]$ sunt alăturate; | b) $[DG]$ și $[GF]$ sunt opuse; |
| c) $[DE]$ și $[EF]$ sunt alăturate; | d) $[DG]$ și $[EF]$ sunt opuse. |

4. Fie $ABCD$ un patrulater convex. Dacă:

- | |
|--|
| a) $m(\sphericalangle A) = 55^\circ$, $m(\sphericalangle B) = 75^\circ$ și $m(\sphericalangle C) = 120^\circ$, aflați $m(\sphericalangle D)$; |
| b) $m(\sphericalangle B) = 83^\circ$, $m(\sphericalangle C) = 90^\circ$ și $m(\sphericalangle D) = 102^\circ$, aflați $m(\sphericalangle A)$. |

5. Calculați perimetrul patrulaterului convex $MNPQ$ în următoarele cazuri:

- | |
|--|
| a) $MN = 3$ cm, $NP = 5$ cm, $PQ = 9$ cm și $QM = 6$ cm; |
| b) $MN = 8$ cm, $NP = 7$ cm, $PQ = 5$ cm și $QM = 4$ cm. |

6. Se consideră patrulaterul convex $ABCD$ care are perimetrul egal cu 41 cm și $[AB] \equiv [BC]$. Știind că:

- | | |
|---|---|
| a) $AB = 8$ cm și $CD = 13$ cm, aflați AD ; | b) $CD = 9$ cm și $DA = 15$ cm, aflați BC . |
|---|---|



Aplicare * Exersare

7. Aflați măsurile unghiurilor patrulaterului convex $MNPQ$, dacă $m(\sphericalangle N) = 2m(\sphericalangle M)$, $m(\sphericalangle P) = 3m(\sphericalangle M)$ și $m(\sphericalangle Q) = 4m(\sphericalangle M)$.

8. Aflați măsurile unghiurilor patrulaterului convex $DEFG$, dacă $m(\sphericalangle D) = 4m(\sphericalangle E)$, $m(\sphericalangle F) = 5m(\sphericalangle E)$ și $m(\sphericalangle G) = 5m(\sphericalangle E)$.

9. Aflați măsurile unghiurilor patrulaterului convex $MNPQ$, dacă $m(\sphericalangle N) = m(\sphericalangle M) + 27^\circ$, $m(\sphericalangle P) = m(\sphericalangle M) + 24^\circ$ și $m(\sphericalangle Q) = m(\sphericalangle M) - 11^\circ$.

10. Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că acestea se exprimă prin patru numere naturale impare consecutive.

11. Determinați lungimile laturilor patrulaterului convex $ABCD$ cu perimetrul de 100 cm, știind că:

- a) $BC = 2AB$, $CD = AB + 13$ cm și $DA = AB - 8$ cm;
b) $AB = AD + 15$ cm, $BC = 3AD$ și $CD = AD - 5$ cm.



Dezvoltare (Putem mai mult)

12. Determinați măsurile unghiurilor patrulaterului convex $ABCD$, știind că $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle C) - 2^\circ$, $m(\sphericalangle B) = 2m(\sphericalangle A)$ și $m(\sphericalangle D) = m(\sphericalangle B) + 4^\circ$.

13. Se consideră patrulaterul convex $ABCD$. Știind că $\mathcal{P}_{ABD} = \mathcal{P}_{ACD}$ și $\mathcal{P}_{BCD} = \mathcal{P}_{ABC}$, arătați că:

- a) $[AC] \equiv [BD]$; b) $[AB] \equiv [CD]$.

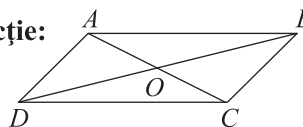
Lecția 2. Paralelogramul



Ce trebuie să știm

Definiție: Patrulaterul care are laturile opuse paralele se numește **paralelogram**.

Construcție:



Proprietăți:

1. Într-un paralelogram, laturile opuse sunt congruente.
2. Dacă într-un patrulater laturile opuse sunt congruente, atunci patrulaterul este paralelogram.
3. Dacă într-un patrulater două laturi opuse sunt paralele și congruente, atunci patrulaterul este paralelogram.
4. Într-un paralelogram unghiurile opuse sunt congruente.
5. Dacă într-un patrulater unghiurile opuse sunt congruente, atunci patrulaterul este paralelogram.
6. Într-un paralelogram, oricare două unghiuri alăturate sunt suplementare.
7. Într-un paralelogram, punctul de intersecție a diagonalelor este mijlocul comun al acestora.
8. Dacă într-un patrulater punctul de intersecție a diagonalelor este mijlocul comun al acestora, atunci patrulaterul este paralelogram.



