

Nume:

Prenume:

Clasă:

Școală:

.....

Colecția **MATE 2000 +**
Inițiere, ameliorare și dezvoltare

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3530/04.04.2018.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Daniel Mitran
Tehnoredactare: Adriana Vlădescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
TUDOR, ION

Matematică : algebră, geometrie : modalități de lucru diferențiate,
pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru : 6 /

Ion Tudor. - Ed. a 3-a, reviz.. - Pitești : Paralela 45, 2019

2 vol.

ISBN 978-973-47-2997-5

Partea 2. - 2019. - ISBN 978-973-47-3089-6

Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea a II-a

6

Ediția a III-a,
revizuită



Editura Paralela 45

ALGEBRĂ

Capitolul III

MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI

Lecția 1. Mulțimea numerelor întregi.

Opusul unui număr întreg



Citesc și rețin

Numerele naturale nenule scrise cu semnul „+” în față: $+1, +2, +3, \dots$ se numesc numere întregi pozitive. Mulțimea numerelor întregi pozitive se notează cu $\mathbb{Z}_+$, deci $\mathbb{Z}_+ = \{+1, +2, +3, \dots\}$ și avem $\mathbb{N}^* = \mathbb{Z}_+$.

Numerele naturale nenule scrise cu semnul „-” în față: $-1, -2, -3, \dots$ se numesc numere întregi negative. Mulțimea numerelor întregi negative se notează cu $\mathbb{Z}_-$, deci $\mathbb{Z}_- = \{-1, -2, -3, \dots\}$.

Numărul natural 0 este singurul număr întreg care nu este nici pozitiv, nici negativ.

Mulțimea numerelor întregi se notează cu $\mathbb{Z}$ și se definește astfel: $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+$.

Mulțimea $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ se numește mulțimea numerelor întregi nenule.

Numerele întregi care aparțin reuniunii $\{0\} \cup \mathbb{Z}_+$ se numesc numere întregi nenegative.

Definiție: Prin **opusul numărului** întreg nenul a înțelegem numărul întreg $-a$.
Opusul numărului întreg 0 este numărul întreg 0.

Exemple: Opusul numărului întreg 5 este numărul întreg -5 .

Opusul numărului întreg -8 este numărul întreg 8.



Cum se aplică?

1. Se consideră mulțimea $A = \{-6, 15, 0, -21, 8\}$. Determinați mulțimile:

a) $E = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_+\}$;

b) $F = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_-\}$.

Soluție:

a) $E = \{15, 8\}$;

b) $F = \{-6, -21\}$.

2. Scrieți opusele următoarelor numere întregi:

a) -9 ;

b) 0;

c) 17;

d) -11 .

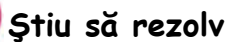
Soluție:

a) 9;

b) 0;

c) -17 ;

d) 11.



2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $-25 \in \mathbb{Z}_-;$ ☐ b) $42 \in \mathbb{Z}_+;$ ☐ c) $51 \notin \mathbb{Z}_-;$ ☐ d) $-71 \notin \mathbb{Z}_+;$ ☐
- e) $49 \notin \mathbb{Z}_+;$ ☐ f) $-28 \in \mathbb{Z}_-;$ ☐ g) $-35 \notin \mathbb{Z}_-;$ ☐ h) $87 \in \mathbb{Z}_+;$ ☐

a) $A_1 = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_+\};$ b) $A_2 = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_-\}.$

[illegible]

a) $7 \in \mathbb{N}$; ☐ b) $-9 \in \mathbb{N}$; ☐ c) $12 \in \mathbb{Z}$; ☐ d) $-5 \in \mathbb{Z}$; ☐
e) $0 \notin \mathbb{Z}$; ☐ f) $0 \in \mathbb{Z}^*$; ☐ g) $0 \notin \mathbb{Z}^*$; ☐ h) $0 \in \mathbb{Z}$; ☐

a) Mulțimea $\mathbb{Z}_+$ este finită. ☐

b) Mulțimea $\mathbb{Z}_-$ este finită. ☐

c) Mulțimea $\mathbb{Z}^*$ este infinită. ☐

d) Mulțimea $\mathbb{Z}$ este infinită. ☐

a) $E \cap \mathbb{Z}_-$; b) $E \cap \mathbb{Z}_+$; c) $E \cap \mathbb{Z}^*$; d) $E \setminus \mathbb{Z}_-$; e) $E \setminus \mathbb{Z}_+$; f) $E \setminus \mathbb{Z}^*$.

a) $\mathbb{Z}_+ \subset \mathbb{Z}^*$; ☐ b) $\mathbb{Z}_- \subset \mathbb{Z}^*$; ☐ c) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Z}^*$; ☐ d) $\mathbb{Z}^* \subset \mathbb{Z}$; ☐

a) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{Z}^* = \emptyset$; ☐ b) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}^* = \mathbb{Z}$; ☐ c) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}^* = \mathbb{N}^*$; ☐ d) $\mathbb{N} \setminus \mathbb{Z}^* = \{0\}$. ☐

[illegible]

Numărul	-6			201		-18			92
Opusul		42	-58		307		-9	83	

Exerciții și probleme de dificultate medie

- 11.** Se consideră mulțimea $A = \{-6, -5, 2, 0, 1, 7, -13\}$. Determinați mulțimea $B = \{y \mid y \text{ este opusul lui } x, x \in A\}$.
- 12.** Se consideră mulțimea $E = \{-1, -4, 6, -11, 8, 0, 9\}$. Determinați mulțimea $F = \{y \mid y \text{ este opusul lui } x, x \in E\}$.
- 13.** Temperaturile maxime pe țară înregistrate la ora 13 în zilele de 20 și 21 ianuarie sunt reprezentate de două numere întregi opuse, impare și consecutive. Precizați cele două valori de temperatură.
- 14.** Temperaturile minime pe țară înregistrate la ora 7 în zilele de 15 și 16 martie sunt reprezentate de două numere întregi consecutive și prime. Precizați cele două valori de temperatură.
- 15.** Se consideră mulțimile $A = \{-7, -1, 0, 1, 4\}$ și $B = \{b \mid b \text{ este opusul lui } a, a \in A\}$. Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora.
- a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

- 16.** Se consideră numărul întreg $a = \underbrace{-(-(-(-\dots(-1)\dots)))}_{100 \text{ paranteze}}$. Scrieți sub forma cea mai simplă opusul numărului întreg a .
- 17.** Se consideră numărul întreg $x = \underbrace{-(-(-(-\dots(-1)\dots)))}_{106 \text{ paranteze}}$. Scrieți sub forma cea mai simplă opusul numărului întreg x .



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) **1.** Se consideră mulțimea $A = \{-13, -2, 8, 0, 11, -10\}$. Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora.
- a) $A_1 = \{x \in \mathbb{Z}_- \mid x \in A\}$; b) $A_2 = \{x \in \mathbb{Z}_+ \mid x \in A\}$; c) $A_3 = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid x \in A\}$.
- (3p) **2.** Scrieți opusele următoarelor numere întregi:
- a) 87; b) -705; c) 101.
- (3p) **3.** Efectuați:
- a) $\mathbb{Z}^* \setminus \mathbb{Z}_+$; b) $\mathbb{Z}_- \cap \mathbb{Z}_+$; c) $\mathbb{Z}^* \setminus \mathbb{Z}_-$.

GEOMETRIE

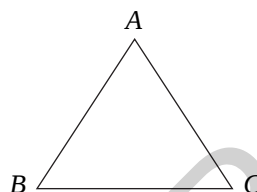
Capitolul II TRIUNGHIUL

Lecția 1. Triunghiul: definiție, elemente, clasificare



Citește și reține

Definiție: Fiind date trei puncte necoliniare A , B și C , se numește **triunghi** determinat de punctele A , B , C reuniunea segmentelor $AB \cup BC \cup CA$.



Notăm $\triangle ABC$.

Punctele A , B și C se numesc **vârfurile** triunghiului, segmentele AB , BC și CA se numesc **laturile** triunghiului, iar unghiurile $\sphericalangle A$, $\sphericalangle B$ și $\sphericalangle C$ se numesc **unghiurile** triunghiului.

Observații:

1. Latura AB se opune unghiului $\sphericalangle C$, latura BC se opune unghiului $\sphericalangle A$, iar latura CA se opune unghiului $\sphericalangle B$.
2. Unghiul $\sphericalangle A$ se opune laturii BC , unghiul $\sphericalangle B$ se opune laturii AC , iar unghiul $\sphericalangle C$ se opune laturii AB .

A. Clasificarea triunghiurilor în funcție de lungimile laturilor

Definiții:

1. Triunghiul care are două laturi congruente se numește triunghi **isoscel** (fig. 1).

Observație: Latura triunghiului isoscel care nu este congruentă cu celelalte două se numește **bază**.