Știm să răspundem?

Propoziția „Perimetrul paralelogramului de lungime L și lățime l este dat de formula $\mathcal{P} = 2(L + l)$.” este



- Solutie:**

- Solutie:***



- a) $AB = 11$ cm și $BC = 7$ cm; b) $AD = 9$ cm și $CD = 15$ cm.

[illegible]

- a) $\mathcal{P}_{ABO} = \mathcal{P}_{CDO}$; b) $\mathcal{P}_{ADO} = \mathcal{P}_{BCO}$.

9. Fie $ABCD$ un paralelogram. Dacă:

a) $m(\sphericalangle A) = 117^\circ$, aflați $m(\sphericalangle B)$, $m(\sphericalangle C)$ și $m(\sphericalangle D)$;

b) $m(\sphericalangle B) = 51^\circ$, aflați $m(\sphericalangle A)$, $m(\sphericalangle C)$ și $m(\sphericalangle D)$.

10. Se consideră paralelogramul de lungime L și lățime l care are perimetrul egal cu 56 cm. Aflați:

a) l , dacă $L = 18$ cm;

b) l , dacă $L = 21$ cm;

c) L , dacă $l = 13$ cm.

11. Calculați perimetrul paralelogramului de lungime L și lățime l , dacă:

a) $L = 24$ cm și $l = \frac{5}{8}L$;

b) $L = 42$ cm și $l = \frac{4}{7}L$.



Aplicare * Exersare

12. Fie O punctul de intersecție a diagonalelor paralelogramului $ABCD$. Dacă:

a) $AB = 14$ cm, $AC = 16$ cm și $\mathcal{P}_{AOB} = 31$ cm, aflați BD ;

b) $BC = 17$ cm, $BD = 23$ cm și $\mathcal{P}_{BOC} = 34$ cm, aflați AC .

13. Aflați măsurile unghiurilor paralelogramului $ABCD$, dacă:

a) $m(\sphericalangle A) = 3m(\sphericalangle B)$;

b) $m(\sphericalangle A) = 5m(\sphericalangle D)$;

c) $m(\sphericalangle B) = \frac{2}{3}m(\sphericalangle A)$.

14. Aflați măsurile unghiurilor paralelogramului $ABCD$, dacă:

a) $m(\sphericalangle B) = m(\sphericalangle A) + 27^\circ$;

b) $m(\sphericalangle D) = m(\sphericalangle C) - 48^\circ$;

c) $m(\sphericalangle A) = 2m(\sphericalangle B) + 15^\circ$.

15. Fie $ABCD$ un paralelogram cu perimetrul de 120 cm. Aflați lungimile laturilor paralelogramului, dacă:

a) $AB = 4BC$;

b) $CD = 5AD$;

c) $AB = \frac{2}{3}AD$;

d) $BC = \frac{3}{7}CD$.

16. Fie ABC un triunghi echilateral și punctul $D \in (AC)$. În exteriorul triunghiului ABC construim triunghiul echilateral ADE . Dacă $ED \cap BC = \{T\}$, arătați că patrulaterul $ABTE$ este paralelogram.

17. În paralelogramul $ABCD$, considerăm punctele $E \in (AB)$ și $F \in (CD)$, astfel încât $[AE] \equiv [CF]$. Dacă $AF \cap DE = \{M\}$ și $BF \cap CE = \{N\}$, arătați că patrulaterul $EMFN$ este paralelogram.

18. În paralelogramul $ABCD$, considerăm punctele $E \in (AB)$ și $F \in (CD)$, astfel încât $[AE] \equiv [CF]$. Arătați că:

a) patrulaterul $AECF$ este paralelogram; b) dreptele AC , BD și EF sunt concurente.

19. În paralelogramul $ABCD$, notăm cu O punctul de intersecție a diagonalelor. Dacă $AC = 12$ cm, $BD = 20$ cm, $\mathcal{P}_{AOB} = 28$ cm și $\mathcal{P}_{BOC} = 25$ cm, aflați perimetrul paralelogramului $ABCD$.

20. În paralelogramul $ABCD$, notăm cu O punctul de intersecție a diagonalelor. Dacă $\mathcal{P}_{ABCD} = 40$ cm, $\mathcal{P}_{AOB} = 24$ cm și $\mathcal{P}_{BOC} = 20$ cm, aflați lungimile laturilor paralelogramului $ABCD$.

Cuprins

TESTE DE EVALUARE INIȚIALĂ	5
----------------------------------	---

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. NUMERE RAȚIONALE

Lecția 1. Mulțimea numerelor raționale. Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor. Opusul unui număr rațional. Modulul unui număr rațional.....	8
Lecția 2. Compararea numerelor raționale	12
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	<i>15</i>
Lecția 3. Adunarea numerelor raționale. Proprietățile adunării	16
Lecția 4. Scăderea numerelor raționale	19
Lecția 5. Înmulțirea numerelor raționale. Proprietățile înmulțirii	22
Lecția 6. Puterea cu exponent natural a unui număr rațional	25
Lecția 7. Împărțirea numerelor raționale	28
Lecția 8. Ordinea efectuării operațiilor	31
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	<i>34</i>
Lecția 9. Ecuații cu coeficienți numere raționale	36
Lecția 10. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor.....	39
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	<i>41</i>
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	<i>43</i>

CAPITOLUL II. NUMERE REALE

Lecția 11. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect. Rădăcina pătrată a unui număr rațional pozitiv scris sub formă de fracție ordinară	45
Lecția 12. Extragerea rădăcinii pătrate dintr-un număr natural pătrat perfect	48
Lecția 13. Numere iraționale. Mulțimea numerelor reale	51
Lecția 14. Valoarea absolută a unui număr real	53
Lecția 15. Axa numerelor reale. Aproximări. Rotunjiri	55
Lecția 16. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical	57
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	<i>59</i>
Lecția 17. Adunarea și scăderea numerelor reale de forma $a\sqrt{b}$; $a, b \in \mathbb{Q}, b > 0$	61
Lecția 18. Înmulțirea numerelor reale de forma $a\sqrt{b}$; $a, b \in \mathbb{Q}, b > 0$	63
Lecția 19. Puterea cu exponent natural a numerelor reale de forma $a\sqrt{b}$; $a, b \in \mathbb{Q}, b > 0$	66
Lecția 20. Împărțirea numerelor reale de forma $a\sqrt{b}$; $a, b \in \mathbb{Q}, b > 0$	69
Lecția 21. Raționalizarea numitorilor de forma $a\sqrt{b}$; $a, b \in \mathbb{Q}, a \neq 0, b > 0$. Ordinea efectuării operațiilor	72
Lecția 22. Media aritmetică și media geometrică a două numere reale pozitive.....	75
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	<i>77</i>
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	<i>79</i>
<i>Aplicăm ce am învățat</i>	<i>80</i>

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. PATRULATERUL

Lecția 1. Patrulaterul convex.....	81
Lecția 2. Paralelogramul	83
Lecția 3. Dreptunghiul	86
Lecția 4. Rombul	88
Lecția 5. Pătratul	90
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	<i>93</i>
Lecția 6. Trapezul. Trapezul isoscel.....	94
Lecția 7. Linia mijlocie în triunghi.....	97
Lecția 8. Linia mijlocie a trapezului.....	99
Lecția 9. Aria triunghiului.....	102
Lecția 10. Aria patrulaterului	104
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	<i>107</i>
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	<i>108</i>
<i>Aplicăm ce am învățat</i>	<i>110</i>

CAPITOLUL II. ASEMĂNAREA TRIUNGHURIILOR

Lecția 11. Raportul a două segmente. Segmente proporționale	111
Lecția 12. Centrul de greutate al triunghiului.....	113
Lecția 13. Teorema lui Thales.....	115
Lecția 14. Reciproca teoremei lui Thales.....	118
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	<i>120</i>
Lecția 15. Triunghiuri asemenea.....	122
Lecția 16. Teorema fundamentală a asemănării.....	124
Lecția 17. Criterii de asemănare a triunghiurilor.....	127
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	<i>130</i>
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	<i>132</i>
<i>Aplicăm ce am învățat</i>	<i>133</i>

MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL I.....135

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI.....137