2. Triunghiul care are cele trei laturi congruente se numește triunghi **echilateral** (fig. 2).

3. Triunghiul ale cărui laturi au lungimi diferite se numește triunghi **oarecare** sau **scalene** (fig. 3).

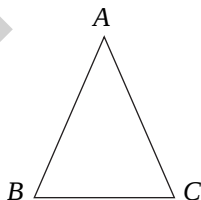


fig. 1

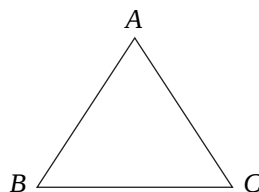


fig. 2

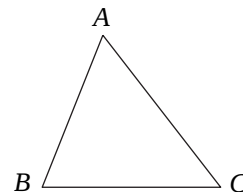


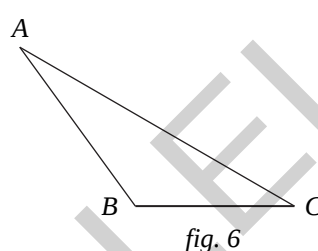
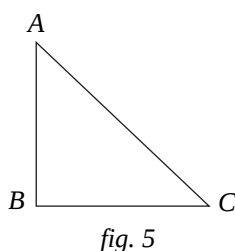
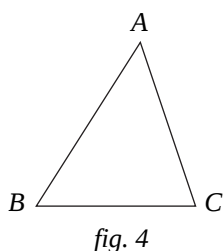
fig. 3

B. Clasificarea triunghiurilor în funcție de măsurile unghiurilor

Definiții:

1. Triunghiul care are cele trei unghiuri ascuțite se numește triunghi **ascuțitunghic** (fig. 4).
2. Triunghiul care are un unghi drept se numește triunghi **dreptunghic** (fig. 5).
3. Triunghiul care are un unghi obtuz se numește triunghi **obtuzunghic** (fig. 6).

Observație: Latura opusă unghiului drept se numește **ipotenuză**, iar celelalte două laturi se numesc **catete**.

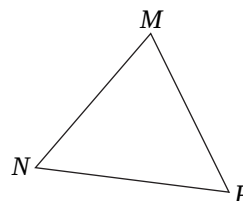


Cum se aplică?

1. Pentru triunghiul MNP reprezentat în figura alăturată precizați:
a) vârfurile; b) laturile; c) unghiurile.

Soluție:

- a) Vârfurile triunghiului MNP sunt punctele M , N și P .
- b) Laturile triunghiului MNP sunt segmentele MN , NP și PM .
- c) Unghiurile triunghiului MNP sunt $\angle MNP$, $\angle NPM$ și $\angle PMN$.

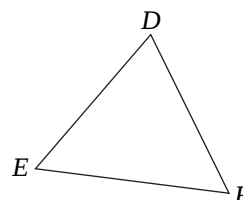


2. Măsurăți laturile triunghiului DEF reprezentat în figura alăturată și apoi încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

A. isoscel; B. echilateral; C. scalen.

Soluție:

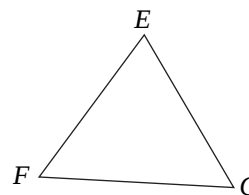
Măsurând cu rigla gradată laturile triunghiului DEF obținem $DE = 2,3$ cm, $EF = 2,5$ cm și $FD = 2,3$ cm, prin urmare răspunsul corect este A. isoscel.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți următoarele notații:
a) $\triangle DEF$; b) $\triangle PQR$; c) $\triangle ABC$; d) $\triangle MNP$.
2. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect. Pentru triunghiul EFG reprezentat în figura alăturată scrieți:
a) vârfurile triunghiului;
b) laturile triunghiului;
c) unghiurile triunghiului



CUPRINS

ALGEBRĂ

CAPITOLUL III. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI

Lecția 1. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg	5
Test de evaluare stadială	7
Lecția 2. Reprezentarea numerelor întregi pe axa numerelor	8
Test de evaluare stadială	10
Lecția 3. Valoarea absolută a unui număr întreg.	
Compararea și ordonarea numerelor întregi.	10
Test de evaluare stadială	13
Teste de evaluare sumativă	13
Lecția 4. Adunarea numerelor întregi. Proprietățile adunării	14
Test de evaluare stadială	17
Lecția 5. Scăderea numerelor întregi	17
Test de evaluare stadială	19
Lecția 6. Înmulțirea numerelor întregi. Proprietățile înmulțirii	20
Test de evaluare stadială	22
Lecția 7. Împărțirea numerelor întregi	23
Test de evaluare stadială	25
Lecția 8. Puterea cu exponent natural a unui număr întreg	25
Test de evaluare stadială	28
Lecția 9. Reguli de calcul cu puteri	28
Test de evaluare stadială	30
Lecția 10. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor cu numere întregi	31
Test de evaluare stadială	34
Teste de evaluare sumativă	34
Lecția 11. Ecuații în $\mathbb{Z}$	35
Test de evaluare stadială	38
Lecția 12. Inecuații în $\mathbb{Z}$	38
Test de evaluare stadială	40
Lecția 13. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau inecuațiilor	41
Test de evaluare stadială	44
Teste de evaluare sumativă	44
Fișă pentru portofoliul elevului	45
Model de test pentru Evaluarea Națională	47

CAPITOLUL IV. MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE

Lecția 14. Mulțimea numerelor raționale. Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor. Opusul unui număr rațional. Modulul unui număr rațional	49
Test de evaluare stadială	53
Lecția 15. Compararea numerelor raționale	54
Test de evaluare stadială	58
Teste de evaluare sumativă	58
Lecția 16. Adunarea numerelor raționale. Proprietățile adunării	60
Test de evaluare stadială	64
Lecția 17. Scăderea numerelor raționale	64

Test de evaluare stadială	68
Lecția 18. Înmulțirea numerelor raționale. Proprietățile înmulțirii	68
Test de evaluare stadială	72
Lecția 19. Puterea cu exponent natural a unui număr rațional	73
Test de evaluare stadială	76
Lecția 20. Împărțirea numerelor raționale	77
Test de evaluare stadială	81
Lecția 21. Ordinea efectuării operațiilor	81
Test de evaluare stadială	85
Teste de evaluare sumativă	85
Lecția 22. Ecuații de tipul: $x + a = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$ ($a \neq 0$), $ax + b = c$ ($a \neq 0$), unde a , b și c sunt numere raționale	86
Test de evaluare stadială	91
Lecția 23. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor	91
Test de evaluare stadială	94
Teste de evaluare sumativă	94
Fișă pentru portofoliul elevului	96
Model de test pentru Evaluarea Națională	98

GEOMETRIE

CAPITOLUL II. TRIUNGHIUL

Lecția 1. Triunghiul: definiție, elemente, clasificare	100
Test de evaluare stadială	103
Lecția 2. Elemente de raționament geometric	104
Test de evaluare stadială	106
Lecția 3. Perimetrul triunghiului	106
Test de evaluare stadială	108
Lecția 4. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi	109
Test de evaluare stadială	111
Lecția 5. Unghi exterior unui triunghi, teorema unghiului exterior	111
Test de evaluare stadială	114
Lecția 6. Construcția triunghiurilor: cazurile L.U.L., U.L.U. și L.L.L.	114
Test de evaluare stadială	116
Lecția 7. Inegalități între elementele triunghiului	116
Test de evaluare stadială	118
Lecția 8. Concurența bisectoarelor unghiurilor unui triunghi. Cercul înscris în triunghi ...	118
Test de evaluare stadială	121
Lecția 9. Concurența mediatoarelor laturilor unui triunghi. Cercul circumscris unui triunghi	121
Test de evaluare stadială	124
Lecția 10. Înălțimile unui triunghi. Concurența înălțimilor unui triunghi	124
Test de evaluare stadială	127
Lecția 11. Medianele unui triunghi. Concurența medianelor unui triunghi	127
Test de evaluare stadială	129
Teste de evaluare sumativă	130
Lecția 12. Congruența triunghiurilor oarecare	131
Test de evaluare stadială	133
Lecția 13. Criteriile de congruență a triunghiurilor	133
Test de evaluare stadială	136
Lecția 14. Criterii de congruență a triunghiurilor dreptunghice	136

<i>Test de evaluare stadială</i>	140
Lecția 15. Metoda triunghiurilor congruente	140
<i>Test de evaluare stadială</i>	143
Lecția 16. Proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi.....	144
<i>Test de evaluare stadială</i>	146
Lecția 17. Proprietatea punctelor de pe mediatoarea unui segment	147
<i>Test de evaluare stadială</i>	149
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	149
Lecția 18. Proprietăți ale triunghiului isoscel	151
<i>Test de evaluare stadială</i>	155
Lecția 19. Proprietăți ale triunghiului echilateral	155
<i>Test de evaluare stadială</i>	159
Lecția 20. Proprietăți ale triunghiului dreptunghic	160
<i>Test de evaluare stadială</i>	165
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	165
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	166
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i>	168
MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL AL II-LEA	170
TESTE DE EVALUARE FINALĂ	172
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	175